F 7414 dupl
1963 1972

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC
TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 4 (18)

IANUARIE—DECEMBRIE 1959

BULETINUL ŞTIINŢIFIC ŞI TEHNIC

AL

INSTITUTULUI POLITEHNIC TIMIŞOARA

SERIE NOUĂ

Tomul 4 (18)

IANUARIE — DECEMBRIE 1959

F
7414

1989

P 805

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM

COMITETUL DE REDACŢIE

Academician CORNEL MICLOŞI, prof. CORIOLAN DRĂGULESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. AUREL BÂRGLĂZAN, membru corespondent al Academiei R.P.R., prof. Dr. IOAN CUREA, prof. Dr. IOAN NANU, prof. CONSTANTIN N. AVRAM, prof. VICTOR GHEORGHIU, conf. MARIN RĂDOI, conf. TOMA DORDEA

Redactor responsabil: prof. GHEORGHE SILAŞ

Toate manuscrisele trimise spre a fi publicate în Buletin vor fi adresate tovarăşului profesor GH. SILAŞ „Institutul Politehnic Timişoara", Republica Populară Romînă, cu menţiunea „Pentru Buletin".

Tous les manuscrits destinés à paraître dans le „Buletin" seront adressés a M. le Prof. GH. SILAŞ, Institut Polytechnique de Timişoara, République Populaire Roumaine, avec la mention „pour le Bulletin".

Все рукописи присылаемые для опубликования в „Бюллетене" адресовать на имя проф. Г. СИЛАШ, Политехнический Институт в Тимишоаре, Румыньская Народная Республика, с примечением „для Бюллетеня".

BULETINUL ȘTIINȚIFIC ȘI TEHNIC
AL
INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN TIMIȘOARA

Seria II, Tomul 4 (18) ianuarie-decembrie 1959

SUMAR

Pag.

O. E. GHEORGHIU, B. CRSTICI — Funcții omogene în sistem . . 9
O. E. GHEORGHIU — Asupra unor sisteme de ecuații funcționale matriciale 13
B. CRSTICI — Despre forma ecuațiilor diferențiale liniare omogene ale căror soluții satisfac relații funcționale date 19
C. SIMOI — Cîteva proprietăți ale forțelor de inerție 23
V. BERINDEAN — Contribuții la calculul amortizoarelor mixte . . 29
A. BÂRGLĂZAN, membru corespondent al Academiei R.P.R., O. POPA — O nouă metodă de proiectare a turbinelor Kaplan 35
C. BAKONYI — Nomograme pentru determinarea secțiunii totale a canalelor de alimentare la rețeaua de turnare 53
GH. SAVII, GH. CRISTODORESCU, L. BAGIU — Influența microstructurilor inițiale asupra durității și rezilienței, după călire și revenire, la oțelurile OLC 35 și OLC 45 59
E. DODON — O metodă de măsurare prin așchiere a rigidității subansamblelor strungurilor 71
A. BÂRGLĂZAN, membru corespondent al Academiei R.P.R., I. PREDA, M. POPOVICIU, I. AVED — Incercarea tuburilor de aspirație în aer 81
FR. KOVACS, B. HOROVITZ — Contribuțiuni la calculul geometric al roților dințate corijate, egalizarea alunecărilor 85
L. BOLEANȚU — Contribuții la determinarea săgeții dinamice a unui cablu instantaneu descărcat 93
H. THEIL — Contribuții la studiul arderii pe grătar a cărbunelui brun necocsificabil din Valea Jiului 99

Pag.

M. BĂNĂRESCU, N. BOBOIESCU — Contribuţie la studiul repartiţiei temperaturii pe paletele turbinelor cu gaze 107

A. DREUCEAN — Studiu asupra îmbunătăţirii proprietăţilor mecanice ale oţelurilor prin rulare 111

V. BARBU — Influenţa parametrilor externi asupra funcţionării aparatului Dr. Bock pentru determinarea conductivităţii termice 123

I. NOVAC, B. OPRENDEK — Posibilităţi de simetrizare completă a convertizorului tri-monofazat cu ajutorul unor impendanţe suplimentare 137

AL. ROGOJAN, S. CRIŞAN, T. MUREŞAN — Instalaţie de conferinţă telefonică 145

O. CENTEA, I. HEINRICH — Simetrizarea convertizorului asincron tri-monofazat prin intermediul unei tensiuni suplimentare aplicate pe una din cele trei faze de alimentare 153

I. HEINRICH — Consideraţii privind teoria funcţionării redresoarelor mecanice 161

D. FRANKEL, I. DE SABATA — Observaţie cu privire la aplicarea legii inducţiei electromagnetice 171

V. CRĂCIUNESCU, I. SORA — Comparaţie între metodele de determinare a caracteristicii cuplului la motoarele asincrone cu rotorul în scurtcircuit 179

A. SEMLYEN — Transformatorul de laborator reglabil continuu sub sarcină cu inel de scurtcircuit mobil 185

GH. SILAŞ, M. RĂDOI, I. GROŞANU, L. BRINDEU — Aplicarea unor ecuaţii funcţionale în mecanică 193

GH. SILAŞ, M. RĂDOI, I. GROŞANU, L. BRINDEU — Poziţiile centrului de percuţie a unei plăci plane 197

GH. SILAŞ, I. GROŞANU — Asupra ciocnirii centrice a trei sfere . 203

I. FILIMON — Elemente de beton slab armat solicitate excentric . . 209

N. MAIOR — Metodă grafică pentru stabilirea repartizării presiunilor în teren în cazul problemei plane 223

I. NANU — Răşini alchidice modificate cu conţinut mare de ester ftalic. II. Noi poliesteri oleo-glicero-ftalici 229

V. COCHECI, I. HORESCU — O nouă metodă grafică şi de calcul a analizelor indirecte 237

I. REICHEL, F. DOBRESCU — Despre dozarea volumetrică a unor combinaţii nitroazoice prin reducere selectivă 247

НАУЧНО—ТЕХНИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА В ТИМИШОАРЕ

Серия II, Том 4 (18) январь—декабрь 1959

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

О. Е. ГЕОРГИУ и Б. КРСТИЧ — Однородные функции в системе 9

О. Е. ГЕОРГИУ — О некоторых системах матрицевых функциональных уравнений 13

Б. КРСТИЧ — О виде однородных дифференциальных линейных уравнений, решения которых удовлетворяют заданные функциональные зависимости 19

К. СИМОЙ — О некоторых свойствах инерциальных сил . . . 23

В. БЕРИНДЯНУ — О расчете смешанных амортизаторов . . . 29

А. БЭРГЛЭЗАН, член коресп. Акад. Наук Р.Н.Р. и О. ПОПА — Новый метод проектирования турбин Каплан 35

К. БАКОНИ — Номограммы для определения общего сечения питающих каналов разливочной сети 53

Г. САВИЙ, Г. КРИСТОДОРЕСКУ и Л. БАДЖИУ — Влияние начальной микроструктуры на твердость и выносливость сталей OLC 35 и OLC 45 после закалки и отпуска 59

Е. ДОДОН — Метод измерения жесткости главных узлов станков 71

А. БЭРГЛЭЗАН, член коресп. Акад. Наук Р.Н.Р., И. ПРЕДА, М. ПОПОВИЧЬ и И. АВЕД — Испитание всасывающих труб в воздухе 81

Ф. КОВАЧ и Б. ХОРОВИЦ — К геометрическому расчету зубчатых колес выравнивание скольжения 85

Л. БОЛЯНЦУ — К определению динамической стрелы прогиба мгновенно разгруженного кабеля 93

Х. ТАЙЛ — К изучению сжигания на решетке некоксующего бурого угля из месторождения Валя Жиулуй 99

Стр.

М. БАНАРЕСКУ и Н. БОБОЕСКУ — К изучению распределения температуры на лопатках газовых турбин 107

А. ДРЕУЧАНУ — Изучение возможности улучшения механических свойств стали путем обкатывания 111

В. БАРБУ — Влияние внешних параметров на работу аппарата Д-ра Бока для определения теплопроводности 123

И. НОВАК и Б. ОПРИНДЕК — Возможности полной симметризации треходнофазного преобразователя при помощи добавочного импеданса 137

А. РОГОЖАН, С. КРИШАН и Т. МУРЕШАН — Установка для конференций по телефону 145

О. ЧЕНТЯ и И. ХАЙНРИХ — Симметризация трех-однофазного преобразователя при помощи добавочного напряжения, приложенного одной из трех фаз 153

И. ХАЙИНРИХ — К работе механических контактных выпрямителей 161

Д. ФРЕНКЕЛЬ и ДЕ САБОТА — Замечания относительно применения закона электромагнитной индукций 171

В. КРЭЧУНЕСКУ и И. ШОРА — Сопоставление методов определения характеристики сцепления у асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором 179

А. ШЕМЛИЕН — Лабораторный трансформатор плавно регулируемый под нагрузкой с подвижным короткозамкнутым витком 185

Г. СИЛАШ, М. РАДОЙ, И. ГРОШЕАНУ и Л. БРИНДЕУ — Применение некоторых функциональных уравнений в механике . 193

Г. СИЛАШ, М. РАДОЙ, И. ГРОШЕАНУ и Л. БРИНДЕУ — Положения ударного центра плоской пластинки 197

Г. СИЛАШ и И. ГРОШЕАНУ — О центрическом соударении трех шаров 203

И. ФИЛИМОН — Внецентрично нагруженные элементы армбетона 209

Н. МАЙОР — Графический метод для установления распределения давлений в почве в случае плоскостной задачи 223

И. НАНУ — Измененные алкидные смолы с большим содержанием фталеинового эфира II Новые олео-глицеро-фталовые полиэфиры 229

В. КОКЕЧ и И. ХОРЕСКУ — Новый метод расчета косвенных анализов, который дает возможность составления графиков . . 237

И. РАЙХЕЛЬ и Ф. ДОБРЕСКУ — Объемная дозировка некоторых нитро-азойных соединений 247

BULLETIN SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
DE
L'INSTITUT POLYTECHNIQUE DE TIMIȘOARA

II Sèrie, Tom 4 (18) janvier-décembre 1959

SOMMAIRE

Page

O. E. GHEORGHIU, B. CRSTICI — Fonctions homogènes en système 9
O. E. GHEORGHIU — Sur quelques systèmes d'équations fonctionelles matricielles 13
B. CIRSTICI — Sur la forme des équations différentielles linéaires dont les solutions satisfont à certaines relations fonctionelles . . 19
C. SIMOI — Quelques propriétés des forces d'inertie 23
V. BERINDEANU — Contributions au calcul des amortisseurs mixtes 29
A. BÂRGLĂZAN, membre correspondant de l'Académie de la R.P.R., O. POPA — Une nouvelle méthode d'établir le projet des turbines Kaplan 35
C. BAKONYI — Nomogrames pour determiner les sections totales des canaux d'alimentation du réseau de coulée 53
GH. SAVII, GH. CRISTODORESCU, L. BAGIU — L'influence de la microstructure initiale sur la durité et la résilience après la trempe et le revenu pour les aciers OLC 35 et ILC 45 . . . 59
E. DODON — Une méthode pour mesurer la rigidité des principaux sousensembles des tours 71
A. BÂRGLĂZAN membre correspondant de l'académie de la R.P.R., I. PREDA, M. POPOVICI, I. AVED — L'essai des tubes d'aspiration en air 81
FR. KOVACS, B. HOROVITZ — Contributions au calcul géométrique des roues dentées corrigés égalisation des glissements . . 85
L. BOLEANȚU — Contribution à la détérmination de la flèche dynamique d'un câble instantanément déchargé 93
H. THEIL — Contributions à l'étude de la combustion sur grille du charbon brun de la Vallée du Jiou 99

Page

M. BĂNĂRESCU, N. BOBOIESCU — Contribution à l'étude de la répartition de la température sur les aubes des turbines à gaz . 107

A. DREUCEANU — Etude sur l'amélioration des propriétés des aciers par roulement 111

V. BARBU — L'influnce des paramètres externes sur le fonctionnement de l'appareil Dr. Bock pour la détermination de la conductibilité thermique 123

I. NOVAC, B. OPRENDEK — Les possibilités de symétriser le convertisseur trimonophasé à l'aide d'impédances supplimentaires 137

AL. ROGOJAN, S. CRIŞAN, T. MUREŞAN — Une installation de conférence téléphonique 145

O. CENTEA, I. HEINRICH — Sur les possibilités de symétriser le convertisseur asynchrone trimonophasé à l'aide d'une tension supplémentaire appliquée à l'une des trois phases 153

I. HEINRICH — Considérations concernant le fonctionnement des redresseurs mécaniques à contact 161

D. FRANKEL, I. DE SABATA — Observations sur l'application de la loi de l'induction eléctromagnétique 171

V. CRĂCIUNESCU, I. ŞORA — Comparasion entre les méthodes de détermination de la caractéristique du couple, pour les moteurs asynchrones au rotor en court-circuit 179

A. SEMLYEN — Transformateur de laboratoire réglable continu sous charge à l'anneau de court-circuit mobile 185

GH. SILAŞ, M. RĂDOI, I. GROŞANU, I. BRINDEU — Applications de certaines équations functionnelles en mécanique . . . 193

GH. SILAŞ, M. RĂDOI, I. GROŞEANU, L. BRINDEU — Les positions du centre de percution d'une plaque plane 197

GH. SILAŞ, I. GROŞANU — Sur le choc central de trois sphères . 203

I. FILIMON — Eléments excentriquement sollicités en béton faiblement armé 209

N. MAIOR — La méthode graphique pour l'établissement de la répartition des pressions dans le sol, au cas du probléme plan . . 223

I. NANU — Résines alkydiques modifiées à grande proportion d'esthère phtalique 229

V. COCHECI, I. HORESCU — Une méthode rapide de calcul qui permet la détermination graphique en cas d'analyses indirectes . 237

I. REINCHEL, F. DOBRESCU — Sur la dosage volumétrique de quelgues combinaisons nitroazoique par réduction selective . . 247

FUNCȚII OMOGENE ÎN SISTEM

DE

OCT. EM. GHEORGHIU și B. CRSTICI

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Într-o lucrare cu același titlu [1] am studiat funcțiile omogene în sistem cînd perioada ciclului este $p=2$. În această lucrare continuăm cercetarea proprietăților funcțiilor omogene în ciclu de perioadă $p>2$.

Definiție. Funcțiile $F_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \ldots, F_p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ definite în același domeniu D din spațiul X_n, regulate în acest domeniu de clasă C^s $(s>p)$, vom spune că sînt *omogene în sistem* sau *omogene în ciclu de perioadă p,* dacă împreună cu o constantă λ satisfac sistemul de ecuații cu derivate parțiale

$$\begin{aligned} &E_n F_i = F_{i+1}, \quad i=1, 2, \ldots, p-1 \\ &E_n F_p = \lambda F_1 \end{aligned} \tag{1}$$

Acest sistem este echivalent cu ecuația

$$E_n^p U = \lambda U \tag{2}$$

care admite ca soluții pe $F_1, F_2, \ldots, F_p$. Integrînd ecuația cu derivate parțiale liniară omogenă de ordinul p (2), avem pentru soluția generală expresiile

$$\begin{aligned} 1^\circ \quad U = {} & \varphi_1\left(\frac{x_1}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) x_n^{\sqrt[2m]{\lambda}} + \varphi_2\left(\frac{x_1}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) x_n^{\sqrt[2m]{\lambda}} + \\ & + \sum_{k=1}^{m-1} x_n^{\sqrt[2m]{\lambda}\cos\frac{k}{m}\pi} \left[\psi_{1k}\left(\frac{x_1}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \cos\left(\sqrt[2m]{\lambda}\sin\frac{k}{m}\pi \cdot \ln x_n\right) + \right. \\ & \left. + \psi_{2k}\left(\frac{x_1}{x_n}, \ldots, \frac{x_{n-1}}{x_n}\right) \sin\left(\sqrt[2m]{\lambda}\sin\frac{k}{m}\pi \cdot \ln x_n\right)\right], \quad p=2m, \ \lambda>0 \end{aligned} \tag{3}$$

$$2^\circ\ U=\sum_{k=0}^{m-1} x_n^{\sqrt[2m]{-\lambda}\cos\left(\frac{k}{m}+\frac{1}{2m}\right)\pi}\left[\psi_{1k}\cos\left(\sqrt[2m]{-\lambda}\sin\left(\frac{k}{m}+\frac{1}{2m}\right)\pi\cdot\ln x_n\right)+\right.$$

$$\left.+\psi_{2k}\sin\left(\sqrt[2m]{-\lambda}\sin\left(\frac{k}{m}+\frac{1}{2m}\right)\pi\cdot\ln x_n\right)\right],\ p=2m,\ \lambda<0 \tag{4}$$

$$3^\circ\ U=\varphi_1 x_n^{\sqrt[2m+1]{\lambda}}+\sum_{k=1}^{m} x_n^{\sqrt[2m+1]{\lambda}\cos\frac{2k}{2m+1}\pi}\left[\psi_{1k}\cos\left(\sqrt[2m+1]{\lambda}\sin\frac{2k}{2m+1}\pi\cdot\ln x_n\right)+\right.$$

$$\left.+\psi_{2k}\sin\left(\sqrt[2m+1]{\lambda}\sin\frac{2k}{2m+1}\pi\cdot\ln x_n\right)\right],\ p=2m+1,\ \lambda>0 \tag{5}$$

$$4^\circ\ U=\varphi_1 x_n^{\sqrt[2m+1]{\lambda}}+\sum_{k=0}^{m-1} x_n^{\sqrt[2m+1]{\lambda}\cos\frac{2k+1}{2m+1}\pi}\left[\psi_{1k}\cos\left(\sqrt[2m+1]{\lambda}\sin\frac{2k+1}{2m+1}\pi\cdot\ln x_n\right)+\right.$$

$$\left.+\psi_{2k}\sin\left(\sqrt[2m+1]{\lambda}\sin\frac{2k+1}{2m+1}\pi\cdot\ln x_n\right)\right],\ p=2m+1,\ \lambda<0 \tag{6}$$

$$5^\circ\ U=\sum_{k=0}^{p-1}\frac{\varphi_k\left(\frac{x_1}{x_n},\ldots,\frac{x_{n-1}}{x_n}\right)}{(p-1-k)!}[\ln x_n]^{p-k-1},\ \lambda=0 \tag{7}$$

După forma sistemului (1) putem alege funcţiile $F_1, F_2, \ldots, F_p$.

Pentru uşurinţa scrierii vom întroduce următoarea notaţie pentru a arăta că funcţiile $F_1, F_2, \ldots, F_p$ sînt omogene în sistem sau omogene în ciclu de perioadă p

$$\begin{pmatrix} F_1, & F_2, & F_3, \ldots, & F_p \\ 1, & 1, & 1, \ldots, & \lambda \end{pmatrix}$$

Proprietăţile funcţiilor omogene în ciclu de perioadă $p=2$ date în [1] se extind imediat. De exemplu:

I. O combinaţie liniară cu coeficienţi funcţii omogene de gradul zero, din funcţiile omogene în ciclu de perioadă p cu aceeaşi constantă λ, luate din mai multe sisteme de astfel de funcţii, ne dă un sistem de funcţii omogene în ciclu de perioadă p cu acelaşi λ.

$$\sum_1^N \psi_i(x_1,\ldots,x_n)\cdot\begin{pmatrix} F_{1i}, & F_{2i}, \ldots, & F_{pi} \\ 1, & 1, \ldots, & \lambda \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \sum\psi_i F_{1i}, & \sum\psi_i F_{2i}, \ldots, & \sum\psi_i F_{pi} \\ 1, & 1, \ldots, & \lambda \end{pmatrix}$$

II. Fie $F_1, F_2, \ldots, F_p$ un sistem de funcţii omogene în ciclu de perioadă p cu $\lambda>0$ şi de asemenea $G_1, G_2, \ldots, G_p$ un alt sistem de funcţii omogene în ciclu de perioadă p cu $\mu>0$. Vom zice că $X_1, X_2, \ldots, X_p$ este sistemul de funcţii produs şi vom scrie

$$\begin{pmatrix} F_1, & F_2, \ldots, & F_p \\ 1, & 1, \ldots, & \lambda \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} G_1, & G_2, \ldots, & G_p \\ 1, & 1, \ldots, & \mu \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} X_1, & X_2, \ldots, & X_p \\ 1, & 1, \ldots, & \sigma \end{pmatrix}$$

dacă avem

$$\begin{bmatrix} X_1X_2\ldots X_p \\ X_pX_1\ldots X_{p-1} \\ \ldots\ldots \\ X_2X_3\ldots X_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}F_1G_1+\alpha_{12}F_2G_p+\alpha_{13}F_3G_{p-1}+\ldots+\alpha_{1p}F_pG_2\ldots \\ \alpha_{p1}F_pG_1+\alpha_{p2}F_1G_p+\alpha_{p3}F_2G_{p-1}+\ldots+\alpha_{pp}F_{p-1}G_2\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{21}F_2G_1+\alpha_{22}F_3G_p+\alpha_{23}F_4G_{p-1}+\ldots+\alpha_{2p}F_1G_2\ldots \end{bmatrix} \quad (8)$$

Funcţiile $X_1,\ldots,X_p$ trebuie să verifice sistemul de ecuaţii cu derivate parţiale

$$E_n[\alpha_{11}F_1G_1+\alpha_{12}F_2G_p+\alpha_{13}F_3G_{p-1}+\ldots+\alpha_{1p}F_pG_2] = \alpha_{21}F_2G_1+\ldots+\alpha_{2p}F_1G_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$
$$E_n[\alpha_{p1}F_pG_1+\alpha_{p2}F_1G_p+\alpha_{p3}F_2G_{p-1}+\ldots+\alpha_{pp}F_{p-1}G_2]=\sigma(\alpha_{11}F_1G_1+\ldots+\alpha_{1p}F_pG_2)$$

Identificînd în (9) ambii membri se obţine sistemul algebric pentru determinarea constantelor α_{ij} şi σ. Acest sistem ne conduce pentru σ la o ecuaţie de grad p. Luăm pentru σ rădăcina reală cea mai mare a acestei ecuaţii. Cu această valoare pentru σ şi fixînd factorul de proporţionalitate ce intervine la rezolvarea sistemului omogen în α_{ij} se găsesc valorile constantelor α_{ij}. In acest fel funcţiile $X_1,\ldots,X_p$ ale produsului sînt determinate.

BIBLIOGRAFIE

1. Oct. Em. Gheorghiu şi B. Cristici: Funcţii omogene în sistem, Bul. Inst. Polit. Timişoara, Tom 2 (16), 1957, p. 15–24.

ОДНОРОДНЫЕ ФУНКЦИИ В СИСТЕМЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Авторы определяют условия, в которых p функции являются однородными в системе или циклически однородными с периодом p. Затем они дают свойства этих функций относительно сложения, умножения на однородную функцию нулевой степени и умножения при $\lambda<0$ и $\mu>0$.

FONCTIONS HOMOGÈNES EN SYSTÈME

(RÉSUMÉ)

Les auteurs définissent les cas où p fonctions sont homogènes en système, ou cycliquement homogènes de période p.

Ils donnent ensuite les propriétés de ces fonctions concernant l'addition, la multiplication par une fonction homogène de degré zéro et la multiplication pour $\lambda>0$ et $\mu>0$.

ASUPRA UNOR SISTEME DE ECUAȚII FUNCȚIONALE MATRICIALE

DE

OCT. EM. GHEORGHIU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. Sistemele de ecuații funcționale date sub formă matricială prin matrici împărțite în blocuri, după cît cunoaștem, nu prea au fost cercetate.

In această comunicare ne rezumăm la cazul matricelor de ordinul 6, circulare, pentru care blocurile sînt matrici tot circulare de ordinul 2 respectiv 3. Elementele acestor matrici sînt funcții de un singur argument și determinarea lor se va face în ipoteze foarte generale.

Fie $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$, $E(x)$ și $F(x)$ cele 6 funcții necunoscute care satisfac sistemul de ecuații funcționale scris sub formă matricială

$$\begin{bmatrix} A(xy) & B(xy) & C(xy) & D(xy) & E(xy) & F(xy) \\ B(xy) & A(xy) & D(xy) & C(xy) & F(xy) & E(xy) \\ E(xy) & F(xy) & A(xy) & B(xy) & C(xy) & D(xy) \\ F(xy) & E(xy) & B(xy) & A(xy) & D(xy) & C(xy) \\ C(xy) & D(xy) & E(xy) & F(xy) & A(xy) & B(xy) \\ D(xy) & C(xy) & F(xy) & E(xy) & B(xy) & A(xy) \end{bmatrix} = \tag{1}$$

$$= \begin{bmatrix} A(x) & B(x) & C(x) & D(x) & E(x) & F(x) \\ B(x) & A(x) & D(x) & C(x) & F(x) & E(x) \\ E(x) & F(x) & A(x) & B(x) & C(x) & D(x) \\ F(x) & E(x) & B(x) & A(x) & D(x) & C(x) \\ C(x) & D(x) & E(x) & F(x) & A(x) & B(x) \\ D(x) & C(x) & F(x) & E(x) & B(x) & A(x) \end{bmatrix} \times$$

$$\times\begin{bmatrix} A(y) & B(y) & C(y) & D(y) & E(y) & F(y) \\ B(y) & A(y) & D(y) & C(y) & F(y) & E(y) \\ E(y) & F(y) & A(y) & B(y) & C(y) & D(y) \\ F(y) & E(y) & B(y) & A(y) & D(y) & C(y) \\ C(y) & D(y) & E(y) & F(y) & A(y) & B(y) \\ D(y) & C(y) & F(y) & E(y) & B(y) & A(y) \end{bmatrix}.$$

Dacă introducem funcţiile conjugate

$$P_1(x) = A(x)+B(x)+C(x)+D(x)+E(x)+F(x) \tag{2}$$
$$P_2(x) = A(x)-B(x)+C(x)-D(x)+E(x)-F(x) \tag{3}$$
$$P_3(x) = A(x)+B(x)+\theta[C(x)+D(x)]+\theta^2[E(x)+F(x)] \tag{4}$$
$$P_4(x) = A(x)-B(x)+\theta[C(x)-D(x)]+\theta^2[E(x)-F(x)] \tag{5}$$
$$P_5(x) = A(x)+B(x)+\theta^2[C(x)+D(x)]+\theta[E(x)+F(x)] \tag{6}$$
$$P_6(x) = A(x)-B(x)+\theta^2[C(x)-D(x)]+\theta[E(x)-F(x)] \tag{7}$$

unde θ şi θ^2 sînt unităţile de bază ale unui sistem de numere hipercomplexe [2] ce satisfac ecuaţia caracteristică $\theta^3=1$, atunci sistemul (1) se transformă în următorul

$$\begin{bmatrix} P_1(xy) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2(xy) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3(xy) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4(xy) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_5(xy) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_6(xy) \end{bmatrix} = \tag{8}$$

$$= \begin{bmatrix} P_1(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2(x) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3(x) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_5(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_6(x) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} P_1(y) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2(y) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3(y) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4(y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_5(y) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_6(y) \end{bmatrix}.$$

Sistemul (8) repetă de şase ori ecuaţia clasică a lui Cauchy

$$f(x\cdot y)=f(x)\cdot f(y)$$

a cărei soluţie generală în condiţii foarte largi este cunoscută [3] şi este dată de

$$f(x)=x^a \qquad (a=\text{const.})$$

Atunci funcţiile $P_i(x)$, conjugate, hipercomplexe, de variabilă reală x vor avea puterea variabilei exprimată prin constante hipercomplexe conjugate. Deci

$$A+B+C+D+E+F=x^m \tag{9}$$

$$A-B+C-D+E-F=x^n \tag{10}$$

$$A+B+\theta[C+D]+\theta^2[E+F]=x^{a_1}\cdot e^{(\theta b_1+\theta^2 c_1)\ln x} \tag{11}$$

$$A-B+\theta[C-D]+\theta^2[E-F]=x^{a_2}\cdot e^{(\theta b_2+\theta^2 c_2)\ln x} \tag{12}$$

$$A+B+\theta^2[C+D]+\theta[E+F]=x^{a_1}\cdot e^{(\theta^2 b_1+\theta c_1)\ln x} \tag{13}$$

$$A-B+\theta^2[C-D]+\theta[E-F]=x^{a_2}\cdot e^{(\theta^2 b_2+\theta c_2)\ln x} \tag{14}$$

unde m, n, a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 sînt constante arbitrare reale.

Introducînd cosinuşii lui P. Appell [1] ap_1u, ap_2u, ap_3u în locul exponenţialelor din (11), (12), (13) şi (14) şi rezolvînd sistemul (9)—(14) în privinţa funcţiilor $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$, $E(x)$ şi $F(x)$, obţinem

$$\begin{aligned}A(x)=\frac{x^m+x^n}{6}+\frac{x^{a_1}}{6}\{&ap_1(b_1\ln x)[2ap_1(c_1\ln x)-ap_2(c_1\ln x)-ap_3(c_1\ln x)]+\\&+ap_2(b_1\ln x)[2ap_2(c_1\ln x)-ap_1(c_1\ln x)-ap_3(c_1\ln x)]+\\&+ap_3(b_1\ln x)[2ap_3(c_1\ln x)-ap_1(c_1\ln x)-ap_2(c_1\ln x)]\}+\\&+\frac{x^{a_2}}{6}\{ap_1(b_2\ln x)[2ap_1(c_2\ln x)-ap_2(c_2\ln x)-ap_3(c_2\ln x)]+\\&+ap_2(b_2\ln x)[2ap_2(c_2\ln x)-ap_1(c_2\ln x)-ap_3(c_2\ln x)]+\\&+ap_3(b_2\ln x)[2ap_3(c_2\ln x)-ap_1(c_2\ln x)-ap_2(c_2\ln x)]\}.\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}B(x)=\frac{x^m-x^n}{6}+\frac{x^{a_1}}{6}\{&ap_1(b_1\ln x)[2ap_1(c_1\ln x)-ap_2(c_1\ln x)-ap_3(c_1\ln x)]+\\&+ap_2(b_1\ln x)[2ap_2(c_1\ln x)-ap_1(c_1\ln x)-ap_3(c_1\ln x)]+\\&+ap_3(c_1\ln x)[2ap_3(c_1\ln x)-ap_1(c_1\ln x)-ap_2(c_1\ln x)]\}-\\&-\frac{x^{a_2}}{6}\{ap_1(b_2\ln x)[2ap_1(c_2\ln x)-ap_2(c_2\ln x)-ap_3(c_2\ln x)]+\\&+ap_2(b_2\ln x)[2ap_2(c_2\ln x)-ap_1(c_2\ln x)-ap_3(c_2\ln x)]+\\&+ap_3(b_2\ln x)[2ap_3(c_2\ln x)-ap_1(c_2\ln x)-ap_2(c_2\ln x)]\}.\end{aligned} \tag{16}$$

. . . . . .

Soluţiile $C(x)$ şi $E(x)$ respectiv $D(x)$ şi $F(x)$ se obţin din $A(x)$ respectiv $B(x)$ permutînd în mod circular coeficienţii lui ap_1u, ap_2u şi ap_3u în parantezele { }.

Acum se poate spune că: *soluţia generală a sistemului de ecuaţii funcţionale* (1) *se exprimă cu ajutorul cosinuşilor lui P. Appell prin* (15), (16) *şi analoagele şi conţine 8 constante reale arbitrare.*

2. Fie tot aşa şase funcţii necunoscute de un argument $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$, $E(x)$ şi $F(x)$ care satisfac un sistem de ecuaţii funcţionale, care scris matricial, se prezintă împărţit în blocuri de matrici circulare de ordinul 3. Infăţişarea sistemului este următoarea

$$\begin{bmatrix} A(xy) & B(xy) & C(xy) & D(xy) & E(xy) & F(xy) \\ C(xy) & A(xy) & B(xy) & F(xy) & D(xy) & E(xy) \\ B(xy) & C(xy) & A(xy) & E(xy) & F(xy) & D(xy) \\ D(xy) & E(xy) & F(xy) & A(xy) & B(xy) & C(xy) \\ F(xy) & D(xy) & E(xy) & C(xy) & A(xy) & B(xy) \\ E(xy) & F(xy) & D(xy) & B(xy) & C(xy) & A(xy) \end{bmatrix} = \tag{17}$$

$$= \begin{bmatrix} A(x) & B(x) & C(x) & D(x) & E(x) & F(x) \\ C(x) & A(x) & B(x) & F(x) & D(x) & E(x) \\ B(x) & C(x) & A(x) & E(x) & F(x) & D(x) \\ D(x) & E(x) & F(x) & A(x) & B(x) & C(x) \\ F(x) & D(x) & E(x) & C(x) & A(x) & B(x) \\ E(x) & F(x) & D(x) & B(x) & C(x) & A(x) \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} A(y) & B(y) & C(y) & D(y) & E(y) & F(y) \\ C(y) & A(y) & B(y) & F(y) & D(y) & E(y) \\ B(y) & C(y) & A(y) & E(y) & F(y) & D(y) \\ D(y) & E(y) & F(y) & A(y) & B(y) & C(y) \\ F(y) & D(y) & E(y) & C(y) & A(y) & B(y) \\ E(y) & F(y) & D(y) & B(y) & C(y) & A(y) \end{bmatrix}.$$

Dacă se aplică aceeaşi metodă ca în § 1, sîntem nevoiţi să introducem funcţiile conjugate

$$P_1(x) = A(x) + B(x) + C(x) + D(x) + E(x) + F(x) \tag{18}$$

$$P_2(x) = A(x) + B(x) + C(x) - D(x) - E(x) - F(x) \tag{19}$$

$$P_3(x) = A(x) + \theta B(x) + \theta^2 C(x) + D(x) + \theta E(x) + \theta^2 F(x) \tag{20}$$

$$P_4(x) = A(x) + \theta B(x) + \theta^2 C(x) - D(x) - \theta E(x) - \theta^2 F(x) \tag{21}$$

$$P_5(x)=A(x)+\theta^2 B(x)+\theta C(x)+D(x)+\theta^2 E(x)+\theta F(x) \tag{22}$$

$$P_6(x)=A(x)+\theta^2 B(x)+\theta C(x)-D(x)-\theta^2 E(x)-\theta F(x). \tag{23}$$

Aceste funcţii transformă sistemul (17) într-un sistem care repetă ecuaţia funcţională

$$P(xy)=P(x)\cdot P(y).$$

Ţinînd seama de soluţiile obţinute pentru funcţiile $P_i(x)$ sistemul de substituţii (18)—(23) devine sistemul ce determină funcţiile căutate $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$, $D(x)$, $E(x)$ şi $F(x)$. Avem

$$A+D+B+E+C+F=x^m \tag{24}$$

$$A-D+B-E+C-F=x^n \tag{25}$$

$$A+D+\theta[B+E]+\theta^2[C+F]=x^{a_1}\cdot e^{(\theta b_1+\theta^2 c_1)\ln x} \tag{26}$$

$$A-D+\theta[B-E]+\theta^2[C-F]=x^{a_2}\cdot e^{(\theta b_2+\theta^2 c_2)\ln x} \tag{27}$$

$$A+D+\theta^2[B+E]+\theta[C+F]=x^{a_1}\cdot e^{(\theta^2 b_1+\theta c_1)\ln x} \tag{28}$$

$$A-D+\theta^2[B-E]+\theta[C-F]=x^{a_2}\cdot e^{(\theta^2 b_2+\theta c_2)\ln x}. \tag{29}$$

Acest sistem se obţine din (9)—(14) prin următoarele înlocuiri

$$\begin{matrix} A \rightleftarrows A & F \rightleftarrows F \\ B \rightleftarrows D & C \rightleftarrows E \end{matrix} \tag{30}$$

Deci soluţia generală a sistemului (17) se obţine imediat din soluţia generală a lui (1) şi reciproc în baza lui (30).

In concluzie, sistemele matriciale (1) şi (17) au acelaşi ansamblu de soluţii deşi blocurile în care se descompun sînt de ordine diferite, 2 respectiv 3.

О НЕКОТОРЫХ СИСТЕМАХ МАТРИЦЕВЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор предлагает общее решение матрицевых функциональных уравнений (1) и (17) выражаемых круговимы системами матриц 2-го или 3-го порядка.

Общее решение одной системы на основании соответствия (30) сводится к решению другой. Она выражается косинусами П. Аппеля ap_1u, ap_2u и ap_3u и содержит 8 произвольных постоянных.

SUR QUELQUES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS FONCTIONNELLES MATRICIELLES

(RESUMÉ)

L'auteur cherche la solution générale pour les équations fonctionnelles matricielles (1) et (17) qui sont exprimées par sous-matrices circulaires de

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

deuxième et troisième ordre. La solution générale d'un système, conformément à la correspondance (30) se réduit à la solution de l'autre. La solution est exprimée par les cos. de P. Appell ap_1u, ap_2u, ap_3u et elle contient huit constantes arbitraires.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Appell, Acad. Sci. Paris, 1877, C.R. t. 84, pp. 540, 1378.
2. M. Roşculeţ, Studii şi Cercetări Matem. 1954, t. 5, nr. 3—4, pp. 361—401. (Teză).
3. W. Sierpinski, Fund. Math. 1920, t. I, p. 125.

DESPRE FORMA ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE LINIARE OMOGENE ALE CĂROR SOLUȚII SATISFAC RELAȚII FUNCȚIONALE DATE

DE

B. CRSTICI

Comunicare prezentată în sesiunea V-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 29—31 martie 1957

In lucrarea sa „Asupra ecuațiilor diferențiale liniare" Acad. Miron Nicolescu dă condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația diferențială liniară și omogenă

$$L_n(y)=\sum_{i=0}^{n} a_i\, y^{(n-i)}=0 \tag{1}$$

să admită $k+1$ soluții de forma

$$y,\ yx,\ yx^2,\ \ldots,\ yx^k;\quad k\leqq n-1. \tag{2}$$

In cele ce urmează dăm condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația (1) să admită $k+1$ soluții de forma

$$y,\ y\varphi,\ y\varphi^2,\ \ldots,\ y\varphi^k;\quad k\leqq n-1 \tag{2'}$$

unde $\varphi=\varphi(x)$ este o funcție regulată.

Plecînd de la relația

$$L_n(y\varphi)=\varphi L_n(y)+\frac{\varphi'}{1!}L_n'(y)+\ldots+\frac{\varphi^{(n)}}{n!}L_n^{(n)}(y) \tag{3}$$

unde

$$L_n^{(i)}(y)=\sum_{k=0}^{n-i}(n-k)\,(n-k-1)\ldots(n-k-i+1)\,a_k\,y^{(n-k-i)} \tag{4}$$

din aproape în aproape ajungem la identitatea

$$L_n(y\varphi^k)=\varphi^k L_n(y)+C_k^1\varphi^{k-1}L_{n-1}(y)+\ldots+L_{n-k}(y). \tag{5}$$

Aici am notat

$$L_{n-k}(y)=\sum_{i=1}^{n-k+1}\frac{\varphi^{(i)}}{i!}L_{n-k+1}^{(i)} \tag{6}$$

adică

$$L_{n-k}(y)=\sum_{j=k}^{n}\sum_{i_1,\ldots,i_k=1}^{j-k+1}\frac{\varphi^{(i_1)}\ldots\varphi^{(i_k)}}{i_1!\ldots i_k!}L_n^{(j)}(y);\quad i_1+\ldots+i_k=j. \tag{6'}$$

Pe baza identității (5) putem enunța teorema:

Condiția necesară și suficientă pentru ca ecuația (1) *să admită soluțiile* (2') *este ca ecuațiile*

$$L_n(y)=0,\quad L_{n-1}(y)=0,\quad L_{n-2}(y)=0,\ldots,\quad L_{n-k}(y)=0 \tag{7}$$

să admită o soluție comună.

In cazul $k=n-1$ ultima din ecuațiile (7) este de ordinul 1

$$y'+\left(\frac{1}{n}p+\frac{n-1}{2}\frac{\varphi''}{\varphi'}\right)y=0,\quad p=\frac{a_1}{a_0}. \tag{8}$$

Soluția acestei ecuații este

$$y=(\varphi')^{\frac{1-n}{2}}e^{-\frac{1}{n}\int_{x_0}^{x}p\,dx}. \tag{9}$$

Rezultă că (9) este soluția comună ecuațiilor (7) în cazul $k=n-1$. In acest caz soluțiile (2'), în care y are valoarea (9), formează un sistem fundamental de soluții pentru ecuația (1). Avînd sistemul fundamental de soluții putem scrie ecuația corespunzătoare

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_1\varphi & \ldots & y_1\varphi^{n-1} & y \\ y_1' & (y_1\varphi)' & \ldots & (y_1\varphi^{n-1})' & y' \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ y_1^{(n)} & (y_1\varphi)^{(n)} & \ldots & (y_1\varphi^{n-1})^{(n)} & y^{(n)} \end{vmatrix}=0 \tag{10}$$

în care y_1 are valoarea din (9). Coeficienții acestei ecuații depind de p, φ și derivatele acestora. Este interesant de observat că cel puțin la ecuațiile de ordinul 2, 3 și 4 funcția $\varphi(x)$ intră în expresia coeficienților ecuației (10) numai prin schwarzianul său $\{\varphi\}$ și derivatele acestuia. Astfel ecuațiile de forma (10) de ordinul 3 și 4 sînt

$$y'''+py''+\left[\frac{1}{3}p^2+p'+2\{\varphi\}\right]y'+$$

$$+\left[\frac{1}{27}p^3+\frac{1}{3}pp'+\frac{1}{3}p''+\frac{2}{3}p\{\varphi\}+\{\varphi\}'\right]y=0; \tag{11}$$

$$y^{IV}+py'''+\left[\frac{3}{8}p^2+\frac{3}{2}p'+5\{\varphi\}\right]y''+\left[\frac{1}{16}p^3+\frac{3}{4}pp'+p''+\right.$$
$$\left.+\frac{5}{2}p\{\varphi\}+5\{\varphi\}'\right]y'+\left[\frac{1}{256}p^4+\frac{3}{32}p^2p'+\frac{1}{4}pp''+\frac{3}{16}p'^2+\frac{1}{4}p'''+\right.$$
$$\left.+\frac{5}{16}p^2\{\varphi\}+\frac{5}{4}p'\{\varphi\}+\frac{5}{4}p\{\varphi\}'+\frac{9}{4}\{\varphi\}'^2+\frac{3}{2}\{\varphi\}''\right]y=0. \quad (12)$$

Soluția generală a ecuației (10) este

$$y=(\varphi')^{\frac{1-n}{2}}e^{-\frac{1}{n}\int_{x_0}^{x}pdx}[C_0+C_1\varphi+\ldots+C_{n-1}\varphi^{n-1}]. \quad (13)$$

De aici se vede că în cazul $\varphi(x)=x$, (10) ne dă o clasă de ecuații diferențiale liniare omogene cu coeficienți variabili care în urma schimbării de funcție

$$y=ze^{-\frac{1}{n}\int_{x_0}^{x}pdx} \quad (14)$$

se reduc la

$$z^{(n)}=0. \quad (15)$$

In cazul $\varphi(x)=e^{\alpha x}$, (10) se reduce în urma aceleiași schimbări de funcție la o ecuație diferențială liniară omogenă cu coeficienți constanți a cărei ecuație caracteristică are rădăcinile în progresie aritmetică

$$\frac{\alpha(1-n)}{2}, \frac{\alpha(3-n)}{2}, \ldots, \frac{\alpha(n-1)}{2}. \quad (16)$$

In fine pentru $\varphi(x)=\ln x$, (10) ne dă o a treia clasă de ecuații diferențiale liniare omogene cu coeficienți variabili care în urma schimbării de funcție (14) se reduc la ecuații de tip Euler a căror ecuație caracteristică are rădăcina $r=\frac{n-1}{n}$ multip'ă de ordinul n.

О ВИДЕ ОДНОРОДНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИИ РЕШЕНИЯ КОТОРЫХ УДОВЛЕТВОРЯЮТ ЗАДАННЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор изучает однородные ленейные дифферниальные уравнения решение которых удовлетворят функциональную зависимость:

$$y_{i+1}=y_1\varphi^i;\quad i=0,1\ldots,k;\quad k\leqslant n-1$$

Пишет однородные линейные дифференциальные уравнения третьей и четвертой степени, допускающие основную систему решений вида y, $y\varphi$, $y\varphi^2$ соответственно y, $y\varphi$, $y\varphi^2$, $y\varphi^3$. Принимая $\varphi=x$, $\varphi=e^{\alpha x}$ и $\varphi=\ln x$

указывает метод интегрирования некоторых классов однородных линейных уравнений третьей и четвертой степени, метод, который может быть распространен к любой степени.

SUR LA FORME DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES DONT LES SOLUTIONS SATISFONT À CERTAINES RELATIONS FONCTIONNELLES

(RÉSUMÉ)

L'auteur présente une étude sur les équations différentielles linéaires homogènes dont les solutions satisfont à la relation fonctionnelle.

$$y_{i+1}=y_1\varphi^i;\quad i=0,1,\ldots k;\quad k\leq n-1.$$

Il écrit les équations différentielles linéaires homogènes du troisième et quatrième ordre qui admettent un système fondamental de solutions de la forme y, $y\varphi$, $y\varphi^2$ respectivement y, $y\varphi$, $y\varphi^2$, $y\varphi^3$. En considérant $\varphi=x$, $\varphi=e^{ax}$ et $\varphi=\ln x$ il indique des méthodes d'intégration de certaines classes d'équations liairesé homogénes du troisième et quatrième ordre, ces méthodes pouvant être appliquées à tout ordre.

BIBLIOGRAFIE

1. N. N. Mihăileanu, Asupra ecuaţiilor diferenţiale liniare Bul. Polit. din Bucureşti XVII, 2—3, 1948.

CÎTEVA PROPRIETĂȚI ALE FORȚELOR DE INERȚIE

DE

C. SIMOI

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Forțele de inerție au fost introduse în mecanică cu rolul de factori compensatori ai forțelor acceleratoare, fiind egale și de sens contrar cu acestea. Ele apar active și măsurabile numai în sisteme accelerate de observare, cînd au același sens cu accelerația aparentă a mobilului. Pentru observatori inerțiali, forțele de inerție au întotdeauna sens contrar sensului accelerației reale a mobilului.

1. POTENȚIALUL FORȚELOR DE INERȚIE

Forțele de inerție reactive pot fi derivate indirect din potențialele forțelor acceleratoare cu care sînt egale și de sens contrar. În cazul general e însă nevoie de un potențial propriu.

În baza legii conservării energiei, indiferent dacă forțele de inerție sînt active sau reactive, lucrul mecanic săvîrșit la compensarea în timp a lor, se acumulează într-o variație a energiei cinetice. Evident că, pentru un sistem de masă m expresia componentei forței de inerție după axa Ox este :

$$F_x = -\frac{d}{dx}\left(\frac{mv^2}{2}\right) \tag{1}$$

Introducînd în mod convențional, prin analogie cu potențialul electric și gravitațional, *potențialul inerțial* K ce reprezintă lucrul mecanic săvîrșit asupra unității de masă, intensitatea cîmpului inerțial J_x se obține din relația :

$$J_x = \frac{F}{m} = -\operatorname{grad}_x\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\operatorname{grad}_x K \tag{2}$$

Cînd se deplasează pe o direcție oarecare, cu viteze diferite, un mobil se găsește la potențiale de inerție diferite. Definit prin lucrul mecanic săvîrșit pentru a accelera unitatea de masă de la viteza nulă la viteza v oarecare, *potențialul inerțial are semnul vitezei căreia corespunde,* diferențele de potențial calculîndu-se algebric. Este evident că lucrul mecanic

de de la potențialul accelerare $-\frac{v^2}{2}$ la $+\frac{v^2}{2}$ pe un parcurs, este egal cu cel corespunzător accelerării de la starea de repaus la potențialul $\frac{2v^2}{2}$, adică: $K_2-K_1=\frac{v^2}{2}-\left(-\frac{v^2}{2}\right)$.

Pentru că forța de inerție $F=mJ$ după cum energia cinetică T este legată de potențialul inerțial prin relația $T=mK$, vom evalua numai cîmpul inerțial J din potențialul K, ținînd seama că elementul de spațiu $dr=vdt$:

$$J_x=-\operatorname{grad}_x K=\frac{d}{dx}\left(\frac{v_x^2}{2}\right)=-\frac{d}{dv_x}\left(\frac{v_x^2}{2}\right)\frac{dv_x}{dx}=-\frac{dv_x}{dt} \tag{4}$$

iar

$$F_i=-m\operatorname{grad}_x K=-\frac{dv_x}{dt}.$$

Forța de inerție se anulează odată cu accelerația, indiferent de nivelul potențialului K.

2. CIMPURILE INERȚIALE CENTRALE

Cîmpul inerțial, în mecanică, are sens numai în spațiile ocupate de mase materiale. Totuși, în anumite cazuri, cînd v nu depinde ca mărime de timp, ca la mișcarea de rotație uniformă, a unui corp rigid, configurația spațială a cîmpului inerțial ia forme analoage altor cîmpuri.

$$J_x=-\frac{d(\omega^2r^2)}{dr}=\omega^2r. \tag{5}$$

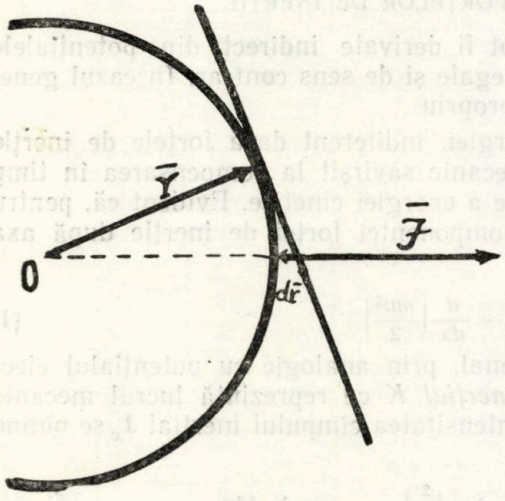


Fig. 1.

Din cauză că dr e de sens contrar lui r, J apare cu același sens ca și r, spre deosebire de cazul anterior.

Spațiul ocupat de un corp rigid, considerat omogen și în rotație uniformă, este sediul manifestării unui cîmp inerțial radial a cărui intensitate este proporțională cu depărtarea de la axa de rotație. Fiind un cîmp reactiv, el nu produce accelerații dar participă activ la stabilirea echilibrului mecanic al maselor sub acțiunea altor forțe. Caracterul reactiv al cîmpului inerțial mecanic exprimă într-un anumit fel legea inerției newtoniene.

Remarcăm că $J(r)$ depinde de rază ca și intensitatea cîmpului electric și gravitațional, dar în alt mod. Intensitatea cîmpului de inerție

radial, în sistemele rotitoare apare invers proporţională cu curbura traiectoriei în punctul considerat.

Potenţialul de inerţie al unui punct din spaţiul rotitor este o măsură a lucrului mecanic necesar pentru a transporta unitatea de masă din centrul sistemului pînă în punctul considerat, luînd viteza acestuia.

3. CIMPURILE INERŢIALE TANGENŢIALE

Intr-un spaţiu omogen şi rotitor, avînd momentul de inerţie I forţa acceleratoare F într-un punct situat la depărtarea r de ax, este evident:

$$F = \frac{I}{R}\frac{d\omega}{dt}. \tag{6}$$

Deoarece momentul accelerator depinde de rază, forţa de inerţie depinde şi ea de raza parcursului pe care este evaluată, fiind invers proporţională cu ea.

Dacă forţa acceleratoare acţionează pe parcursul R, forţele inerţiale sînt generate tangenţial şi în sens invers, iar lucrul mecanic corespunde forţei inerţiale de pe acest parcurs, fiind pentru un circuit închis:

$$L = \int_0^{2\pi R} \bar{F}\,d\bar{s} = I\int_0^{2\pi} \frac{1}{R}\frac{d\omega}{dt} R\,d\alpha = I\int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega\,d\omega = I\left(\frac{\omega_2^2}{2} - \frac{\omega_1^2}{2}\right). \tag{7}$$

Rezultă de aci că lucrul mecanic efectuat împotriva forţei de inerţie, pe un parcurs închis este echivalent cu variaţia energiei cinetice de rotaţie a sistemului şi nu depinde de raza parcursului.

Lucrul mecanic al unei forţe pe un parcurs geometric închis, astfel încît să cuprindă şi axul de rotaţie în interiorul parcursului, este acelaşi la un sistem inerţial omogen şi rotitor, pentru toate parcursurile dintr-un plan de rotaţie dat.

Această proprietate aminteşte o însuşire analoagă a travaliilor mecanice în cîmpul magnetic produs de un curent electric liniar.

Intr-adevăr relaţia (7) se mai poate scrie:

$$\oint \bar{F}\,d\bar{s} = 2\pi RF \tag{8}$$

care este analoagă cu forma particulară a teoremei lui Ampère din electromagnetism, referitoare la intensitatea H a cîmpului magnetic.

$$\oint \bar{H}\,d\bar{s} = 2\pi RH$$

Dacă parcursul închis pe lungimea căruia se produce acţiunea accelератoare *nu cuprinde axul de rotaţie,* în baza relaţiei (7), se poate scrie:

$$\oint F d\bar{s} = 0 \qquad (9)$$

ceea ce de asemenea corespunde formal cazului cîmpului magnetic al unui curent liniar.

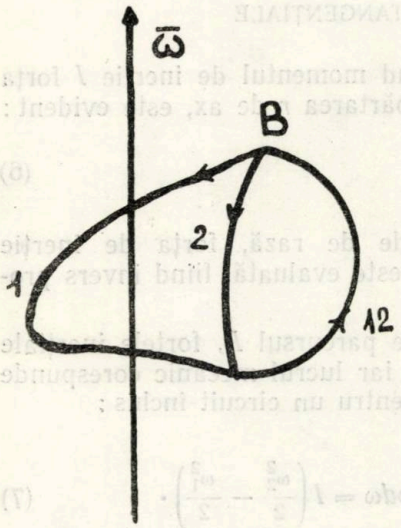


Fig. 2.

Intr-adevăr, parcurgînd în figura 2 drumul închis„ plecînd din punctul *A,* pe circuitul *1* se obţine egalitatea (7) iar pe circuitul *2* porţiunea *AB* necesită travaliul L_{AB}:

$$L_{AB} = \int_A^B F d\bar{s} = I\left(\frac{\omega_B^2}{2} - \frac{\omega_A^2}{2}\right). \qquad (10)$$

Pe porţiunea *BA* parcursă în sensul invers al rotaţiei, se obţine:

$$L_{BA} = \int_B^A F d\bar{s} = I\left(\frac{\omega_A^2}{2} - \frac{\omega_B^2}{2}\right). \qquad (11)$$

Pentru circuitul închis pe drumul 2, fără a include axul de rotaţie, travaliul total este deci:

$$L_{A2A} = L_{AB} + L_{BA} = 0.$$

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИЛ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Дается определение потенциала $K = \frac{v^2}{2}$ и расчитываются производные инерциальных сил действующих на некоторую массу, ускоренную на определенном пути (1), (2), (3), (4), (5). Этот потенциал имеет алгебраический знак скорости по отношению к неподвижному наблюдателю.

В дальнейшем выводится радиальная инерциальная сила к равномерно вращающимся пространствам J_r, являющаяся производным от того же потенциала расчитанным в (5).

Беря работу на замкнутом пути в инерциальном вращающемся поле, устанавливается, что она равняется изменению кинетической энергии на пути окружающем вращающеюся ось и равняется нулю на пути не окружающем ее.

Зависимость (8) принимает таким образом вид теоремы Ампера из электромагнетизма.

BIBLIOGRAFIE

1. A. I. Nekrasov, *Curs de mecanică teoretică,* Edit. Tehnică, Buc. 1955.
2. G. Joos, *Lehrbuch der Theoretischen Physik,* Leipzig 1956.

QUELQUES PROPRIÉTÉS DES FORCES D'INERTIE

(RÉSUMÉ)

On définit un potenţiel $K = \frac{v^2}{2}$ d'où on dérive les forces d'inertie qui agissent sur une masse accélérée sur un parcours (1), (2), (3), (4). Ce potentiel a le signe algébrique de la vitesse par rapport à l'observateur en repos.

Puis on introduit un champ d'inertie radial dans les éspaces, qui sont en rotation uniforme J_r ; ce champ dérive en (5) du même potentiel.

Considérant le travail mécanique sur un parcours fermé dans un champ d'inertie en rotation, on constate qu'il est égal à la variation de l'énergie cinétique quand on fait le tour de l'axe de rotation et qu'il est nul, quand on ne fait pas ainsi le tour de cette axe. La rotation (8) revêt donc la forme du théorème d'Ampère du domaine de l'électromagnétisme.

CONTRIBUȚII LA CALCULUL AMORTIZOARELOR MIXTE

DE

V. BERINDEAN

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Amortizoarele mixte sînt un mijloc foarte important pentru combaterea oscilațiilor de torsiune. Prin introducerea unei amortizări, spre deosebire de amortizorul dinamic simplu, se poate realiza o amortizare bună și în cazul cînd pulsația forțelor perturbatoare variază în limite largi. Fapt care îl face propriu utilizării la motoarele de tracțiune, constituind astfel o importantă măsură constructivă pentru evitarea ruperii arborilor cotiți de la motoarele Diesel de tracțiune.

1. SISTEMUL CU O MASĂ CU AMORTIZOR

a) Stabilirea ecuațiilor de funcționare. Mișcarea sistemului principal.

În fig. 1 este reprezentată schema unui sistem ale cărui oscilații urmează să fie amortizate compus din masa m_1 și un arc a cărui rigiditate este C_1. Asupra masei m acționează o forță periodică $F = F_0 \cos \Omega t$. Amplitudinea F_0 se consideră constantă, iar frecvența variabilă, ceea ce corespunde aproximativ cu excitația dată de forțele gazelor la un motor cu turația variabilă. Amortizarea proprie a sistemului se neglijează față de amortizarea amortizorului.

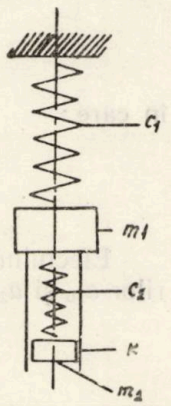


Fig. 1. Schema unui sistem cu o masă cu amortizor

În legătură cu sistemul principal compus din m_1 și C_1 avem un amortizor compus din masă m_2 arcul cu rigiditatea C_2 pe lîngă acțiunea cărora mai avem o forță de frecare care frînează mișcarea relativă a maselor m_1 și m_2.

Elementele sistemului de amortizare trebuiesc astfel determinate încît mișcările masei m_1 în tot domeniul frecvențelor forței excitatoare să aibă amplitudinea minimă în tot domeniul de funcționare.

Ecuațiile de echilibru se stabilesc din condițiile de echilibru ale forțelor :

La masa m_1 trebuie să avem în echilibru :

1. Forța arcului cu rigiditatea C_1 : $C_1 a_1$;

2. Forța masei m_1 : $m_1 \frac{d^2a_1}{dt^2}$;

3. Forța arcului C_1 : $C_1(a_1-a_2)$;

4. Forța de amortizare : $K\left(\frac{da_1}{dt}-\frac{da_2}{dt}\right)$, în care K este factorul de amorzare, iar forța de amortizare se consideră proporțională cu viteza oscilației.

5. Forța excitatoare : $F=F_0\cos\Omega t$.

La masa m_2 avem în echilibru :

1. Forța arcului cu rigiditatea C_2 : $C_2(a_2-a_1)$

2. Forța de amortizare : $K\left(\frac{da_2}{dt}-\frac{da_1}{dt}\right)$;

3. Forța de inerție a masei m_2 : $m_2 \frac{d^2a_2}{dt^2}$

Avem astfel următorul sistem de ecuații diferențiale simultane :

$$m_1\frac{d^2a_1}{dt^2}+C_1a_1+C_2(a_1-a_2)+K\left(\frac{da_1}{dt}-\frac{da_2}{dt}\right)=F_0\cos\Omega t$$

$$m_2\frac{d^2a_2}{dt^2}+C_2(a_2-a_1)+K\left(\frac{da_2}{dt}-\frac{da_1}{dt}\right)=0.$$

Pentru a ușura rezolvarea aplicăm metoda amplitudinilor și parametrilor complecși.

$$\bar{a}_1[(C_1+C_2-m_1\Omega^2)+jK\Omega]-\bar{a}_2(C_2+jK\Omega)=F_0$$

$$\bar{a}_2[(C_2-m_2\Omega^2)+jK\Omega]-\bar{a}_1(C_2+jK\Omega)=0$$

Rezultă :

$$\bar{a}_1=\frac{F_0[(C_2-m_2\Omega^2)+jK\Omega]}{\Delta_1+jK\Omega\Delta_2}$$

$$\bar{a}_2=\frac{F_0(C_2+jK\Omega)}{\Delta_1+jK\Omega\Delta_2}$$

în care :

$$\Delta_1=(C_1-m_1\Omega^2)(C_2-m_2\Omega^2)-C_2m_2\Omega^2$$

$$\Delta_2=C_1-\Omega^2(m_1+m_2)$$

Efectuînd calculele modulului lui $\bar{a}_1$ și $\bar{a}_2$ respectiv amplitudinile mișcărilor a_{10} și a_{20} sînt :

$$a_{10}=F_0\sqrt{\frac{(C_2-m_2\Omega^2)^2+K^2\Omega^2}{\Delta_1^2+K^2\Omega^2\Delta_2^2}}$$

$$a_{20}=F_0\sqrt{\frac{C_2^2+K^2\Omega^2}{\Delta_1^2+K^2\Omega^2\Delta_2^2}}$$

iar argumentele :

$$\varphi_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{K\Omega\,[\Delta_1 - (C_2 - m_2\Omega^2)\,\Delta_2]}{(C_2 - m_2\Omega^2)\,\Delta_1 + K^2\Omega^2\Delta_2}$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arc\,tg} \frac{K\Omega\,(\Delta_1 - C_2\Delta_2)}{C_2\Delta_1 + K^2\Omega^2\Delta_2}.$$

Pentru o reprezentare mai clară a rezultatelor este avantajos să se introducă mărimi fără dimensiuni.

Raportul maselor : $q = \frac{m_2}{m_1}$ mărimea specifică a amortizorului

Raportul rigidităţilor $\gamma = \frac{C_2}{C_1}$

Coeficientul specific de amortizare $\varkappa = \frac{K\omega_1}{C_2}$

Frecvenţa circulară $\omega_1 = \sqrt{\frac{C_1}{m_1}}$

Raportul frecvenţelor $\varphi = \frac{\Omega}{\omega_1}$

$$\varphi_A = \frac{\Omega}{\omega_2}$$

Frecvenţa circulară $\omega_2 = \sqrt{\frac{C_2}{m_2}}$

Raportul $\frac{\varphi_A}{\varphi} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}$

Factorul de amplificare a sistemului principal :

$$A_1 = \frac{a_{10}}{a_{st}} = \frac{a_{10}C_1}{F_0}$$

în care a_{st} — deplasarea sub acţiunea forţei statice F : $\frac{F_0}{a_{st}} = \frac{F_0}{C_1}$

$$A_1 = \sqrt{\frac{(C_2 - m_2\Omega^2)^2 + K^2\Omega^2}{\Delta_1^2 + K^2\Omega^2\Delta_2^2}}\, C_1^2.$$

Cu notaţiile date mai sus rezultă :

$$A_1 = \sqrt{\frac{(1-\varphi_A^2)^2 + \varkappa^2\varphi^2}{[(1-\varphi^2)(1-\varphi_A^2) - q\varphi^2]^2 + \varkappa^2\varphi^2(1-\varphi^2-q\varphi^2)^2}}.$$

Variaţia factorului de amplificare în funcţie de φ^2 este dată în fig. 2. Dacă nu avem frecare în întregul sistem atunci variaţia lui A_1 are două valori infinite. Dacă frecarea între sistemul principal şi amortizor este infinit de mare avem o singură valoare infinită, în acest caz avem în realitate numai un sistem în oscilaţie.

Pentru valori finite ale lui $\varkappa$ avem curbe cu unul sau cu două maxime. Din diagramă se poate vedea că factorul de amplificarea sistemului principal creşte atît în cazul unei amortizări prea mici cît şi în cazul unei amortizări prea mari. Pentru a obţine efectul cel mai bun de amortizare avem o valoare optimă a coeficientului $\varkappa$, a cărui valoare se deduce pe baza proprietăţilor curbelor din fig. 2.

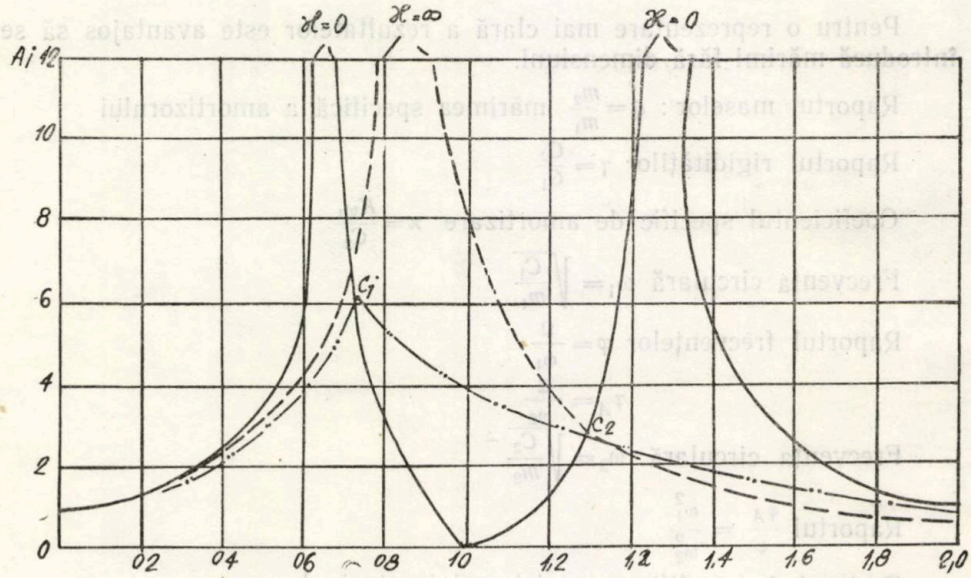


Fig. 2. Variaţia $A_1 = f(\varphi^2)$ pentru diferiţi $\varkappa$.

Toate curbele trec prin următoarele trei puncte: prin punctul: $A_1 = 1$, $\varphi = 0$ şi prin punctele C_1 şi C_2.

Punctele constante C_1 şi C_2 se determină din condiţia ca A_1 — să fie independent de $\varkappa$.

Factorul de amplificare este în acest caz:

$$A_{1C} = \frac{1}{1-\varphi_C^2(1+q)}$$

valoarea lui φ_c se determină din ecuaţia:

$$\frac{(1-\varphi_A^2)^2+\varkappa^2\varphi^2}{[(1-\varphi^2)(1-\varphi_A^2)-q\varphi^2]^2+\varkappa^2\varphi^2[1-\varphi^2(1+q)]^2} = \frac{1}{[1-\varphi^2(1+q)]^2}$$

sau

$$(2+q)\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}\varphi^4 - 2\left[\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}+(1+q)\right]\varphi^2+2=0$$

ținînd seamă de $\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} = \frac{q}{\gamma}$ obținem raportul frecvențelor φ_c corespunzător punctelor comune C_1 și C_2.

$$\varphi_C^2 = \frac{\gamma+q+\gamma q}{q(2+q)} \pm \sqrt{\frac{(\gamma+q+\gamma q)^2}{q^2(2+q)^2} - \frac{2\gamma}{q(2+q)}}$$

Factorul de amortizare specific optim se obține din condiția ca maximul curbei A_1 să fie în punctul constant

Relația $\varkappa_{opt} = \sqrt{\frac{q+(1-q/\gamma\cdot\varphi_C^2)^2}{(1+q)\varphi_C^2}}$ depinde numai de q și prin alegerea lui q și q și γ valoarea lui $\varkappa_{opt}$ este determinată.

Amortizorul trebuie proiectat astfel încît A, în tot domeniul de frecvențe să aibă valorile cele mai mici posibile.

Această condiție este îndeplinită pentru cazul cînd vîrfurile din dreapta și din stînga ale curbei de rezonanță sînt la același nivel (punctele C_1 și C_2).

Pentru o anumită valoare dată a lui q condiția este îndeplinită pentru:

$$\gamma_{opt} = \frac{q}{(1+q)^2}$$

Astfel, A_1, φ_c și $\varkappa_{opt}$ devin

$$A_1 = \sqrt{\frac{2+q}{q}}$$

$$\varphi_C^2 = \frac{1}{1+q}\left[1 \pm \sqrt{\frac{q}{2+q}}\right]$$

$$\varkappa_{opt} = \sqrt{\frac{q+[1-(1+q)^2\varphi_C^2]^2}{(1+q)\varphi_C^2}}$$

Frecvența proprie a amortizorului și raportul

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_2}{m_2}}; \quad \omega_{2\,opt} = \frac{1}{1+q}\omega_1; \quad \frac{\omega_{2\,opt}}{\omega_1} = \frac{1}{1+q}$$

In concluzie se poate stabili că pentru o anumită mărime specifică q, pentru a obține efectul optim trebuie să avem un raport bine determinat al rigidităților arcurilor și un factor de amortizare optim.

2. SISTEMUL CU MAI MULTE MASE CU AMORTIZOR

In majoritatea cazurilor avem sisteme cu mai multe mase, cazul motoarelor policilindrice, a căror tratare exactă din punct de vedere teoretic este dificilă. Se folosesc în acest caz metode aproximative de înlocuirea sistemului cu mai multe mase cu un sistem echivalent cu o singură masă.

Condiţiile de echivalenţă sînt: pulsaţia de oscilaţie proprie trebuie să rămînă aceeaşi, amplitudinea oscilaţiilor se ia egală cu amplitudinea oscilaţiilor punctului sistemului real în care s-a montat amortizorul iar energia oscilaţiilor sistemului echivalent se ia egală cu energia sistemului cu mai multe mase.

Se obţine:

masa echivalentă $m_{ech} = \frac{1}{a_s^2} \sum_{i=1}^{i=n} m_i a_i^2$

rigiditatea echivalentă $C_{ech} = \omega_1^2 m_{ech}$.

Forţa perturbatoare echivalentă rezultă din egalitatea lucrului mecanic al sistemului echivalent cu a sistemului cu mai multe mase dat:

$$T_{ech} = T_k \frac{\sum_{i=1}^{i=n} a_i}{a_s}$$

О РАСЧЕТЕ СМЕШАННЫХ АМОРТИЗАТОРОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Излагается вопрос расчета и проектирования смешанных амортизаторов крутильных колебаний. Методом решения сложными величинами уравнений движений и подходящим выбором особых безразмерных величин устанавливаются отношения для расчета и критерии проектирования этого типа амортизаторов.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL DES AMORTISSEURS MIXTES

(RÉSUMÉ)

Dans cette étude on traite le problème du calcul et de la projection des amortisseurs mixtes d'oscillations de torsion. Par la méthode de résolution des équations de mouvement à l'aide des grandeurs complexes et par le choix convenable des grandeurs spécifiques adimensionnelles, on établit les relations de calcul et les critériums de projection de ce type d'amortisseur.

BIBLIOGRAFIE

1. S. P. Strelcov, *Introducere în teoria oscilaţiilor.* Editura tehnică 1954, p. 66—70.
2. S. D. Ponomarev, *Calculul modern de rezistenţă în construcţia de maşini,* p. 363—365.
3. H. Schrön, *Die Dynamik der Verbrennungskraftmaschine.* Springer-Verlag, Wien, 1947, p. 179—180.

O NOUĂ METODĂ DE PROIECTARE A TURBINELOR KAPLAN

DE

A. BĂRGLĂZAN, membru corespondent al Acad. R.P.R., O POPA

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

A. INTRODUCERE

Orice metodă de proiectare a turbinelor de tip Kaplan se reduce în esență la calculul unor rețele de profile și anume a unor rețele rectilinii. Rețeaua rectilinie este un rezultat al convenției desfășurării suprafeței cilindrice pe care în realitate sînt dispuse profilele.

Caracteristicile hidrodinamice și parametrii geometrici ai rețelei variază în lungul razei rotorului după o lege oarecare. Prin stabilirea acestei legi de variație putem construi paletele rotorului. Felul în care se determină variația caracteristicilor rețelei în lungul razei, tipul de profile ales și modul în care este tratată scurgerea în jurul acestor rețele variază de la o metodă la alta.

Diversitatea tipurilor de profile experimentale și caracteristicile hidrodinamice reale ce însoțesc aceste profile au determinat constructorii de turbine să le prefere celor teoretice. Metoda care utilizează astfel de profile se întemeiază pe o judicioasă alegere a profilelor, ceea ce presupune rutină, iar calculul paletei prin însăși natura profilelor alese comportă neajunsul tatonărilor.

Considerînd acum clasa profilelor teoretice, mai cu seamă profilele de tip Jucovschi, care pe lîngă avantajul unui cîmp de aplicare suficient de extins îl conferă și pe cel al definirii prin parametrii precișI și simpli, se pune în mod firesc întrebarea dacă nu s-ar putea construi o metodă de proiectare scutită de neajunsurile celei precedente.

In cele ce urmează propunem o metodă care definește parametrii geometrici și caracteristicile hidrodinamice ale rețelei respectiv ale paletei, în funcție de datele principale de proiectare: debitul Q, sarcina H, turația respectiv viteza unghiulară ω, considerate constante și raza r.

Pentru a nu prejudicia claritatea expunerii, sacrificăm o parte din conținutul lucrării problemelor generale concernînd profilul Jucovschi.

B. CONSIDERAȚII SUMARE ASUPRA PROFILULUI JUCOVSCHI

1. Parametrii geometrici

Pornind de la funcția de reprezentare:

$$z=\zeta+\frac{q^2}{\zeta} \tag{1}$$

unde ζ este planul cercului generator și z planul fizic, putem determina cu ușurință parametrii geometrici ai profilului Jucovschi.

In continuare vom observa notațiile fig. 1

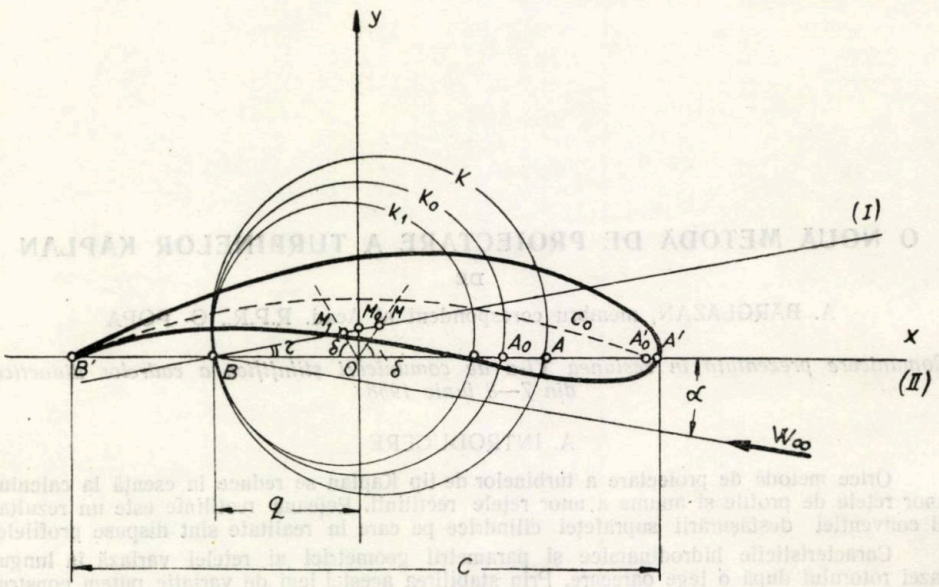


Fig. 1.

unde:

K= cercul generator cu centrul în M (primul cadran)

K_0= cercul generator al scheletului C_0 cu centrul în M_0 pe axa Oy

K_1= inversul cercului generator (cu centrul în M_1)

$\overline{BM}$ sau axa I= axa pe portanță nulă

Axa II (Pe Ox)=axa de moment nul

$\overline{OM}=me^{i\delta}$: afixa centrului M

$\overline{OM_1}$= afixa punctului M_1

δ= argumentul lui $\overline{OM}$ (dreptele $\overline{OM}$ și $\overline{OM_1}$ sînt simetrice față de axa Oy)

$\overline{BM}=a$, raza cercului generator K

$\overline{BM_0}=a_0$, raza cercului K_0

$\overline{BM_1}=a_1$, raza cercului K_1

C= coarda profilului

$\overline{W}$= viteza de la infinit

α= unghiul de incidență

Se demonstrează că [2] [3] [4]:

$\overline{BO}=q$: definește grosimea profilului.

$\overline{OM_0}$= definește curbura.

$\overline{M_0M}$= definește grosimea maximă relativă a profilului.

Vom avea astfel:

a) Parametrul curburii f.

$$\frac{\overline{OM_0}}{q} = \operatorname{tg}\tau \approx \tau \quad \text{(pt. } \tau \text{ f. mic)}$$

deci

$$f = \frac{\overline{OM_0}}{q} \approx \tau. \tag{2}$$

b) Parametrul grosimii μ.

$$\mu = \frac{\overline{M_0M}}{q}. \tag{3}$$

Dacă dorim să definim parametrul grosimii μ, în funcţie de grosimea maximă relativă ε_m avem pentru profilul Jucovschi relaţia aproximativă [2] [3] [4]:

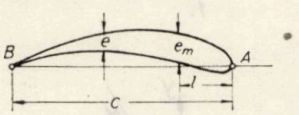
$$\mu \approx \frac{0{,}77\,\varepsilon_m}{1-0{,}6\,\varepsilon_m} \tag{4}$$

unde

$$\varepsilon_m = \frac{e_m}{C} = \frac{\text{grosimea maximă}}{\text{lungimea profilului}}. \tag{5}$$

In cazul profilului Jucovschi grosimea maximă e_m se află situată aproximativ invariabil la $0{,}25\,C$ faţă de bordul de atac, (fig. 2).

Invariabilitatea distribuirii grosimii ar constitui unul din neajunsurile care au determinat evitarea folosirii mai frecvente a acestor profile.



C = coarda profilului
e = grosimea profilului
$l \approx 0{,}25\,C$ poziţia grosimii maxime e_m.

Fig. 2.

c) Lungimea corzii profilului C.

Extremităţile corzii profilului, punctele A' şi B', corespund punctelor A şi B de pe cercul K. Deci conform funcţiei de transformare 1:

$$C = \overline{A'B'} = \left(\zeta + \frac{q^2}{\zeta}\right)_B^A = \left(\zeta_A + \frac{q^2}{\zeta_A}\right) - \left(\zeta_B + \frac{q^2}{\zeta_B}\right)$$

$$C = q + 2m\cos\delta + \frac{q^2}{q + 2m\cos\delta} + 2q. \tag{6}$$

Pentru „m“ foarte mic, (6) devine:

$$C \cong 4q \tag{7}$$

d) Raza cercului generator a,

Conform figurii 1:

$$a = \overline{BM} = \sqrt{q^2 + m^2 + 2qm\cos\delta}$$

$$a = q\sqrt{1 + \frac{m^2}{q^2} + 2\frac{m}{q}\cos\delta} \tag{8}$$

Pentru „m“ foarte mic (8) devine:

$$a \cong q + m\cos\delta. \tag{9}$$

Se mai poate stabili o relaţie pentru raza a, remarcînd că pentru τ suficient de mic putem considera:

$$\overline{M_0M} \approx m\cos\delta$$

astfel conform (3)

$$a \approx q + m\cos\delta = q + \overline{M_0M} = q + \mu q$$

deci:

$$a \approx q(1+\mu) \tag{10}$$

e) Construirea profilului Jucovschi.

Cunoscîndu-se q, f şi μ construirea profilului Jucovschi este posibilă. Reproducem sumar suita operaţiilor conform fig. 3.

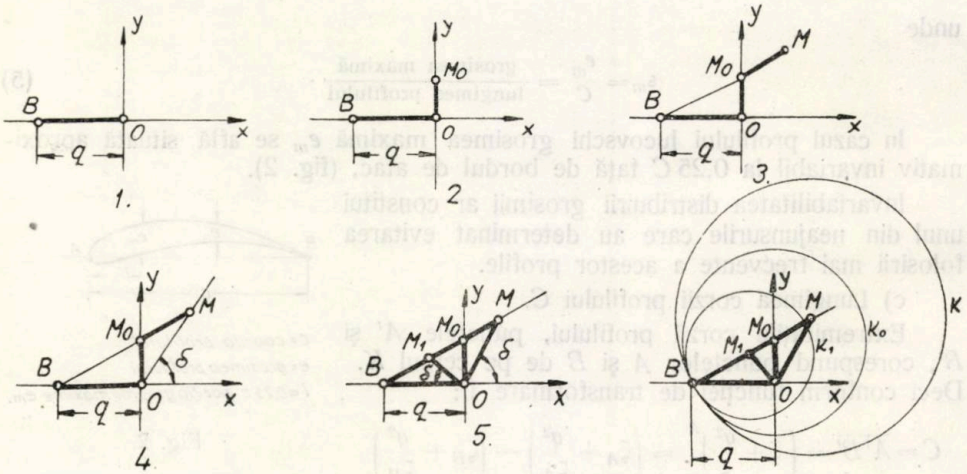


Fig. 3.

1°) Fixăm $\overline{OB} = -q$ pe axa Ox.

2°) Pe Oy fixăm $\overline{OM_0} = fq$.

3°) Pe dreapta $\overline{BM_0}$ fixăm $\overline{M_0M}$.

4°) Ducem prin O şi M o dreaptă.

5°) Ducem $\overline{OM_1}$ dreapta simetrică lui $\overline{OM}$ faţă de axa Oy.

Intersecţia lui $\overline{OM_1}$ cu $\overline{BM}$ determină punctul M_1 centrul cercului K_1.

6°) Cu centrul în M, M_0 şi M_1 şi cu razele $\overline{BM}$, $\overline{BM_0}$ şi $\overline{BM_1}$ se trasează cele trei cercuri K, K_0 şi K_1.

7°) Se aplică apoi metoda grafică Treftz pentru construirea profilului.

2. Caracteristicile hidrodinamice ale profilului Jucovschi

Pornînd de la funcţia de transformare (1) şi de la expresia potenţialului complex:

$$f(\zeta)=-W_\infty\left(\zeta e^{i\alpha}+\frac{a^2e^{-i\alpha}}{\zeta-\mu}\right)-\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln(\zeta-\mu) \tag{11}$$

se pot defini cu uşurinţă caracteristicile hidrodinamice ale profilului.

Astfel vom avea:

a) Circulaţia Γ

$$\Gamma=4\pi a W_\infty \sin(\alpha+\tau). \tag{12}$$

b) Portanţa P

$$P=\rho W_\infty \Gamma=4\pi a\rho W_\infty^2 \sin(\alpha+\tau). \tag{13}$$

c) Momentul M

In raport cu originea:

$$M=2\pi\rho W_\infty^2 q^2 \sin 2\alpha+\rho W_\infty \Gamma m\cos(\alpha+\delta). \tag{14}$$

In raport cu centrul cercului generator:

$$M_M=2\pi\rho W_\infty^2 q^2 \sin 2\alpha \tag{15}$$

In raport cu focarul profilului:

$$M_F=-2\pi\rho q^2 W_\infty^2 \sin 2\tau \tag{16}$$

C. PRELIMINARE LA METODA PROPUSĂ

Ne propunem să realizăm un rotor de turbină Kaplan construit exclusiv din profile Jukovschi. Se ştie însă că pentru construirea rotorilor de turbină se solicită profile dispuse în reţea, iar noi dispunem de valori definite numai pentru funcţionarea izolată a acestor profile. Pentru a trece de la caracteristicile hidrodinamice ale profilului izolat la cele ale profilului dispus în reţea, vom folosi graficele de convertire ale lui Pechin. Aceste grafice sînt determinate cu ajutorul teoriei turbionare a profilelor subţiri şi reproduc comportarea reţelelor de profile din arce de cerc. Cum scheletul profilului Jucovschi este totdeauna un arc de cerc, diagramele amintite se pot folosi cu succes în calculele noastre.

Diagramele sînt calculate în ipoteza intrării fără şoc, ceea ce corespunde unei repartiţii turbionare $f(\gamma)$ care se anulează atît la bordul de fugă cît şi la bordul de atac, sau considerînd scurgerea din planul complex (fig. 1) pentru un unghi de incidenţă $\alpha=0$. Aceeaşi ipoteză va sta şi la baza calculelor noastre.

Pe scurt ipotezele ce se vor observa în desfăşurarea calculului vor fi următoarele:

1° Fluidul este ideal.

2°) Forţele exterioare derivă dintr-un potenţial.

$$\bar{f}=\nabla U.$$

3°) Fluidul este incompresibil.

$$\rho=\text{ct.}$$

4°) Mişcarea este permanentă şi irodaţională.

$$\bar{\Omega}=\nabla\times\bar{V}=0$$

deci

$$\bar{V}=\nabla\varphi.$$

Condiţie realizată atunci cînd sarcina H, debitul Q şi viteza unghiulară a rotorului ω sînt constante.

5°) Intrare fără şoc. Condiţie care pe lîngă avantajul ce-l conferă în utilizarea diagramelor lui Pechin mijloceşte o scurgere favorabilă din punct de vedere a fluidului real.

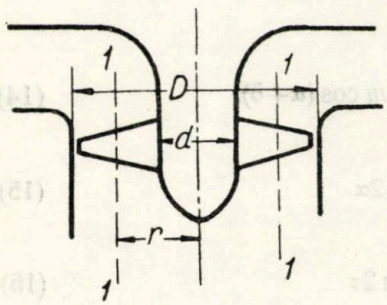


Fig. 4.

6°) Se consideră ieşirea din rotor normală.

In cele ce urmează vom căuta să exprimăm mărimile care intervin direct sau indirect în calculul de proiectare în funcţie de parametrii Q, H şi ω şi în funcţie de variabila r (raza rotorului) (fig. 4.)

S-a ales raza r drept variabilă pentru a oferi posibilitatea determinării exacte a caracteristicilor hidrodinamice şi a parametrilor geometrici ai reţelei în orice secţiune cilindrică a rotorului, eliminindu-se astfel procedeul tatonărilor în realizarea paletei.

D. RELAŢII DE PROIECTARE

In stabilirea relaţiilor vom considera deja determinate turaţia rotorului respectiv viteza unghiulară ω şi dimensiunile geometrice ale acestuia d şi D (fig. 4), mărimi care se determină relativ uşor [1].

Să secţionăm rotorul din fig. 4 după un cilindru de raza r. Desfăşurînd apoi acest cilindru obţinem reţeaua din fig. 5, care s-a raportat pentru comoditate la sistemul de axe Oxz.

Prin liniile punctate s-au imaginat limitele superioare şi inferioare ale zonei de influenţă, considerată practic la distanţa $\frac{t}{2}$ de marginele reţelei cu unghi de instalare x maxim.

In josul figurii s-au reprodus triunghiurile de viteze de la intrare şi ieşire corespunzătoare punctelor P_1 şi P_2, situate pe liniile de delimitare ale zonelor de influenţă.

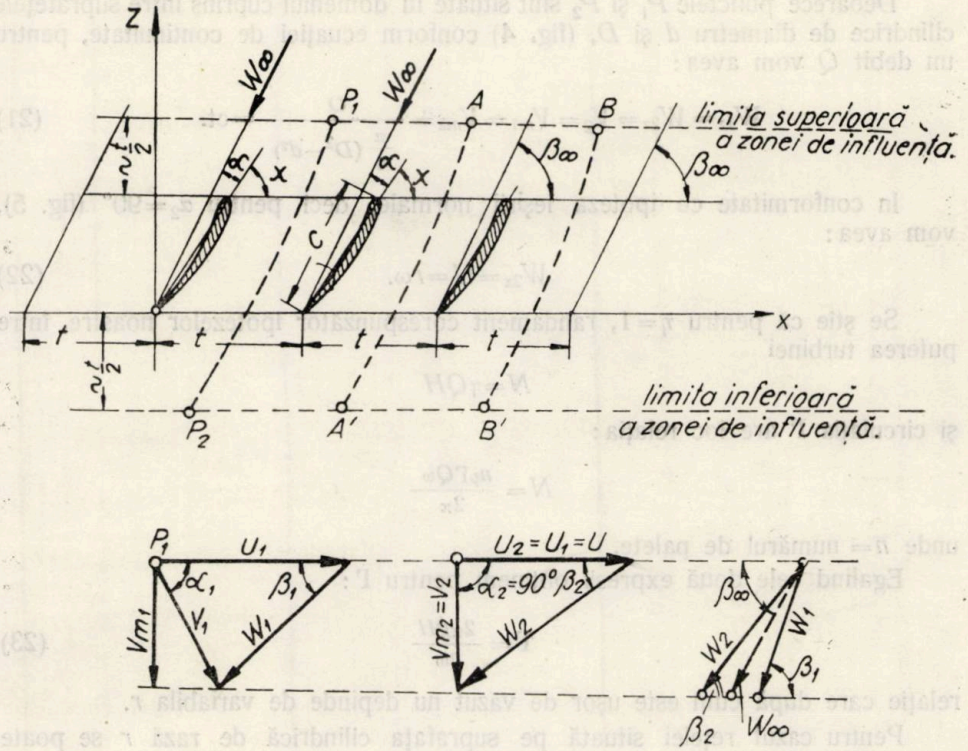


Fig. 5.

Deoarece punctele P_1 şi P_2 sînt situate pe acelaşi cilindru de rază r, vom avea:

$$U_1 = U_2 = U = r\omega \tag{17}$$

Raportînd vitezele relative la sistemul de axe Oxz putem scrie:

$$\begin{aligned} \overline{W}_1 &= W_{1x}\bar{i} + W_{1z}\bar{k} \\ \overline{W}_2 &= W_{2x}\bar{i} + W_{2z}\bar{k}. \end{aligned} \tag{18}$$

Conform ipotezei cunoscute din teoria reţelelor rectilinii pentru viteza de la infinit avem relaţia:

$$\overline{W}_\infty = \frac{1}{2}(\overline{W}_1 + \overline{W}_2) \tag{19}$$

Pentru componentele sale vom avea:

$$\begin{aligned} W_{\infty x} &= \frac{1}{2}(W_{1x} + W_{2x}) \\ W_{\infty z} &= \frac{1}{2}(W_{1z} + W_{2z}) \end{aligned} \tag{20}$$

Deoarece punctele P_1 şi P_2 sînt situate în domeniul cuprins între suprafeţele cilindrice de diametru d şi D, (fig. 4) conform ecuaţiei de continuitate, pentru un debit Q vom avea:

$$W_{1z}=W_{2z}=V_2=V_{m1}=V_{m2}=\frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)}=\text{ct.} \tag{21}$$

In conformitate cu ipoteza ieşirii normale, deci pentru $\alpha_2=90°$ (fig. 5), vom avea:

$$W_{2x}=U=r\omega. \tag{22}$$

Se ştie că pentru $\eta=1$, randament corespunzător ipotezelor noastre, între puterea turbinei

$$N=\gamma QH$$

şi circulaţia Γ are loc relaţia:

$$N=\frac{n\rho\Gamma Q\omega}{2\pi}$$

unde $n=$ numărul de palete.

Egalînd cele două expresii obţinem pentru Γ:

$$\Gamma=\frac{2\pi gH}{n\omega} \tag{23}$$

relaţie care după cum este uşor de văzut nu depinde de variabila r.

Pentru cazul reţelei situată pe suprafaţa cilindrică de rază r se poate scrie pentru Γ relaţia:

$$\Gamma=t\,(W_{2x}-W_{1x}). \tag{24}$$

Relaţia (24) rezultă cu uşurinţă aplicînd teorema impulsului domeniului $ABB'A'$ (fig. 5.) delimitat de două linii de curent congruente AA' şi BB' respectiv AB şi $A'B'$ limitele zonei de influenţă.

Egalînd 23 şi 24 şi observînd că

$$nt=2\pi r \tag{25}$$

se obţine:

$$gH=r\omega\,(W_{2x}-W_{1x})$$

Inlocuind pe W_{2x} din (22) obţinem în definitiv:

$$W_{1n}=r\omega-\frac{gH}{r\omega}. \tag{26}$$

Astfel:

$$\overline{W}_1=\left(r\omega-\frac{gH}{r\omega}\right)\bar{i}=\frac{4Q}{\pi(D^2-d^2)}\,\bar{k} \tag{27}$$

$$\overline{W}_2=r\omega\bar{i}+\frac{4Q}{\pi(D^2-d^2)}\,\bar{k}. \tag{28}$$

Pentru unghiuri vom obține:

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{W_{1z}}{W_{1x}} = \frac{\dfrac{Q}{\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)}}{r\omega - \dfrac{gH}{r\omega}} = \frac{4r\omega Q}{\pi (D^2-d^2)(r^2\omega^2 - gH)}.$$

Deci:

$$\beta_1 = \operatorname{arctg} \frac{4r\omega Q}{\pi (D^2-d^2)(r^2\omega^2 - gH)}. \tag{29}$$

Pentru β_2:

$$\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{W_{2z}}{W_{2x}} = \frac{4Q}{\pi (D^2-d^2) r\omega}$$

de unde:

$$\beta_2 = \operatorname{arctg} \frac{4Q}{\pi (D^2-d^2) r\omega}. \tag{30}$$

Devierea curentului $(\beta_1 - \beta_2)$:

$$\beta_1 - \beta_2 = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}\beta_1 - \operatorname{tg}\beta_2}{1+\operatorname{tg}\beta_1 \operatorname{tg}\beta_2} = \operatorname{arctg} \frac{\dfrac{4r\omega Q}{\pi (D^2-d^2)(r^2\omega^2 - gH)} - \dfrac{4Q}{\pi (D^2-d^2) r\omega}}{1 + \dfrac{16 Q^2 r\omega}{\pi^2 (D^2-d^2) r\omega (r^2\omega^2 - gH)}}$$

sau

$$\beta_1 - \beta_2 = \operatorname{arctg} \frac{4\pi Q gH (D^2-d^2)}{r\omega [16 Q^2 + \pi^2 (D^2-d^2)^2 (r^2\omega^2 - gH)]}. \tag{31}$$

Pentru viteza de la infinit W_∞ vom avea conform relațiilor anterioare:

$$\overline{W}_\infty = \frac{1}{2}\left(r\omega - \frac{gH}{r\omega} + r\omega\right)\bar{i} + \frac{1}{2}\left(2\frac{Q}{\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)}\right)\bar{k}. \tag{32}$$

Deci

$$W_{\infty x} = r\omega - \frac{gH}{2r\omega} \tag{33}$$

$$W_{\infty z} = \frac{4Q}{\pi (D^2-d^2)}. \tag{34}$$

Modulul vitezei:

$$W_\infty = \sqrt{r^2\omega^2 + \frac{g^2H^2}{4r^2\omega^2} + \frac{16 Q^2}{\pi^2 (D^2-d^2)^2}} - gH. \tag{35}$$

Unghiul β_∞:

$$\beta_\infty = \operatorname{arctg} \frac{W_{\infty z}}{W_{\infty x}} = \operatorname{arctg} \frac{2r\omega \dfrac{4Q}{\pi (D^2-d^2)}}{2r^2\omega^2 - gH}.$$

Astfel:

$$\beta_\infty = \operatorname{arctg} \frac{8r\omega Q}{\pi (D^2 - d^2)(2r^2\omega^2 - gH)}. \tag{36}$$

E. METODE DE PROIECTARE

Pentru a putea construi profilul şi pentru a-l putea dispune în reţea sînt necesari următorii parametri şi mărimi:

τ = parametrul curburii.

μ = parametrul grosimii.

q = respectiv lungimea C a profilului.

χ = unghiul de instalare.

t = pasul reţelei.

Ştim că toate aceste valori vor fi funcţii de raza r.

Deoarece determinarea unghiului de instalare χ (fig. 5) va fi comună metodelor propuse, vom trece mai întîi la indicarea procedeului stabilirii acestui unghi.

Iniţial am formulat ipoteza intrării fără şoc. Se ştie că în cazul unui profil Jucovschi izolat, această condiţie este realizată pentru unghiul de incidenţă $\alpha = 0$. In cazul reţelei de profile, observîndu-se aceeaşi ipoteză, acest unghi va avea o valoare diferită de 0. Astfel conform fig. 5, vom avea pentru unghiul de instalare relaţia:

$$\chi = \beta_\infty - \alpha. \tag{37}$$

Valoarea unghiului α a fost stabilită de Pechin pentru reţelele de profile din arce de cerc. Pechin remarcă faptul că pentru:

$$\chi \leqq 20°$$

unghiul α este foarte puţin influenţat de valoarea unghiului de instalare, fiind funcţie numai de pasul relativ $\frac{t}{C}$ şi curbura arcului de cerc, caracterizată de unghiul θ (unghi cuprins între coarda arcului de cerc şi tangenta la ultimul element al acestui arc).

Deci:

$$\alpha = \alpha\left(\frac{t}{C};\ \theta\right) \quad \text{pentru} \quad \chi \leqq 20°. \tag{38}$$

Pentru acest domeniu este valabilă diagrama din (fig. 6).

Pentru $\chi > 20°$ unghiul de incidenţă α este funcţie şi de unghiul de instalare χ. Deci

$$\alpha = \alpha\left(\frac{t}{C};\ \theta;\ \chi\right) \quad \text{pentru} \quad \chi > 20°. \tag{39}$$

Pentru acest domeniu sînt valabile diagramele din fig. 7.

Vom considera valorile lui θ şi β_∞ cunoscute oferind ulterior expresiile care servesc la calcularea lor.

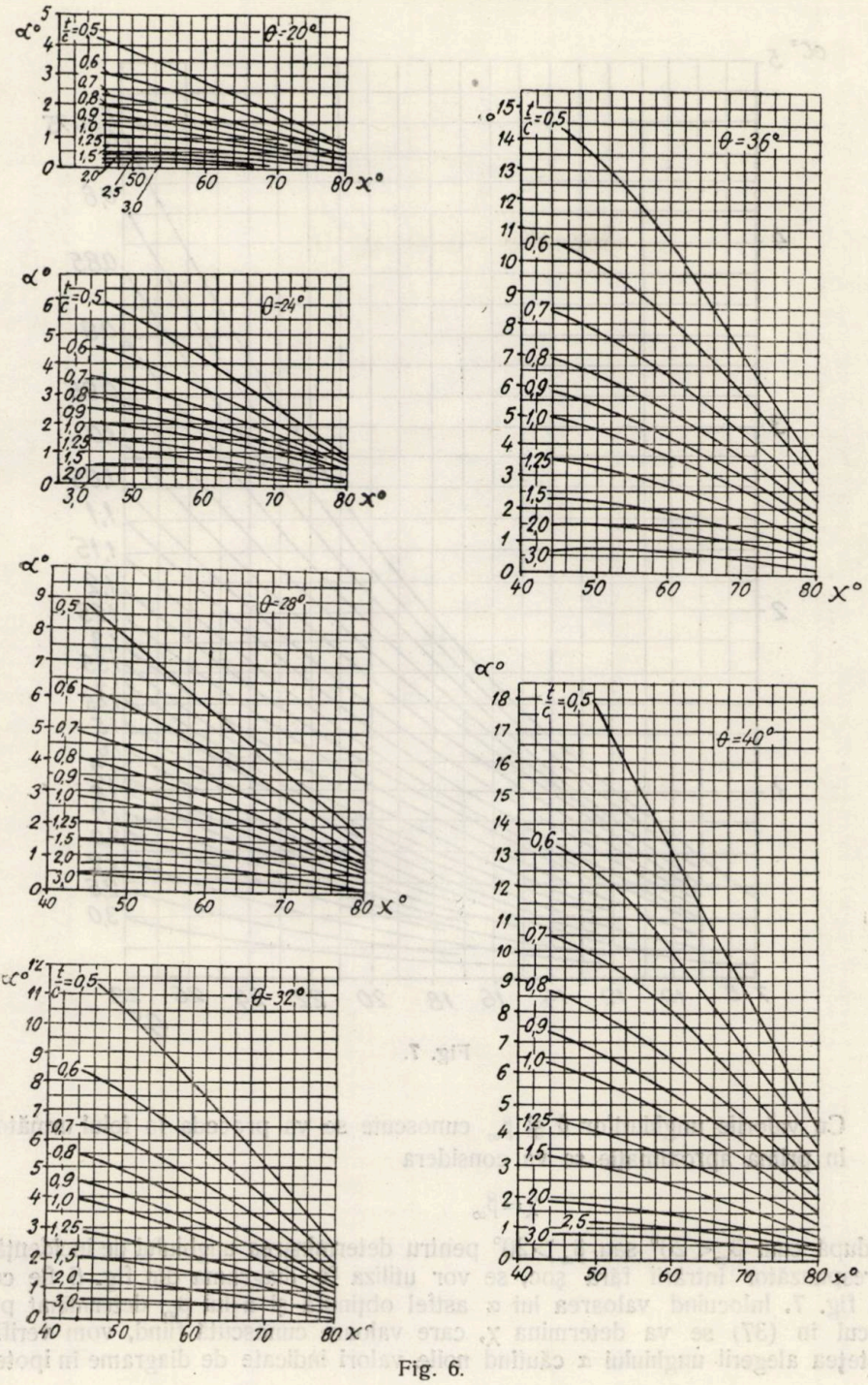


Fig. 6.

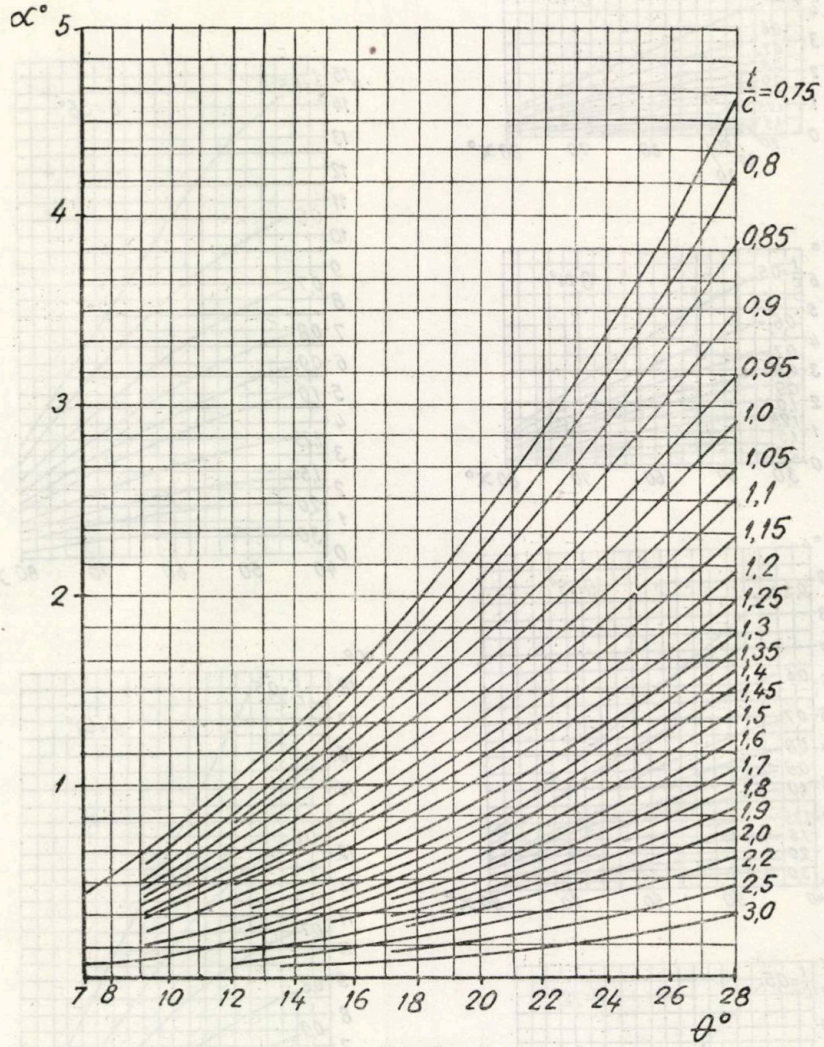


Fig. 7.

Cu valorile unghiurilor θ şi β_∞ cunoscute se va proceda în felul următor: In prima aproximaţie se va considera

$$\chi = \beta_\infty$$

şi după cum $\beta_\infty < 20°$ sau $\beta_\infty > 20°$ pentru determinarea unghiului de incidenţă α corespunzător intrării fără şoc, se vor utiliza fie diagrama din fig. 6 fie cele din fig. 7. Inlocuind valoarea lui α astfel obţinută şi a lui β_∞ determinat prin calcul în (37) se va determina χ, care valoare cunoscută fiind, vom verifica justeţea alegerii unghiului α căutînd noile valori indicate de diagrame în ipoteza

unghiului χ de astă dată cunoscut. Aproximînd succesiv de două sau trei ori, obţinem valoarea căutată.

Pentru determinarea lui t aplicăm relaţia simplă:

$$t = \frac{2\pi r}{n} \tag{40}$$

unde:

n = numărul de palete, socotit de noi deja determinat.

Ne mai rămîn valorile q, μ şi τ.

In privinţa determinării acestora, distingem 3 metode:

Metoda I.

Se acceptă $q = q(r)$ şi $\tau = \tau(r)$ şi se determină „a" (raza cercului generator) şi μ parametrul grosimii.

1°) $q = q(r)$.

Se acceptă o anumită variaţie a raportului $\frac{t}{C}$ de-a lungul razei

$$\frac{t}{C} = F(r). \tag{41}$$

Valoarea lui t cunoscîndu-se din (40) lungimea profilului C rezultă din:

$$C = \frac{t}{F(r)} = \frac{2\pi r}{nF(r)}. \tag{42}$$

Expresia analitică a lui $F(r)$ nu se cunoaşte exact, se ştie însă că valorile sale trebuie să oscileze între limitele $1 \sim 1{,}7$ şi anume

$$F\left(\frac{d}{2}\right) \approx 1.$$

$$F\left(\frac{D}{2}\right) \approx 1{,}7.$$

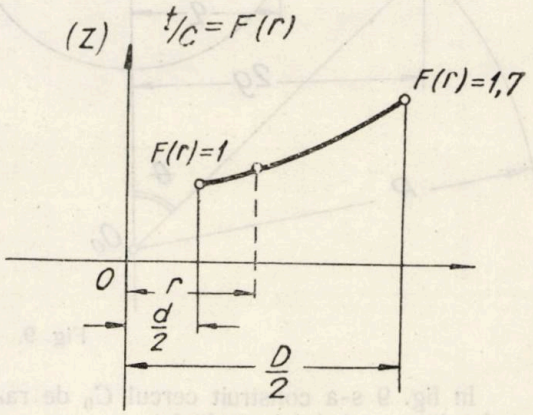


Fig. 8.

In mod obişnuit se unesc aceste valori printr-o curbă continuă (fig. 8) şi se acceptă valorile intermediare care rezultă din grafic.

Deoarece pentru construirea paletei se cere determinarea lui q, apelăm la relaţia aproximativă (7) obţinînd astfel:

$$q = \frac{C}{4} = \frac{2\pi r}{4nF(r)} \tag{43}$$

unde $F(r)$ se determină cu ajutorul graficului construit după modelul fig. 8.

2°) $\tau = \tau(r)$.

Se ştie din construcţia profilului Jucovschi că τ defineşte curbura profilului. Noi vom conveni a considera unghiul de deviaţie $(\beta_1 - \beta_2)$ drept măsură a curburii profilului ales. Această ipoteză este favorabilă scurgerii unui fluid real,

deoarece pentru a realiza o deviere apreciabilă fără pericolul desprinderii, profilul ales se indică a fi mult curbat. Fără îndoială aceeaşi deviere s-ar putea realiza şi cu o placă plană dispusă sub un unghi de incidenţă corespunzător, cu atît mai mare cu cît devierea cerută este mai mare. Se ştie însă că fluidul nu urmăreşte o astfel de placă decît în limite destul de restrînse ale unghiului de incidenţă.

Dacă θ este unghiul dintre tangenta la scheletul profilului în B' corespunzător bordului de fugă şi coarda profilului respectiv axa Ox, (fig. 9) convenind a impune condiţia:

$$2\theta = \beta_1 - \beta_2 . \tag{44}$$

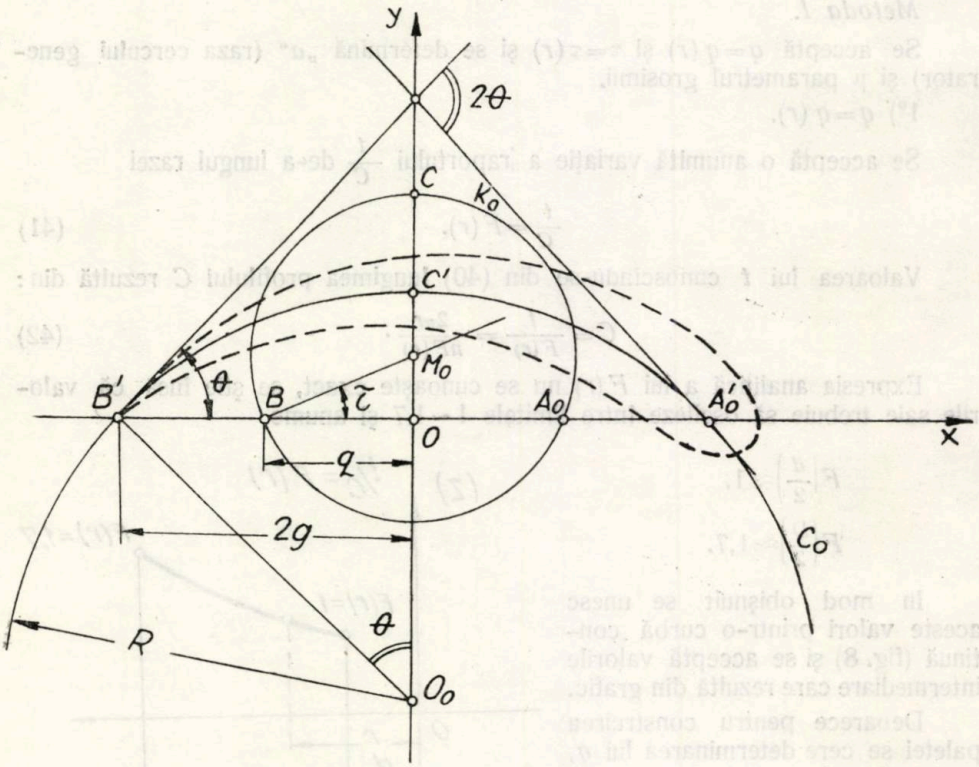


Fig. 9.

In fig. 9 s-a construit cercul C_0 de rază R care pe porţiunea $B'C'A'$ se confundă cu scheletul profilului.

Se observă din figură că:

$$\operatorname{tg}\tau = \frac{m_0}{q}$$

$$m_0 = \overline{OM_0} = \sqrt{a_0^2 + q^2}$$

$a_0 = \overline{BM_0}$ (raza cercului K_0).

Conform funcției de transformare (1) punctului de afixă $\zeta = \overline{OC}$ îi corespunde punctul de afixă $Z = \overline{OC'}$, deci

$$i\overline{OC'} = i\overline{OC} + \frac{q^2}{i\overline{OC}} = 2im_0$$

de unde

$$\overline{OC'} = 2m_0. \tag{45}$$

Astfel:

$$R^2 = \overline{OB'}^2 + \overline{OO_0}^2 = \overline{OB'}^2 + (R - \overline{OC'})^2$$

$$R^2 = (2q)^2 + (R - 2m_0)^2.$$

Deci:

$$R = \frac{q^2 + m_0^2}{m_0}. \tag{46}$$

In continuare:

$$\sin\theta = \frac{\overline{B'O}}{\overline{O_0B}} = \frac{2q}{R} = \frac{2qm_0}{q^2 + m_0^2}.$$

Impărțind cu q

$$\sin\theta = \frac{2\frac{m_0}{q}}{1 + \frac{m_0^2}{q^2}} = \frac{2\operatorname{tg}\tau}{1 + \operatorname{tg}^2\tau}.$$

Inlocuind

$$\frac{m_0}{q} = \operatorname{tg}\tau.$$

Se obține

$$\sin\theta = \frac{2\operatorname{tg}\tau}{1 + \operatorname{tg}^2\tau}. \tag{47}$$

Conform (44)

$$\sin\theta = \sin\frac{\beta_1 - \beta_2}{2} = \frac{2\operatorname{tg}\tau}{1 + \operatorname{tg}^2\tau}. \tag{48}$$

Rezolvînd în funcție de τ

$$\tau = \operatorname{arctg}\frac{1 \pm \cos\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}{\sin\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} \tag{48}$$

valoarea lui $(\beta_1 - \beta_2)$ calculîndu-se cu relația (31).

Cunoscîndu-se τ din (49) putem determina valoarea razei cercului generator K din expresia circulaţiei (12), unde conform ipotezei intrării fără şoc se consideră $\alpha=0$.

$$a=\frac{\Gamma}{4\pi W_\infty \sin\tau}. \tag{50}$$

Valoarea lui Γ şi W_∞ cunoscîndu-se din (23) respectiv (35).

Cu valorile lui τ, q şi a cunoscute se poate construi uşor profilul. Cu χ şi t determinate după cele indicate anterior se cunoaşte şi amplasarea lui în reţea.

Deoarece parametrul grosimii respectiv grosimea profilului e, rezultă din elementele deja calculate, se impune o verificare a paletei la rezistenţă. In cazul obţinerii unor valori dezavantajoase din punct de vedere al rezistenţei, putem influenţa asupra funcţiei $F(r)$ din expresia (41).

Metoda II.

Se acceptă cunoscute $\tau(r)$ şi $\mu(r)$.

Valoarea lui $\tau(r)$ rezultă din (49) iar $\mu(r)$ se determină printr-un calcul aproximativ de rezistenţă al paletei.

Raza cercului generator rezultă din (50).

Pentru a-l determina pe q utilizăm formula aproximativă (10)

$$a=q(1+\mu)$$

de unde

$$q=\frac{a}{1+\mu}. \tag{51}$$

Cu mărimile a, q şi τ cunoscute se poate construi uşor profilul. Amplasare lui în reţea depinde de t şi χ funcţii determinate la începutul acestui capito

Metoda III.

Se acceptă variaţia lui $\mu(r)$ în conformitate cu un calcul aproximativ de rezistenţă. Se acceptă de asemenea $F(r)$ obţinînd astfel pe q din (43).

Raza cercului generator va rezulta din (10)

$$a=q(1+\mu). \tag{52}$$

Curbura va fi definită cu ajutorul relaţiei (12). Astfel:

$$\tau=\arcsin\frac{\pi}{4\pi W_\infty} \tag{53}$$

unde Γ se calculează conform (23).

In continuare se procedează ca mai sus.

După determinarea parametrilor geometrici cu ajutorul unea dintre metodele indicate se pune problema înserării acestor profile astfel încît să se realizeze paleta, ceea ce constituie în fond scopul calculelor noastre.

Definîndu-se poziţia axei paletei faţă de centrele cercurilor generatoare se va putea defini şi poziţia profilelor faţă de aceeaşi axă.

In această privinţă soluţiile pot fi diferite, în orice caz alegîndu-se poziţia axei paletei astfel încît ea să coincidă cu centrele cercurilor generatoare, se obţine conform ecuaţiei (15) un moment rezultant nul atunci cînd este realizată condiţia intrării fără şoc.

НОВЫЙ МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТУРБИН КАПЛАН

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Предлагается метод проектирования турбин Каплан, используя исключительно профили Жуковского. В расчетах считальсь известными геометрические размеры ротора D, d и n (число лопаток) а также оборотов соответственно угловая скорость. На основе параметров геометрически определяющих профиль Жуковского, определяется их зависимость от радиуса ротора r. Таким образом геометрические и гидродинамические характеристики для любого радиуса ротора вполне определены. Т. к. скелет профиля Жуковского является всегда дугой круга, влияние сети было установлено при помощи диаграмм предложенных Пекином для сети профилей составленных из дуг окружностей.

В зависимости от параметров, изменение которых считается известным и в зависимости от определяемых параметров указываются три, метода для проектирования.

Метод предполагает работу турбины в случае идеальной жидкости пытаясь однако сблизить значения, которые зависят от свободного выбора проектировщика, к работе ротора при реальной жидкости.

UNE NOUVELLE MÉTHODE D'ÉTABLIR LE PROJET DES TURBINES KAPLAN

(RÉSUMÉ)

On propose une nouvelle méthode d'établir le projet des turbines Kaplan qui ne se sert que de profils Joukovski. Dans les calculs effectués on a considéré connues les dimensions géométriques du rotor, respectivement D, d et n (nombre d'aubes), ainsi que le nombre de tours, respectivement la vitesse angulaire ω.

Considérant les paramètres qui definissent du point de vue géométrique un profil Joukovski, on établit la dépendance de ceux-ci du rayon du rotor r. Ainsi les caractéristiques géométriques et celles hydrodynamiques de la grille sont parfaitement définies pour tout rayon du rotor. Le squelette du profil Joukovski étant toujours un arc de cercle, l'influence de la grille peut être établie à l'aide des diagrammes offerts par Pechin pour les grilles des profils en arcs de cercle.

On indique trois méthodes d'établir le projet, en fonction des paramètres dont la variation est supposée connue et en fonction de ceux qu'on déterminera.

La méthode suppose que la turbine fonctionne avec un fluide idéal. On essaye de même de rapprocher les valeurs qui dépendent du libre choix de celui qui établit le projet du fonctionnement de la turbine avec un fluide réel.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Bărglăzan — *Mașini Hidraulice* (curs) vol. I și II. Edit. Inst. Politehnic Timișoara 1951.
2. E. Carafoli — *Mecanica fluidelor* vol. II. Editura Acad. R. P. R. Buc. 1955.
3. E. Carafoli — *Aerodinamica.* Edit. Tehnică Buc. 1951.
4. E. Carafoli — *Tragflügeltheorie* VEB Verlag Technick Berlin 1954.

NOMOGRAME PENTRU DETERMINAREA SECȚIUNII TOTALE A CANALELOR DE ALIMENTARE LA REȚEAUA DE TURNARE

DE

C. BAKONYI

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Determinarea secțiunii canalelor de alimentare la turnarea pieselor de fontă se face cu ajutorul unei tabele întocmite de V. I. Fundator (Axenov: Turnătoriile — Editura C. F. R. 1949 pag. 265). Valorile indicate la piesele sub o greutate de 100 kg sînt adesea în limita practică inferioară (minimum de alimentare) mai ales la cele de formă complicate cu pereți subțiri.

Secțiunea totală S a canalelor de alimentare se poate determina după formula lui Osann și a lui Dietert.

După prima formulă (Osann):

$$S = \frac{G}{\mu \cdot t\, 0{,}31 \sqrt{h}} \text{ cm}^2,$$

în care: G este greutatea piesei turnate, inclusiv maseloți — în kg,

μ — un coeficient de utilizare a metalului lichid,

t — durata optimă de umplere a formei — în sec și

h — presiunea medie ferostatică — în cm.

La fontă, coeficientul μ are următoarele valori:

Caracterul formei	Rezistența formei		
	mare	medie	mică
crudă	0,35	0,42	0,50
uscată	0,41	0,48	0,60

Coeficientii de mai sus se măresc cu valori de 0,05...0,3 în funcție de creșterea înălțimii și numărului canalelor de alimentare și la permeabilitatea scăzută a materialului de formă.

După a doua formulă — a lui Dietert —

$$S = x \frac{\sqrt{G}}{\sqrt{h}} \text{ cm}^2,$$

în care: x este un coeficient experimental, care depinde de grosimea predominantă a piesei de fontă şi este:

la grosimea de 4...5 mm . . .	5,8
la grosimea de 5...8 mm . . .	4,9
la grosimea de 8...15 mm . .	4,3.

Înălţimea coloanei de lichid h, care acţionează în canal în perioada turnării, se modifică pe măsura umplerii formei. Valoarea sa medie se calculează cu ajutorul următoarei formule a lui Dietert:

$$h = \frac{2HC - P^2}{2C} \text{ cm},$$

în care: H — înălţimea coloanei de metal deasupra canalului de alimentare, adică înălţimea pînă la nivelul metalului din pîlnia de turnare — în mm,

C — înălţimea piesei din formă în mm — şi

P — înălţimea părţii din piesă aflată deasupra canalului de alimentare în mm. In general metalul se introduce prin planul de secţionare al cutiilor, cînd:

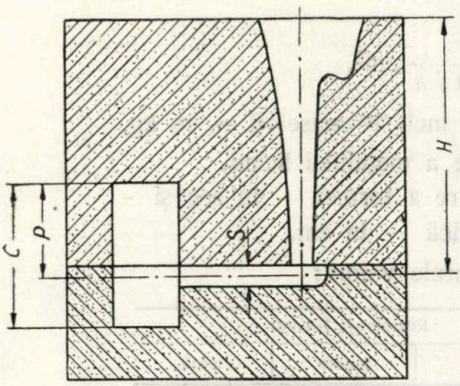


Fig. 1. Reţeaua de turnare.

$$h = H - \frac{P^2}{2C} \quad \text{(fig. 1).}$$

Presiunea medie ferostatică — h — se poate exprima prin nomograma (fig. 2). Pe scara I se înfăţişează P şi pe scara II se arată C — atunci pe scara III avem rezultatul: $\frac{P^2}{2C}$ resp.

$$h = H - \frac{P^2}{2C}.$$

S se determină prin nomograma fig. 3.

Se înfăţişează:

pe scara I . . coeficienţii μ,
„ „ II . . valorile h în mm,
„ „ III . . valorile $\mu \cdot h$ (scara intermediară),
„ „ IV . . $\frac{G}{t}$ în kg/sec — atunci

scara V arată S în cm².

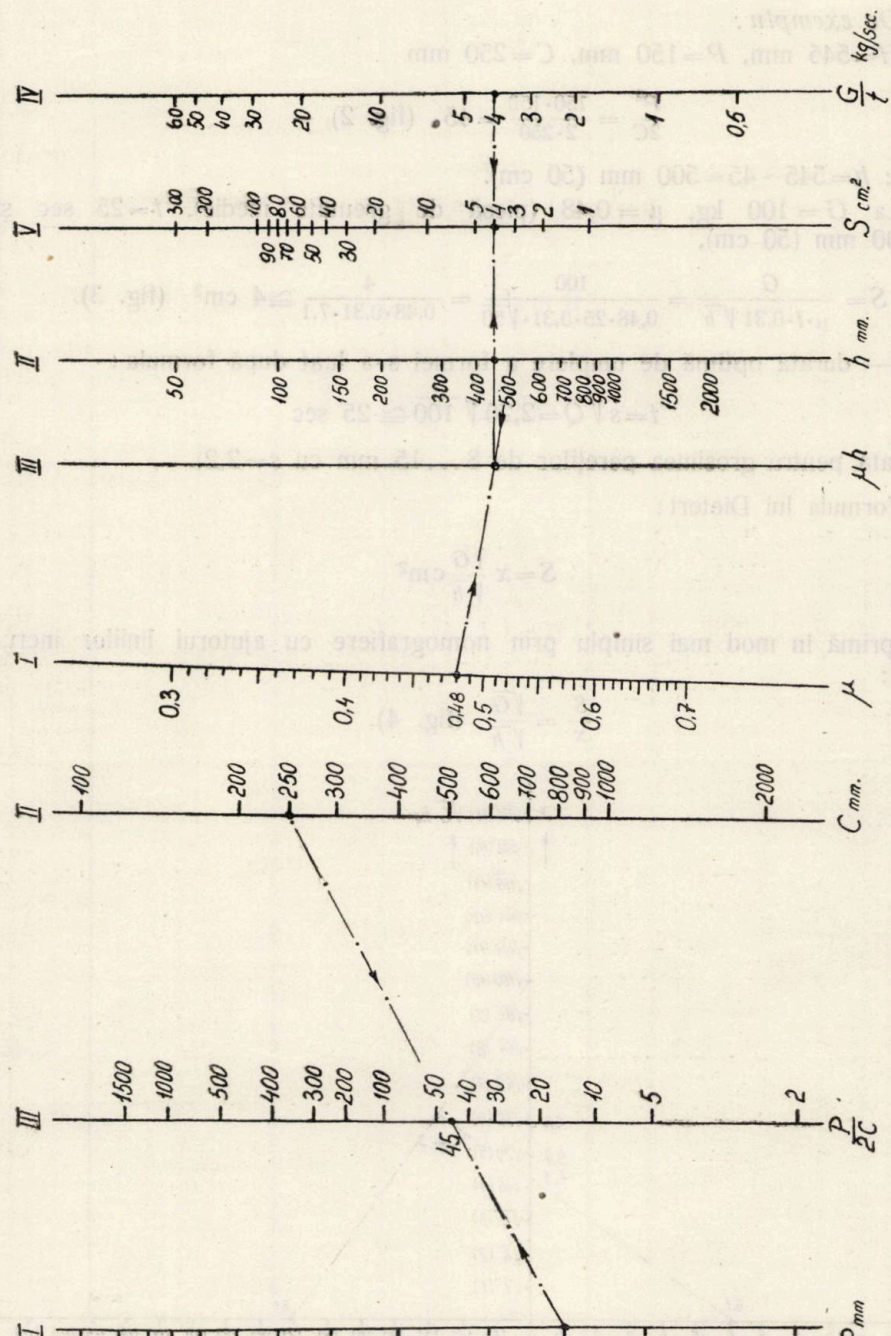


Fig. 2. Nomograma pentru stabilirea valorii

Fig. 3. Nomograma pentru stabilirea valorii S în cm² după Osann.

De exemplu:

$H=545$ mm, $P=150$ mm, $C=250$ mm

$$\frac{P^2}{2C}=\frac{150\cdot150}{2\cdot250}=45 \text{ (fig. 2)}$$

adică: $h=545-45=500$ mm (50 cm).

La $G=100$ kg, $\mu=0{,}48$ (piesă de greutate medie), $t=25$ sec și $h=500$ mm (50 cm),

$$S=\frac{G}{\mu\cdot t\cdot0{,}31\sqrt{h}}=\frac{100}{0{,}48\cdot25\cdot0{,}31\cdot\sqrt{50}}=\frac{4}{0{,}48\cdot0{,}31\cdot7{,}1}\cong4 \text{ cm}^2 \text{ (fig. 3).}$$

t— durata optimă de umplere a formei s-a luat după formula:

$$t=s\sqrt{Q}=2{,}20\sqrt{100}\cong25 \text{ sec}$$

(aplicată pentru grosimea pereților de 8...15 mm cu $s=2{,}2$).

Formula lui Dietert:

$$S=x\frac{\sqrt{G}}{\sqrt{h}} \text{ cm}^2$$

se exprimă în mod mai simplu prin nomografiere cu ajutorul liniilor încrucișate:

$$\frac{S}{x}=\frac{\sqrt{G}}{\sqrt{h}} \text{ (fig. 4).}$$

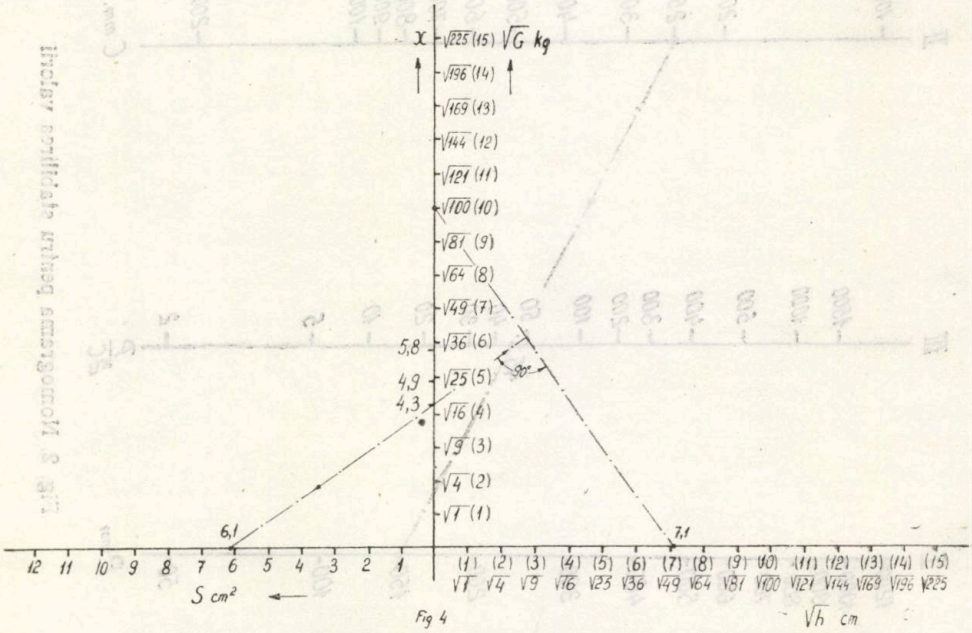


Fig. 4. Nomograma pentru stabilirea valorii S în cm² după Dietert.

Linia trasă prin punctul $x=4{,}3$ (vezi mai sus) şi perpendiculară pe linia care leagă punctele $G=10(\sqrt{100})$ şi $h=7{,}1$ (50) determină pe scară $S=6{,}1$ cm²,

$$S=4{,}3\cdot\frac{10}{7{,}1}=6{,}1 \text{ cm}^2.$$

НОМОГРАММЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЩЕГО СЕЧЕНИЯ ПИТАЮЩИХ КАНАЛОВ РАЗЛИВОЧНОЙ СЕТИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Кокс низкого качества (с большим содержанием серы) дает менее жидкий чугун, который не заполняет хорошо формы и вызывает пористость в отливках. Этот недостаток частично устраняется путем увеличения питающего канала разливочной сети.

По формуле Осанна получается питательный канал недостаточного сечения при использовании низкокачественного кокса. В этом случае рекомендуется (в результате конкретных случаев), применение формулы Дитерта, которая ведет к увеличению сечения питающего канала на приблизительно 50%.

Построены номограммы: активная висота колонны жидкости, сечение питающего канала по Осанну и Дитерту.

NOMOGRAMMES POUR DÉTERMINER LES SECTIONS TOTALES DES CANAUX D'ALIMENTATION DU RÉSEAU DE COULÉE

(RÉSUMÉ)

Le coke de qualité inférieure (dont la teneur en soufre est plus élevée) fait que la fonte soit moins fluide. Elle ne remplit pas bien la forme et provoque la porosité des pièces fondues. On évite en partie ce désavantage en agrandissant la section du canal d'alimentation du réseau de coulée. Selon la formule de Osann on obtient un canal d'alimentation de section insuffisante toutes les fois qu'on utilise du coke de qualité inférieure. En ce cas on recommande l'emploi de la formule de Dietert (résultat de quelques cas concrets), à laide de laquelle on obtient pour le canal d'alimentation une section d'environ 50% plus grande.

On a établi les nomogrammes suivants: la hauteur active de la colonne du liquide, la section du canal d'alimentation d'après Osann et Dietert.

BIBLIOGRAFIE

1. P. N. Axenov, *Turnătoriile,* Oficiul de editură, presă şi documentare CFR 1949
2. Osann, *Lehrbuch der Eisen- und Stahlgiesserei,* Leipzig 1922.
3. A. A. Rîjicov, *Bazele teoretice ale turnării,* Editură Tehnică 1957.

INFLUENȚA MICROSTRUCTURILOR INIȚIALE ASUPRA DURITĂȚII ȘI REZILIENȚEI, DUPĂ CĂLIRE ȘI REVENIRE LA OȚELURILE OLC 35 și OLC 45

DE

GH. SAVII, GH. CRISTODORESCU, L. BAGIU

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

In cadrul procedeelor tehnologice de prelucrare a metalelor, o importanță deosebită, pentru calitatea organelor de mașini o are procesul tehnologic de tratament termic. Prin tratamentele termice trebuie să se urmărească pe lîngă obținerea proprietăților celor mai bune, o durabilitate cît mai mare în serviciu și o siguranță cît mai bună în exploatare.

Analizînd problema sub aspect economic, prin aplicarea tratamentelor termice corespunzătoare, trebuie să obținem calități superioare chiar la aliaje mai simple, care să nu conțină elemente de aliere scumpe, pentru ca în acest fel să realizăm produse de aceeași calitate, dar cu un preț de cost mai mic.

Punînd în acest fel problema, se cere să se studieze cît mai amănunțit cum trebuie aplicat tratamentul termic la fiecare aliaj în parte, care sînt proprietățile ce se pot obține prin aplicarea diferențiată a tratamentelor termice.

In timpul tratamentului termic, un factor destul de important îl prezintă și microstructura inițială, întrucît proprietățile mecanice și fizice ale oțelurilor călite și revenite depind într-o mare măsură de microstructura inițială călirii și revenirii.

Un interes practic și științific deosebit, îl constituie gradul diferit de dispersie după călire și viteza de aglomerare a fazelor la oțelul de construcție în timpul revenirii.

Dintre oțelurile care își modifică mult proprietățile la revenire sînt cele de construcție cu conținut în carbon 0,3—0,45%. Legătura strînsă între tratamentul termic al acestor oțeluri și proprietățile lor este dată de viteza diferită de aglomerare a fazelor în funcție de gradul lor de dispersie în timpul procesului de revenire.

Procesul de transformare al martensitei la revenire a fost studiat în lucrările lui G. V. Curdimov care a elaborat noi teorii şi explică într-o formă nouă mecanismul transformărilor structurale şi influenţa pe care o au acestea asupra proprietăţilor oţelurilor.

Considerînd că este dificil a aduce lumină în lucrarea de faţă asupra tuturor problemelor de transformări la revenire a oţelurilor cu microstructură iniţială diferită, ne-am rezumat doar la studiul procesului de revenire şi al influenţei temperaturilor la oţelurile de construcţie călite cu microstructura iniţială globulară şi lamelară.

Problema urmărită prin această lucrare este de a stabili experimental, influenţa tratamentului termic aplicat oţelurilor de construcţie OLC 35 şi OLC 45, asupra durităţii şi în special asupra rezilienţei.

METODA DE LUCRU

Pentru oţelurile alese s-a stabilit cîmpul temperaturilor de încălzire pentru călire între 820 °C—840 °C pentru OLC 45 şi 840—860 °C pentru OLC 35.

S-au ales pentru cercetări două structuri iniţiale una cu perlită globulară şi una cu perlită lamelară. Microstructurile iniţiale sînt arătate în figura 1 *a* şi 1 *b*.

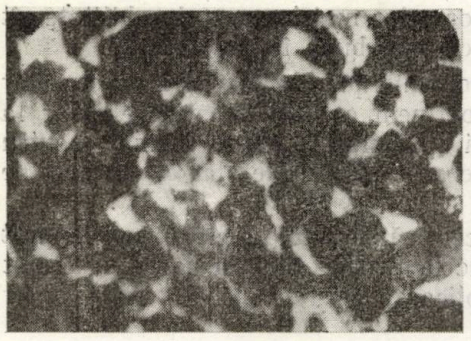


Fig. 1 *a*. Microstructura iniţială lamelară. Perlită şi ferită. Atac nital 3% ; × 600.

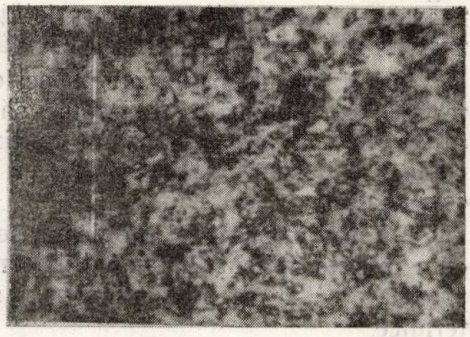


Fig. 1 *b*. Microstructura iniţială globulară. Cementită globulară pe fond feritic. Atac nital 3% ; × 600.

Încălzirea pentru călire a oţelului cu cele două microstructuri iniţiale, s-a făcut într-un cuptor electric cu rezistenţă, iar valorile temperaturilor de lucru s-au asigurat cu un sistem de termoreglare care a asigurat limitele de abateri de la temperatura fixată de ± 5 °C.

Ca medii de răcire pentru călire s-au folosit : apă cu NaCl, apă şi ulei mineral. Temperatura acestora a fost cuprinsă între 18 °C şi 20 °C.

Microstructurile obţinute după călire de la temperatura de 820 °C sînt redate în figura 2 (*a, b, c, d*).

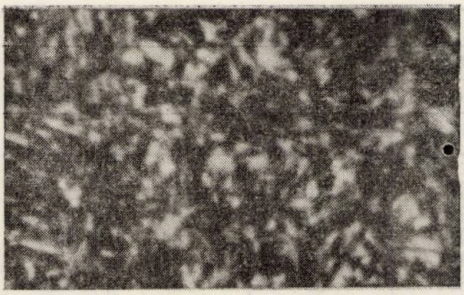


Fig. 2 *a*. Inițial lamelar, călit la 820 °C în apă cu NaCl 10%. Martensită. Atac nital 3% ; × 600

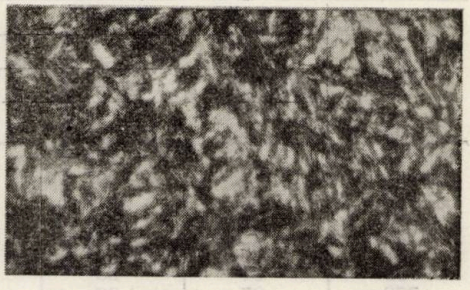


Fig. 2 *b*. Inițial globular călit la 820 °C în apă cu NaCl 10%. Martensită. Atac nital 30% ; × 600.

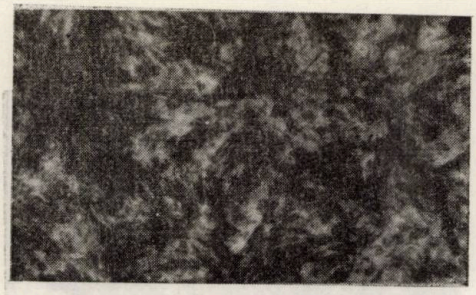


Fig. 2 *c*. Inițial lamelar călit la 820 °C în ulei. Martensită. Atac nital 3% ; × 600.

Fig. 2 *d*. Inițial globular călit la 820 °C în ulei. Martensită. Atac nital ; ×600.

Duritatea obținută după călire în unități H_C^R este dată în tabelul 1. Cifrele arată limitele în care au variat aceste durități.

Tabelul 1

Medii de răcire	Structura inițială	
	Globulară	Lamelară
	Duritatea H_{RC} după călire	
Apă cu sare	58–60	57–59
Apă	57–59	56–58
Ulei	34–42	36–54

Efectul revenirii asupra durității, rezilienței și microstructurii s-a studiat asupra celor 6 categorii de structuri obținute de la călire.

Temperaturile de revenire și durităților în unități H^{RB} sînt indicate în tabelul 2. Durata de încălzire la fiecare temperatură a fost de 30 de minute. Răcirea s-a făcut în aer.

Tabelul 2

Tempo de revenire °C.	Globular			Lamelar		
	Călirea la 820°					
	Apă+sare	apă	ulei	Apă+sare	apă	ulei
	Duritatea în H_{RB}					
450	111	109	102	110	108	106
550	105	104	99	104	102	99
630	98	96	91	97	94	95
680	95	93	89	94	91	90
730	91	88	86	89	87	86
770	87	86	85	86	85	85
820	89	88	87	88	86	87

Microstructurile obținute după revenirea oțelului cu microstructura inițială lamelară călite la 820 °C în apă cu NaCl sînt redate în figura 3 (*a, b, c, d*).

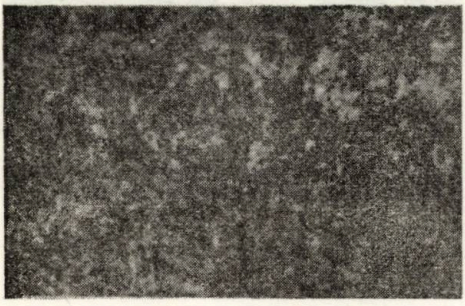


Fig. 3 *a*. Încălzit la 550 °C. Sorbită fină. Atac nital 3% ; ×600.

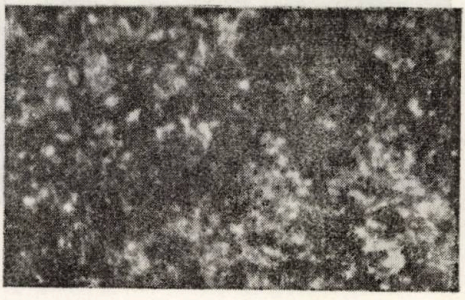


Fig. 3 *b*. Încălzit la 630 °C Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

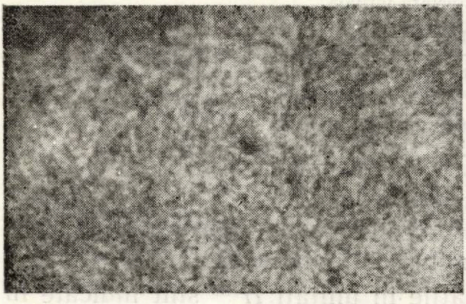


Fig. 3 *c*. Încălzit la 680 °C. Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

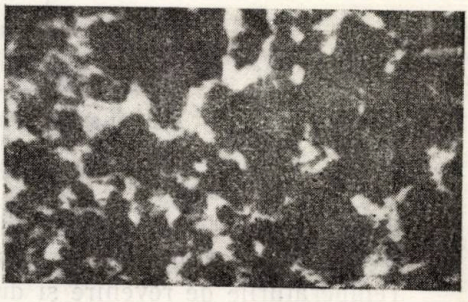


Fig. 3 *d*. Încălzit la 730 °C. Perlită și ferită. Atac nital 3% ; ×600.

Microstructurile obținute după revenirea oțelului cu microstructură inițială lamelară, călite la 820 °C în ulei, sînt redate în figura 4 (*a, b, c, d*).

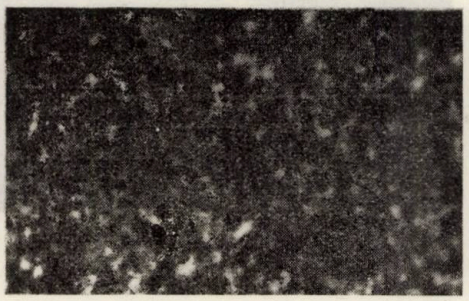


Fig. 4 *a*. Încălzit la 550 °C. Sorbită fină. Atac nital 3% ; ×600.

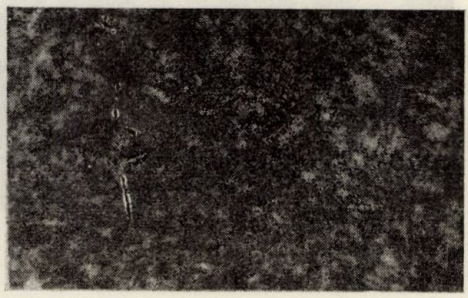


Fig. 4 *b*. Încălzit la 630 °C. Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

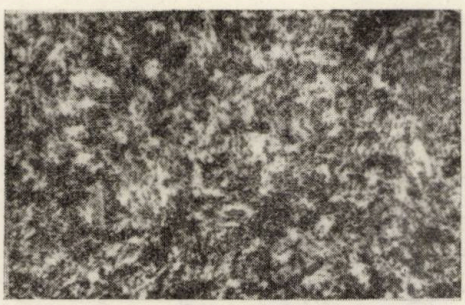


Fig. 4 *c*. Încălzit la 680 °C. Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

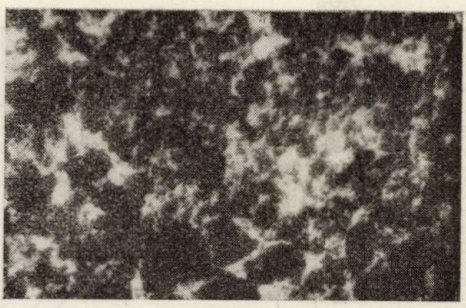


Fig. 4 *d*. Încălzit la 730 °C. Perlită și ferită. Atac nital 3% ; ×600.

Microstructurile obținute după revenirea oțelului cu microstructura inițială globulară, călite la 820 °C în ulei sînt redate în figura 5 (*a, b, c, d*).

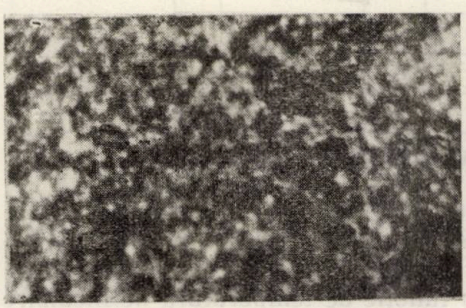


Fig. 5 *a*. Încălzit la 550 °C. Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

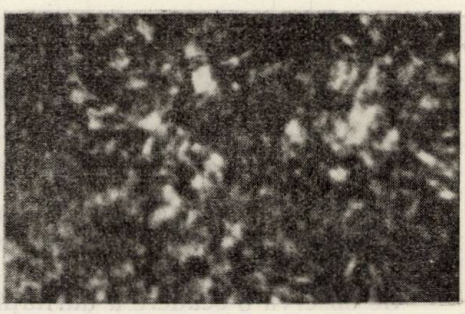


Fig. 5 *b*. Încălzit la 630 °C. Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

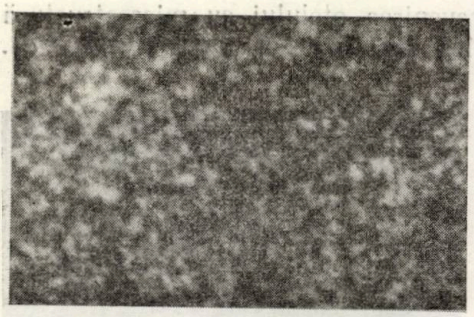


Fig. 5 *c*. Încălzit la 680 °C. Sorbită. Atac nital 3% ; ×600.

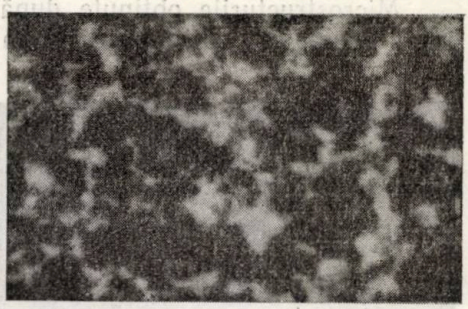


Fig. 5 *d*. Încălzit la 730 °C. Perlită și ferită. Atac nital 3% ; × 600

Variația durității în funcție de temperaturile de încălzire după călire este redată în figura 6.

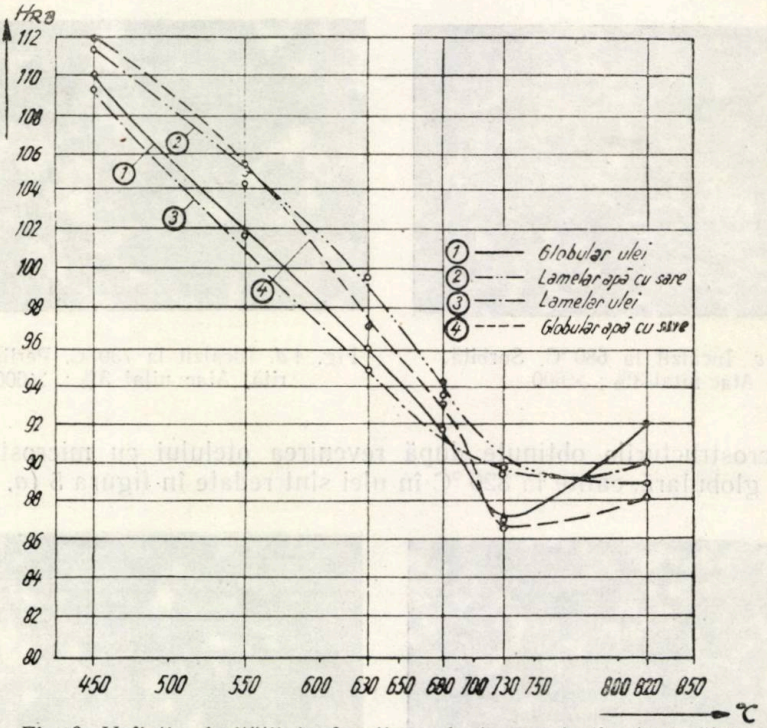


Fig 6. Vafiația durității în funcțiune de temperaturile de încălzire după călire pentru diferite microstructuri inițiale a oțelului OLC35.

Se observă o scădere a durității în funcție de temperatura de încălzire pînă la temperatura de 770 °C iar la 820 °C se observă o ușoară creștere datorită procesului de normalizare. În ceea ce privește diferența de duri-

tate după revenire, se semnalează valori mai mari la probele cu microstructură iniţială globulară călite în apă cu NaCl 10% faţă de cele călite în ulei.

Pentru a cunoaşte influenţa duratei de încălzire pentru revenire, asupra durităţii, s-a studiat revenirea la temperatura de 650 °C asupra a două structuri iniţiale diferite. S-a luat structura lamelară care s-a călit în apă şi în ulei. Menţinerea la temperatura de 650 °C s-a făcut în interval de timp începînd cu 5 sec. pînă la 20 minute

In figura 7 sînt arătate curbele de variaţie a durităţii în funcţie de timp.

Se observă o scădere a durităţii pînă la cca 4 minute după care diferenţa de duritate devine aproape nulă.

Pentru determinarea durităţilor după revenire s-a folosit scara H_{RB} pentru a obţine valori ale durităţilor la o scară mai dispersă.

Studiul influenţei temperaturii de revenire asupra rezilienţei s-a făcut pornind de la cele două microstructuri iniţiale. Călirea s-a făcut în două medii diferite apă cu NaCl şi ulei. S-au obţinut astfel patru structuri după călire.

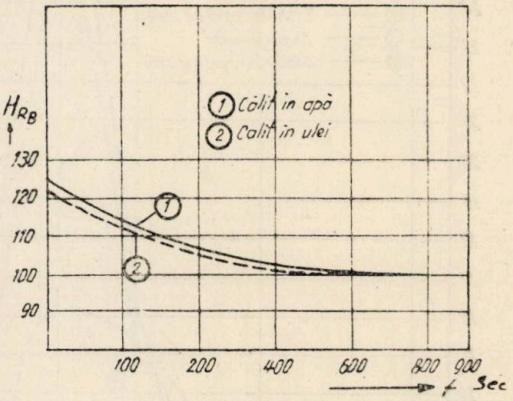


Fig. 7. Variaţia durităţii în funcţie de timpul de menţinere la revenire pentru două structuri decălire la oţelul OLC35.

Revenirea s-a efectuat la temperaturile indicate în tabelul 3 în care se dau şi valorile medii ale rezilienţei obţinute.

Tabelul 3

Temperatura de revenire	Globular		Lamelar	
	Călit la 820° în			
	Ulei	apă+10% sare	Ulei	apă+10% sare
450	5,5	4,75	6	4,1
550	7,75	8,6	11,6	12,6
630	11	15,6	15,8	15,2
680	9	16,2	27,1	25,0
730	8	6,6	15,2	12,7

In figura 8 sînt redate curbele de variaţie a rezilienţei în funcţie de temperaturile de încălzire la revenire.

Se constată că între structurile de la care s-a pornit la călire, globulare sau lamelare, apare o diferenţă foarte mare în limitele de temperatură de încălzire 630 °C—780 °C, valoarea maximă a rezilienţei se obţine pentru toate cazurile la 680 °C, temperatura la care apare şi cea mai evidentă

diferență de rezilienţă. Se constată de asemenea o diferenţă foarte mică în ceea ce priveşte rezilienţa la microstructura iniţială lamelară călită în medii diferite. Curbele *3* şi *4* care reprezintă variaţia rezilienţei la oţelul cu microstructura iniţială lamelară aproape că se suprapun. Curbele *1* şi *2* care reprezintă variaţia rezilienţei la oţelul cu microstructura iniţială globulară pentru călirea în ulei, respectiv apă cu sare ne arată o creştere a valorii rezilienţei între limitele de 550 °C—680 °C, după care scade brusc la oţelul călit în apă cu sare.

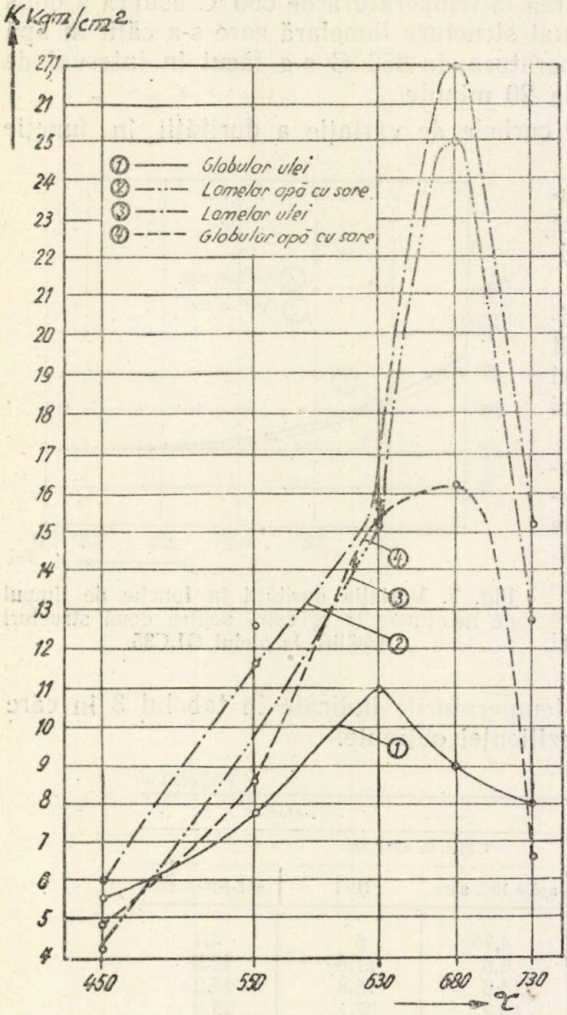


Fig. 8. Variaţia rezilienţei în funcţie de temperaturile de încălzire la revenire pentru diferite microstructuri iniţiale la oţelul OLC35.

Aceleaşi experimentări au fost extinse şi asupra unui oţel OLC 45.

În figura 9 sînt date curbele care arată variaţia durităţii, iar figura 10 variaţia rezilienţei pentru un oţel OLC 45 căruia i s-a aplicat acelaşi tratament termic.

Se observă că valoarea rezilienţei prezintă un maxim la temperatura de 680 °C. Valorile rezilienţei sînt foarte apropiate pentru structura lamelară călite în ulei şi apă. Valoarea rezilienţei pentru structura globulară călite în ulei este mult superioară faţă de oţelul OLC 35.

Diferenţa mare a proprietăţilor mecanice *K* şi *H* a celor două oţeluri cu microstructura iniţială lamelară şi globulară se datoreşte gradului diferit de dispersie după călire şi vitezei diferite de aglomerarea fazelor de revenire.

Astfel la călire la oţelul cu microstructura iniţială lamelară se obţine un grad de dispersie mult mai mare decît la oţelul cu microstructură iniţială globulară, deoarece dizolvarea cimentitei lamelare se face mult mai repede decît cea globulară.

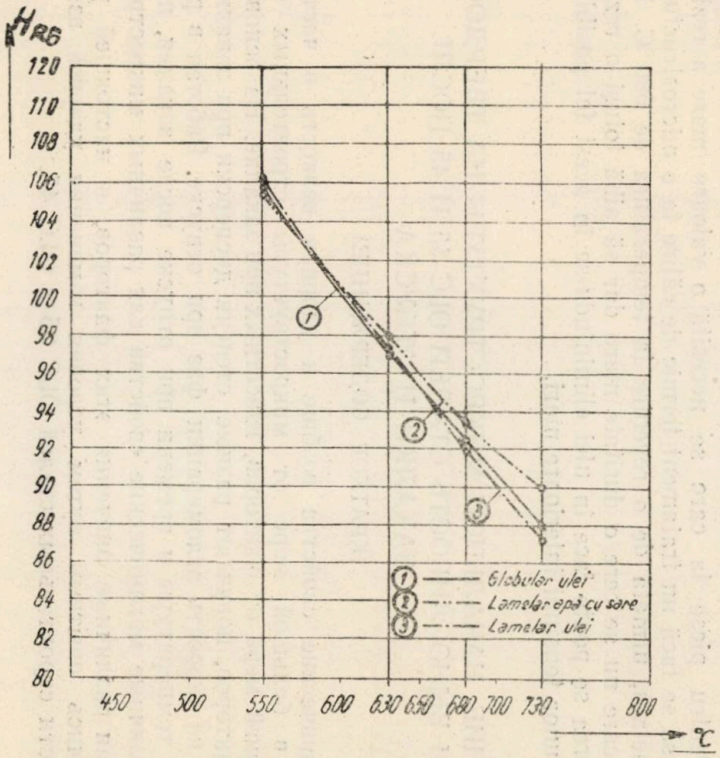


Fig. 10. Variația rezilienței în funcție de temperatura de încălzire la revenire pentru diferite microstructuri inițiale la oțelul OLC45.

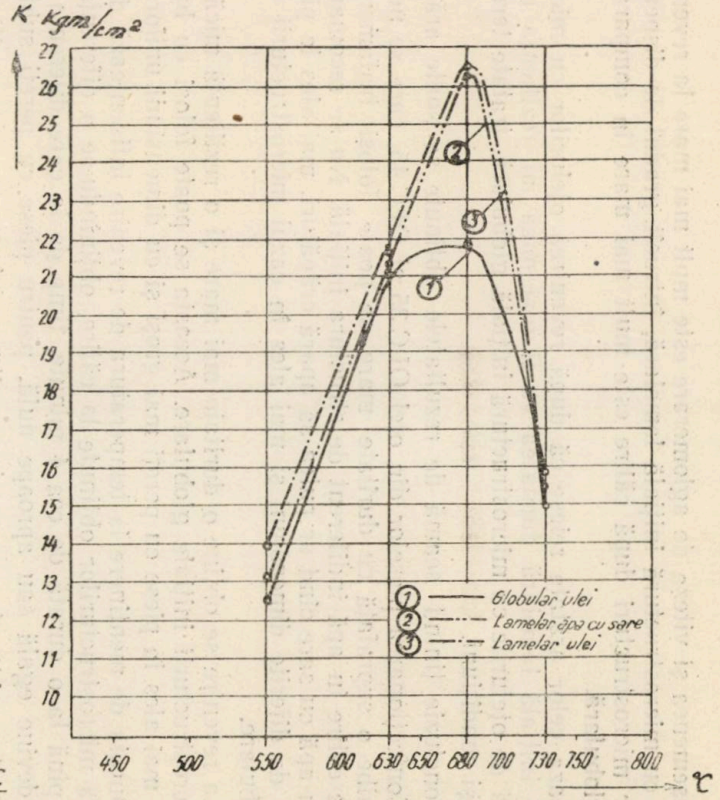


Fig. 10. Variația rezilientei în funcție de temperatura de încălzire la revenire pentru diferite microstructuri inițiale ale oțelului OLC45.

De asemenea şi viteza de aglomerare este mult mai mare la revenire la oţelul cu microstructură iniţială lamelară, întrucît gradul de dispersie a acestor microstructuri după călire este mult mai mare în comparaţie cu cea globulară.

În baza celor arătate reiese că după revenirea oţelurilor cu microstructură iniţială lamelară duritatea va fi mai mică iar rezilienţa mai mare faţă de oţelurile cu microstructură iniţială globulară, tratate termic în aceleaşi condiţiuni.

În concluzie ţinînd seamă de rezultatele obţinute se poate arăta:

a) Confecţionarea pieselor din oţel OLC 35 şi OLC 45, care se necesită să aibe o suprafaţă cu duritate mare, se poate folosi tratamentul termic de călire în apă indiferent de structura iniţială. Nu se recomandă călirea în apă cu sare cînd ar putea să apară crăpături, mai ales la piese cu pereţi de diferite dimensiuni şi mai ales în cazul microstructurii iniţiale globulare.

b) La revenire se obţine o duritate mai mare şi o rezilienţă mică în cazul microstructurii iniţiale globulare. Aceasta se poate folosi cu bune rezultate mai ales la piese cu pereţi mai groşi şi cu dimensiuni uniforme.

c) Durata de menţinere la temperatura de revenire influenţează diferit asupra microstructurilor obţinute la călire, obţinîndu-se o diferenţă a durităţii pînă la o durată de cca 4 minute, timp de la care diferenţa de duritate devine egală sau aproape nulă, pentru piese cu pereţi subţiri.

d) Pentru piese la care se necesită o valoare mare a rezilienţei urmează să se facă un tratament termic de călire la o microstructură iniţială lamelară, urmată de o revenire la temperatura de 680 °C. Pentru piese la care nu se cere o duritate mare dar să aibă totuşi o rezilienţă bună călirea se poate face în ulei eliminîndu-se în acest fel posibilitatea apariţiei unor tensiuni interioare mari.

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОЙ МИКРОСТРУКТУРЫ НА ТВЕРДОСТЬ И ВЫНОСЛИВОСТЬ СТАЛЕЙ OLC 35 И 45 ПОСЛЕ ЗАКАЛКИ И ОТПУСКА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Механические свойства вообще и ударная вязкость в частности, зависят в большой мере от микроструктуры строительных сталей и в меньшей мере от факторов, известных при закалке. На основе указаных факторов, получают разные степени дисперсии при закалке, что повлияет на скорость агломерации фаз при отпуске. Работая в равных условиях температуры и времени при отпуске после закалки, получаются различные механические свойства для различных микроструктур.

Считая различные значения этих факторов, в настоящей работе определялись опытным путем условия изменения ударной взякости и прочности строительных сталей OLC 35 и OLC 45.

L'INFLUENCE DE LA MICROSTRUCTURE INITIALE SUR LA DURITÉ ET LA RÉSILIENCE APRÈS LA TREMPE ET LE REVENU POUR LES ACIERS OLC 35 ET OLC 45

(RÉSUMÉ)

Les propriétés mécaniques en général et la résilience spécialement, dépendent en plus grande mesure de la microstructure initiale des aciers de construction et en moindre mesure — des facteurs établis pendant la trempe. A l'aide des facteurs mentionnés on obtient au cours de la trempe de différents degrés de dispersion qui ont une influence sur la vitesse d'agglomération des phases au revenu.

Si l'on effectue le revenu dans les mêmes conditions de température et de temps on obtient après la trempe pour des microstructures différentes des propriétés mécaniques différentes.

En considérant les différentes valeurs de ces facteurs influents, on a déterminé expérimentalement les conditions de variation de la résilience et de la durité pour les aciers OLC 35 et OLC 45

O METODĂ DE MĂSURARE PRIN AȘCHIERE A RIGIDITĂȚII SUBANSAMBLELOR STRUNGURILOR

DE

E. DODON

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

I.

După cum se știe, metodele încărcărilor prin așchiere, folosesc însăși procesul normal cu care funcționează mașina pentru creerea, cu ajutorul adîncimii variabile, de solicitări diferite a acesteia, în condițiile rigidității practic infinite a restului verigelor din sistemul tehnologic elastic. Aceste metode concepute la „Inst. Politehnic M. I. Kalinin" din Leningrad, au deja prelucrate forme pentru utilizare la mai multe genuri de mașini-unelte. În cazul strungurilor, la prelucrarea între vîrfuri, sînt cunoscute variantele cu dispunerea în trepte a adîncimii variabile de așchiere în lungul obiectului sau cu dispunerea continuă pe periferie [2], [3]. Ultima, denumită și metoda obiectului excentrentic, este cea mai adecvată din punct de vedere al consumului de materiale și al comodității de lucru, în special pentru măsurători pe scară mare. Totodată, această metodă are și un dezavantaj și anume necesitatea determinării pe baza relațiilor și tabelelor din teoria așchierii metalelor a coeficienților λ și C_p din expresiile: $P_y = \lambda P_z$ și $P_z = C_p \cdot t \cdot S^{y_P}$; Cum acești coeficienți depind de o serie de factori ai fenomenului de așchiere, se pot introduce erori sensibile la aprecierea condițiilor concrete ale experienței și deci la adaptarea unor valori juste. De ex. coeficientul ce caracterizează influența vitezei în expresia componentei P_z, nu are nici un fel de precizare satisfăcătoare, în sensul că nu este indicată viteza la care sînt valabile relațiile și nici punctul de referință din variația calitativă a forței în funcție de viteză. Desigur cel mai recomandabil ar fi determinarea experimentală a lui λ și C_p. Aceasta însă este posibil numai atunci cînd există aparatură pentru măsurarea forțelor de așchiere și pentru executarea unui număr mare de măsurători. De aceea ar fi mai expeditivă o metodă care să nu necesite determinarea acestor coeficienți. Candidatul în șt. teh. V. A. Skragan, a propus în acest sens utilizarea unui obiect elastic pe lîngă mandrina rigidă. Bazat pe această propunere, autorul a dezvoltat relațiile de mai jos pentru calculul rigidității princi-

palelor subansamble ale strungurilor [3], a realizat construcția unei mandrine elastice și a verificat experimental această metodă, denumită metoda celor două obiecte excentrice.

II.

După cum rezultă din cele de mai sus metoda este în fond o variantă, bazată pe același principiu al măsurării inexactității de deformare copiată pe piesa prelucrată însă mandrina (obiectul) elastică, cu un singur inel și cu deformații de același ordin de mărime cu a strungului, ne scutește de a utiliza coeficientul λ și C_p. Dacă notăm cu:

R_I — rigiditatea sistemului tehnologic elastic la prelucrarea cu mandrina rigidă,

R_{II} — rigiditatea sistemului tehnologic elastic la prelucrarea cu mandrina elastică,

$R_{maș}$ — rigiditatea totală a mașinii (strungului),

R_{ob} — rigiditatea mandrinei (obiectului) elastice,

și considerăm sistemele tehnologice elastice a prelucrării separate cu cele două mandrine, neglijînd deformația cuțitului, avem pentru cazul utilizării mandrinei rigide relația:

$$\frac{1}{R_I} = \frac{1}{R_{maș}} \tag{1}$$

și pentru cazul celei elastice relația:

$$\frac{1}{R_{II}} = \frac{1}{R_{maș}} + \frac{1}{R_{ob}} = \frac{R_{maș} + R_{ob}}{R_{maș} \cdot R_{ob}} \tag{2}$$

Dacă notăm în continuare corectarea cu $c = \frac{\Delta_0}{\Delta_p}$ iar cu $c_I = \frac{\Delta_{0I}}{\Delta_{pI}}$ — corectarea la mandrina rigidă pentru inelul central. și cu $c_{II} = \frac{\Delta_{0II}}{\Delta_{pII}}$ — corectarea la mandrina elastică unde Δ_0, Δ_p— bătaia obiectului respectiv a piesei și ținînd cont de expresia rigidității sistemului dată în funcție de λ și C_p (2), (4) adică

$$R_{I,\,II} = \lambda \cdot C_p \cdot S^{y_P} \cdot c_{I,\,II} \tag{3}$$

pe baza relațiilor (1) și (2) putem scrie că:

$$\frac{1}{\lambda \cdot C_p \cdot S^{y_P} c_I} = \frac{1}{R_{maș}} \tag{4}$$

$$\frac{1}{\lambda \cdot C_p \cdot S^{y_P} \cdot c_{II}} = \frac{R_{maș} + R_{ob}}{R_{maș} \cdot R_{ob}}$$

Din relaţiile (4), rezolvînd în raport cu $R_{maş}$ şi produsul $\lambda \cdot C_p \cdot S^{yP}$ se obţine:

$$R_{maş} = \left(\frac{c_I}{c_{II}} - 1\right) R_{ob} \tag{5}$$

respectiv

$$\lambda \cdot C_p S^{yP} = \frac{c_I - c_{II}}{c_I \cdot c_{II}} \cdot R_{ob}. \tag{6}$$

Considerînd acum, cele trei poziţii de prelucrare — a inelului de lîngă păpuşa fixă, de lîngă păpuşa mobilă şi de la mijloc (la mandrina rigidă desigur), notînd cu

R_{csc} — rigiditatea căruciorului cu săniile şi port-cuţitul,
R_{pf} — rigiditatea păpuşei fixe,
R_{pm} — rigiditatea păpuşei mobile,
c_{pf} — corectarea la inelul păpuşei fixe,
c_{pm} — corectarea la inelul păpuşei mobile

şi înlocuind rigiditatea sistemului, deci a maşinii, cu valoarea dată de relaţia (3) adaptată celor trei poziţii de prelucrare, obţinem:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda \cdot C_p \cdot S^{y} P c_{pf}} &= \frac{1}{R_{csc}} + \frac{1}{R_{pf}} \\ \frac{1}{\lambda \cdot C_p \cdot S^{y} P c_{pf}} &= \frac{1}{R_{scs}} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{R_{pf}} + \frac{1}{R_{pm}}\right) \\ \frac{1}{\lambda \cdot C_p \cdot S^{y} P c_{pm}} &= \frac{1}{R_{csc}} + \frac{1}{R_{pm}}. \end{aligned} \tag{7}$$

Înlocuind în aceste ecuaţii expresia $\lambda C_p \cdot S^{yP}$ cu valoarea dată de relaţia (6) rezultă sistemul:

$$\begin{aligned} \frac{c_I \cdot c_{II}}{(c_I - c_{II}) R_{ob} \cdot c_{pf}} &= \frac{1}{R_{csc}} + \frac{1}{R_{pf}} \\ \frac{c_{II}}{(c_I - c_{II}) R_{ob}} &= \frac{1}{R_{csc}} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{R_{pf}} + \frac{1}{R_{pm}}\right) \\ \frac{c_I \cdot c_{II}}{(c_I - c_{II}) R_{ob} \cdot c_{pm}} &= \frac{1}{R_{csc}} + \frac{1}{R_{pm}}. \end{aligned} \tag{8}$$

Rezolvînd acest sistem în raport cu necunoscutele $R_{csp} \cdot R_{pm}$ şi R_{pf}, obţinem tocmai valorile rigidităţilor principalelor subansamble ale strungului, adică a căruciorului cu săniile şi port-cuţitul, a păpuşei fixe şi a păpuşei mobile, date respectiv de expresiile (9), (10) şi (11).

$$R_{csc} = \frac{2R_{ob} \cdot c_{pf} \cdot c_{pm} (c_I - c_{II})}{4 c_{pf} c_{pm} c_{II} - c_I c_{II} (c_{pf} + c_{pm})} \tag{9}$$

$$R_{pf} = \frac{2R_{ob}\, c_{pf} \cdot c_{pm}\,(c_{\mathrm{I}} - c_{\mathrm{II}})}{2c_{\mathrm{I}} c_{\mathrm{II}} c_{pm} - 4c_{pm}\, c_{\mathrm{II}} + c_{\mathrm{I}} c_{\mathrm{II}}\,(c_{pm} + c_{pf})} \tag{10}$$

$$R_{pm} = \frac{2R_{ob} \cdot c_{pf} \cdot c_{pm}\,(c_{\mathrm{I}} - c_{\mathrm{II}})}{2c_{\mathrm{I}} \cdot c_{\mathrm{II}}\, c_{pf} - 4\, c_{pf}\, c_{pm}\, c_{\mathrm{II}} + c_{\mathrm{I}}\, c_{\mathrm{II}}\,(c_{pm} + c_{pf})}. \tag{11}$$

După cum se observă, nu mai intervin în relație coeficienții λ și C_p, rigiditățile respective depinzînd de corectările c_{I}, c_{II}, c_{pf}, c_{pm}, toate măsurabile în cursul experimentării pentru condițiile concrete respective și de rigiditatea (obiectului) mandrinei elastice R_{ob}. Aceasta poate fi calculată destul de precis, sau măsurată după construcția mandrinei, valoarea sa rămînînd desigur aceeași. Rezultă deci că cu ajutorul relațiilor (9), (10) și (11) se pot calcula rigiditățile respective direct, numai pe bază de date măsurate, ceea ce ridică mult precizia rezultatelor obținute. Într-adevăr, considerînd simplist eroarea limită totală care intervine la oricare din expresiile (9), (10) sau (11) obținem că *) :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{ob} + \varepsilon_{pf} + \varepsilon_{pm} + \varepsilon_{\mathrm{I}} + \varepsilon_{\mathrm{II}}$$

unde s-a notat cu ε —eroarea limită la măsurarea parametrului precizat la indice și cu

ε_t — eroarea limită totală (pentru valoarea rigidității respective).

Totodată, în cazul utilizării numai a obiectului excentric rigid [2], deci cu coeficientul λ și C_p, eroarea limită totală va fi :

$$\varepsilon'_t = \varepsilon_s + \varepsilon_{pf} + \varepsilon_{pm} + \varepsilon_c + \varepsilon_\lambda + \varepsilon_{cp}$$

unde ε_s —eroarea avansului, iar $\varepsilon_{\mathrm{I}} = \varepsilon_c$. Presupunînd că $\varepsilon_{ob} \approx \varepsilon_s$, aproximare admisibilă practic și putînd afirma sigur că $\varepsilon_{\mathrm{II}} < \varepsilon_\lambda + \varepsilon_{cp}$ rezultă clar că $\varepsilon_t > \varepsilon'_t$ și că deci prin expresiile (9), (10) și (11) se obține o precizie mai ridicată a rezultatelor.

Cu unele condiții, aceste observații, sînt valabile și pentru relația (5), cu care se poate calcula rigiditatea totală a strungului. În acest caz, eroarea limită totală calculată pe baza diferențialei totale respective va fi dată de :

$$\varepsilon_{tm} = \varepsilon_{ob} + \frac{c_{\mathrm{I}}}{c_{\mathrm{I}} - c_{\mathrm{II}}}(\varepsilon_{\mathrm{I}} + \varepsilon_{\mathrm{II}}) \tag{14}$$

iar pentru metode de un singur obiect excentric, pe aceeași bază de calcul avem

$$\varepsilon'_{tm} = y_p \varepsilon_c + \varepsilon_c + \varepsilon_\lambda + \varepsilon_{cp}. \tag{15}$$

Din relațiile (14) și (15) se poate constata că existența inegalității $\varepsilon'_{tm} < \varepsilon_{tm}$ este condiționată și de raportul $\frac{c_{\mathrm{I}}}{c_{\mathrm{I}} - c_{\mathrm{II}}}$. Desigur însă că și pentru relația (5) avantajul lucrului cu mărimi măsurate este evident.

*) Eroarea limită corectă dă o valoare mai mică decît cea adoptată în relația (12) și nu a fost redată pentru a nu complica raționamentele comparative care urmează.

În toate cele de mai sus, s-a înţeles că lungimile celor două obiecte (mandrine) sînt riguros egale, că au aceeaşi prindere între vîrfuri, că regimul de aşchiere este acelaşi şi că materialul inelelor care se aşchiază este acelaşi, din aceeaşi tolă sau lingou.

III.

Metoda implică deci în plus, la efectuarea practică, utilizarea unei mandrine elastice. Introducerea unui obiect elastic în sistemul tehnologic maşina-unealtă-sculă-piesă-dispozitiv-maşină, la regimurile grele de aşchiere necesare probelor de rigiditate, aduce cu sine o greutate serioasă : apariţia vibraţiilor care de fapt este şi unicul neajuns al acestei metode. De aceea construcţia mandrinei elastice este oarecum o problemă delicată, ea trebuind să întrunească pe de o parte elasticitatea suficientă ca deformaţiile sale să poată fi „prinse" vizibil cu comparatorul, iar pe de altă parte suficientă rezistenţă la vibraţii, deci deformaţii mici prin urmare calităţi contradictorii. De aceea construcţia mandrinei necesită încercări experimentale mai numeroase, pe lîngă alte măsuri de înlăturare a pericolului apariţiei vibraţiilor. Totodată mandrina trebuie să asigure o fixare corespunzătoare a inelului care se strunjeşte, astfel ca acesta să facă corp comun cu mandrina, precum şi posibilitatea rotirii sale comode în scopul apariţiei unei noi excentrităţi. Construcţia realizată de autor *), după numeroase tatonări experimentale şi care poate fi recomandată pentru strungurile mijlocii este redată în fig. 1. Piesa principală este desigur tija centrală *1*, care are la mijloc un disc excentric şi pe care se păsuieşte inelul ce se aşchiază *4*. Discul poate

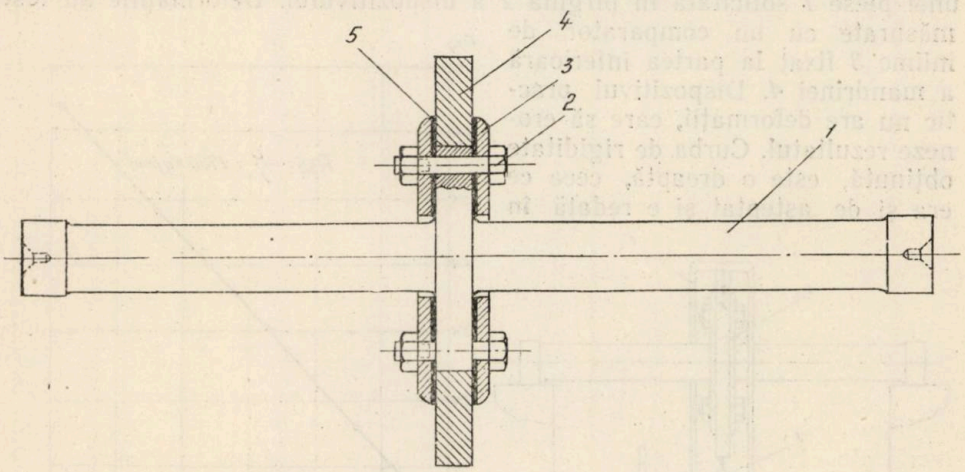


Fig. 1. Mandrina elastica (obiectul).

*) Atît mandrina cît şi toate experienţele au fost executate la Institutul Politehnic Oraşul-Stalin.

fi din întreg cu tija, sau poate fi sudat la mijlocul său ceea ce este mai corespunzător. Materialul tijei trebuie să fie un oțel de calitate, eventual revenit. Aceasta în scopul de a avea o limită de elasticitate cît mai ridicată, față de solicitarea produsă la încovoiere de forța de așchiere. Inelul de strunjire se fixează pe discul excentric cu ajutorul a două inele plate *3* și a șuruburilor *2* care trec prin discul excentric. Cum discul și materialul de strunjit nu pot avea lățime absolut egală, strîngerea lor, chiar cu suprafețe rugoase la inelul *3*, lasă de dorit, iar vibrațiile apar cu ușurință. Pentru înlăturarea acestora se utilizează două foi de plumb *5*, de cîțiva milimetri, care se strîng între inelele plate *3* pe de o parte și discul tijei cu materialul de prelucrat pe de altă parte. Rolul plumbului la diferite probe practice a fost foarte evident, ceea ce ne permite să presupunem, că pe lîngă coeficientul de frecare mare, cu care asigură o strîngere bună, plumbul joacă de asemenea și rolul unui amortizor de vibrații. Tot în scopul asigurării unei strîngeri cît mai bune, parte din suprafața laterală a inelului de așchiat și a discului tijei este bine să fie randalinată ca de altfel și suprafața corespunzătoare a pieselor *3*.

După cum s-a văzut mai sus în relațiile respective intervine rigiditatea obiectului elastic (R_{ob}). Aceasta poate fi calculată. Mai sigură și fără complicații în plus, este însă măsurarea experimentală a acestei rigidități, cale care a și fost adoptată. Măsurătoarea s-a executat pe un dispozitiv de etalonat aparate pentru forțe de așchiere, la care încărcarea se execută prin forța greutăților, amplificată în brațe cu raportul 160. Această încărcare se transmitea părții superioare a mandrinei, montată pentru strunjire după cum se vede în schița din fig. 2, prin intermediul unei piese *1* solicitată în pîrghia *2* a dispozitivului. Deformațiile au fost măsurate cu un comparator de miime *3* fixat la partea inferioară a mandrinei *4*. Dispozitivul practic nu are deformații, care să eroneze rezultatul. Curba de rigiditate obținută, este o dreaptă, ceea ce era și de așteptat și e redată în

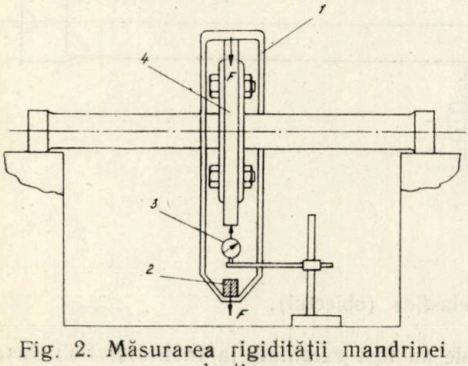


Fig. 2. Măsurarea rigidității mandrinei elastice.

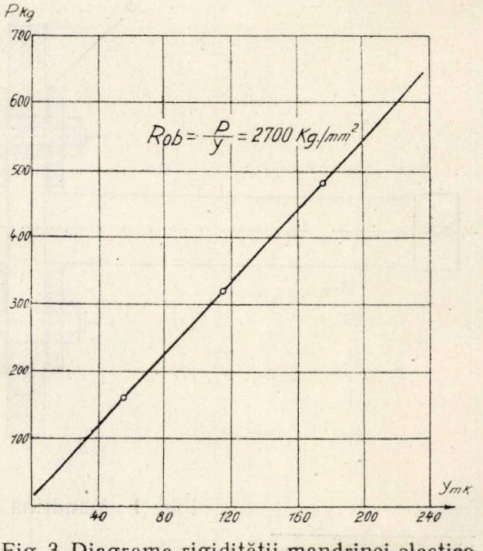


Fig. 3. Diagrama rigidității mandrinei elastice.

fig. 3. Deplasarea mică a dreptei, ce se observă faţă de origine, se datoreşte deformaţiilor de contact, care apar la începutul încărcării. Dreapta este trasată pe baza mediei valorilor citite la încărcare şi descărcare pentru o poziţie oarecare şi una rotită cu 180% faţă de prima. Valoarea rigidităţii care rezultă este :

$$R_{ob} = \frac{P}{y} = 2700 \text{ kg/mm.}$$

Aceasta, odată cunoscută, se introduce în calcule la ori ce măsurătoare.

Ca obiect rigid, cel mai corespunzător este mandrina construită şi recomandată pentru metoda obiectului excentric, de către autorul ei V. A. Skragan. O vedere de ansamblu a acestei mandrine ; utilizate în experienţe, este redată în fig. 4. Descrierea construcţiei sale se află în literatură [2] şi de aceea nu ne vom opri asupra ei.

IV.

Pentru verificarea în practică a valabilităţii metodei s-a recurs la măsurări comparative a rigidităţii căruciorului cu sania port-cuţit, a păpuşei mobile şi a păpuşei fixe, atît prin metoda cunoscută a obiectului excentric, cît şi cu ajutorul relaţiilor [9], [10] şi [1]. Exeperienţele au fost executate pe un strung tip 1 A 62. Inelele pentru strunjire au fost confecţionate din tolă de cazan ($H_B = 130$) de 16 mm grosime, materialul fiind desigur acelaşi la inelele ambelor mandrine. De asemenea s-au păstrat identice condiţiile de lucru, reglajul maşinei etc. Cuţitul utilizat a fost cel corespunzător măsurătorilor de rigiditate, cu următoarea geometrie: unghiul de degajare $\gamma = 0°$, unghiul de aşezare $\alpha = 15°$, unghiul de înclinare a tăişului $\lambda = 0°$, unghiul principal de atac $\varkappa = 45°$ şi unghiul secundar de atac 10°. Raza de rotunjire a vîrfului a fost de 1,5 mm iar materialul plăcuţei din aliaj dur T 15 K 6. Secţiunea barei cuţitului, pentru a fi cît mai rigid, s-a luat de 25×30 mm.

În scopul obţinerii de date cît mai exacte s-a urmărit o justă apreciere a coeficienţilor λ şi C_p, necesare metodei cu un sigur obiect excentric. Pe baza datelor din manuale şi a unor măsurători parţiale au fost precizate valorile : $C_p = 145$ şi $\lambda = 0{,}3$. Pentru a avea aproximativ aceeaşi viteză de aşchiere, turaţia s-a păstrat aceeaşi şi s-a urmărit ca şi diametrele obiectelor să fie cît mai egale. Cu diferenţe de $\pm$ 1 mm între obiecte, pentru probele executate diametrul a fost în jur de 155 mm. Antrenarea mandrinei elastice s-a făcut cu inima de strîngere, iar a celei rigide prin ştiftul planşaibei şi ştiftul de antrenare al mandrinei, vizibil în fig. 4. Fotografiile cu cele două obiecte montate succesiv pe strung, pentru măsurători, sînt redate la fig. 5 şi fig. 6.

Mai importantă este alegerea regimului de aşchiere, care după cum s-a menţionat trebuie să fie identic pentru ambele obiecte. Pe lîngă condiţiile principale, cerute obişnuit de încercările la rigiditate prin metodele încărcărilor prin aşchiere (forţă, calitatea suprafeţei), în cazul de faţă

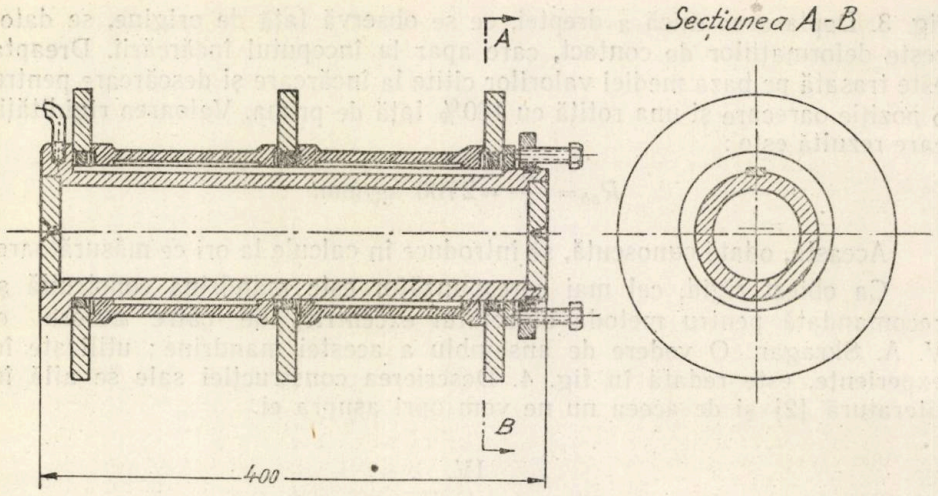


Fig. 4. Mandrina rigidă.

este necesar în plus a alege astfel regimul, încît pericolul apariției vibrațiilor să fie cît mai mic. În acest caz este utilă o mărire a avansului (deci implicit și a razei de strunjire a vîrfului cuțitului la cca 1,5 mm) și a vitezei de așchiere. Prin probe experimentale s-a conchis ca favorabile pentru avansuri, valori în jur de 0,3 mm/tură și viteza de cca 100 m/min. Măsurătorile noastre s-au efectuat la o turație de $n=230$ t/min, ceea ce revine la o viteză de cca 112 m/minut și un avans $S=0{,}33$ mm/tură. Periferiile obiectelor, pentru ridicări eventuale de curbe de rigiditate au fost divizate din 45° în 45°

Măsurătorile au fost repetate de 2 sau 3 ori (pentru ob. elastic). Pe baza lor au fost calculate valorile medii ale rigidității subansamblelor respective. Rezultatul calculului este trecut în tabela 1, în kg/mm. Se observă că prin metoda descrisă mai sus, la cele două păpuși a rezultat rigiditate mai mare, în timp ce la cărucior cu sania port-cuțit

Tabela 1

Metoda \ Subansamblul	Cărucicrul cu sania portcuțit	Păpușa mobilă	Păpușa fixă
Metoda obiectului excentric	R_{csc} 2300	R 4400	R_{pf} 4130
Metoda a 2 obiecte excentrice	R_{csc} 1800	R_{pm} 5500	R_{pf} 5050

situația este tocmai inversă. Cum rigiditatea ultimului ansamblu este de semn contrar primelor două menționate (dacă se admite semnul după

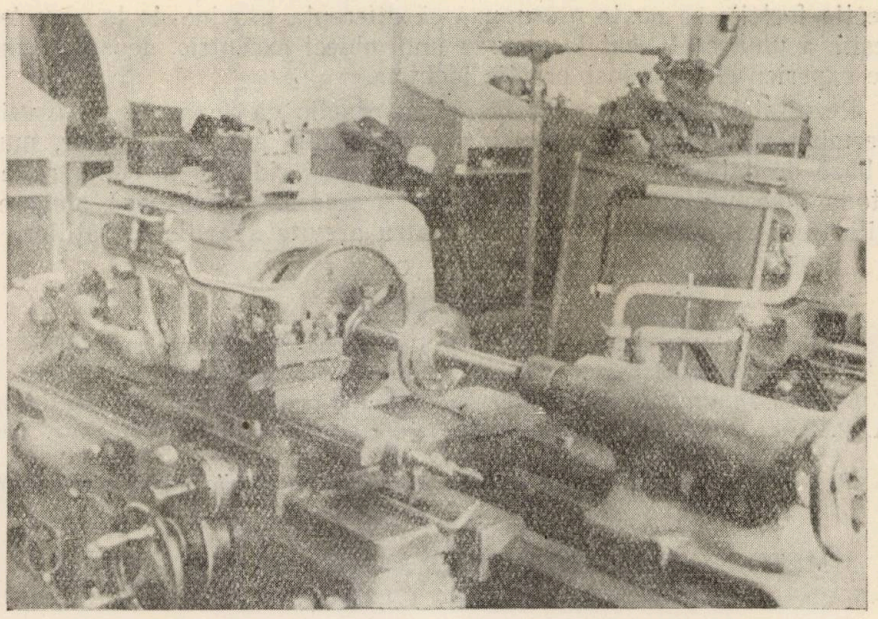


Fig. 5. Fotografia mandrinei elastică la încercarea pe strung.

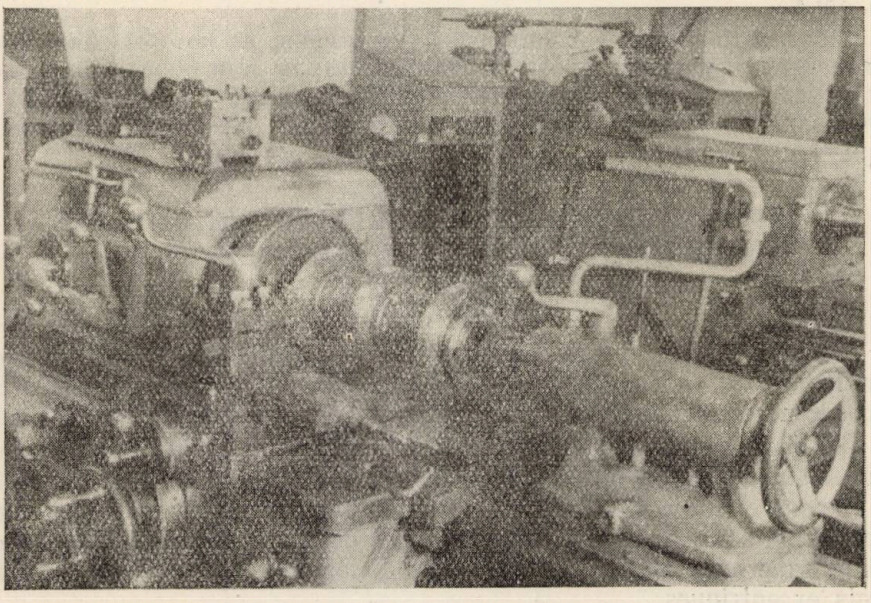


Fig. 6. Fotografia mandrinei rigidă la încercare pe strung.

direcţia forţei), se poate presupune că diferenţa provine de la aprecierea greşită a unui coeficient la metoda unui obiect excentric, deoarece condiţiile experienţelor au fost practic identice.

Rezultatele măsurătorilor dovedesc practic că se poate cu uşurinţă determina rigiditatea subansamblelor principale ale strungurilor, numai pe bază de date măsurate şi cu o precizie mai ridicată în comparaţie cu metoda obiectului excentric. Este însă necesară o judicioasă alegere şi verificare a regimului de aşchiere, pentru a evita apariţia vibraţiilor.

BIBLIOGRAFIE

1. — Metallorejuşcie stanki. Pod. red. N. S. Acerkona-Maşghiz, Moscova 1957.
2. — *Jeostkosti metalorejuşcik stankov i eio iznemeric*, Maşghiz, Leningrad 1952.
3. E. Dodon, *Incercări ale maşinilor-unelte*. Litografia Învăţământului Oraşul-Stalin 1955.
4. A. P. Socolovschi, *Naucinie osnovi tehnologihii maşinotroenia Maşghiz*, Leningrad 1955.
5. A. P. Socolovschi, *Rascioti tocinosti obrabotki na netallorejuşcih stankov*. Maşghiz 1952.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ ГЛАВНЫХ УЗЛОВ ТОКАРНЫХ СТАНКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Производственные методы определения жесткости станков используют коэффициенты, которые могут изменятся в зависимости от условий опыта.

Использывая две эксцентричные заготовки, из которых одна жесткая, а другая упругая, автор выводит формулы для определения жесткости узлов токарных станов только на основании данных измерений, изготавливает упругую заготовку и проверяет на опыте выведенные формулы.

UNE MÉTHODE POUR MESURER LA RIGIDITÉ DES PRINCIPAUX SOUSENSEMBLES DES TOURS

(RÉSUMÉ)

Les méthodes connues de mesure de la rigidité des tours et de leurs principaux sousensembles par le détachement des copeaux utilisent pour le cas concret à côté des valeurs mesurées, des coefficients approximatifs.

Se basant sur l'utilisation de deux objets, l'un rigide et l'autre élastique, l'auter a établi des relations pour la détermination de ces rigidités, se servant en ceci des données obtenues par mesures, sans coefficients approximatifs. Il a réalisé ainsi la construction de l'objet élastique et a vérifié expérimentalement cette méthode nommée : la méthode des deux objets excentriques.

ÎNCERCAREA TUBURILOR DE ASPIRAȚIE ÎN AER

DE

A. BARGLAZAN, m. c. al Acad. R.P.R., I. PREDA, M. POPOVICIU, I. AVED

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Pentru studiul comportării calitative diferențiale între diverse tuburi de aspirație, colectivul a studiat și proiectat 3 tuburi de aspirație [2], care au fost încercate utilizînd o turbină Kaplan reală [3] precum și la funcționare în aer fără rotor .

Pentru experimentarea în aer a fost folosită camera de încercare a ventilatoarelor [4] tuburile avînd caracteristicile indicate în tabela 1. Ele au fost montate cu axul longitudinal orizontal. Racordarea la camera de presiune a fost făcută cu ajutorul unei diuze profilate (fig. 2).

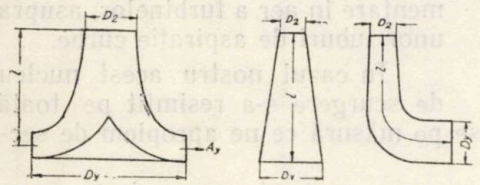


Fig. 1.

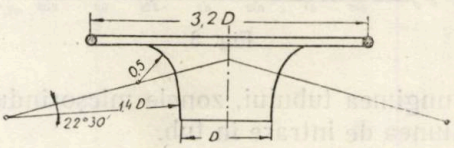


Fig. 2.

Tabela 1

	D_2 mm	D_y mm	l mm	α^0	tg α
troncon	90	220	544	8°20′	0,1435
curb	90	220	544	4°	0,0699
hidrocon	90	270	296,5	8°30′	0,149

Măsurătorile au fost făcute în secțiunea de intrare cu ajutorul unui tub Prandtl, după un diametru orizontal și unul vertical.

Ținînd seama de ecuația lui Bernoulli scrisă între secțiunea de intrare (indicele 2) și cea de ieșire (indicele y), de ecuația de continuitate

şi de particularităţile tuburilor, expresia pierderilor de sarcină în tub devine:

$$hp_{2-y} = \frac{\Delta p_{st}}{\gamma_{aer}} - \frac{0{,}972}{2g\,A_2^2} Q^2$$

iar expresia randamentului tubului de aspiraţie:

$$\eta d = - \frac{\Delta p_{st}}{0{,}972\,\Delta_{din}}$$

Rezultatele măsurătorilor sînt date în fig. 3.

La încercarea tubului de aspiraţie fără rotor, în aer, la toate 3 tipurile luate în considerare cca 5% din suprafaţa secţiunii de ieşire nu este activă iar prin cca 75—85% din secţiune trece 90% din debit.

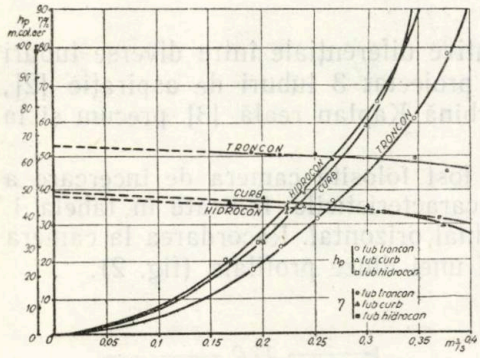


Fig. 3.

Deci ieşirea curentului de aer din tubul de aspiraţie se face sub forma unui nucleu, care însă îşi schimbă din timp în timp poziţia.

Rezultate asemănătoare sînt arătate şi în literatura sovietică de specialitate [1], pentru încercări efectuate pe staţiunea de experimentare în aer a turbinelor, asupra unor tuburi de aspiraţie curbe.

În cazul nostru acest nucleu de scurgere s-a resimţit pe toată lungimea tubului, zonele micşorîndu-se pe măsură ce ne apropiem de secţiunea de intrare în tub.

Din analiza legăturilor funcţionale între pierderea de sarcină şi debit, respectiv randament şi debit, rezultă pentru întreaga gamă de debite, o comportare optimă pentru tubul troncon.

Valorile randamentului pentru tubul curb şi hidrocon sînt apropiate între ele, la debite mici randamentul fiind ceva mai scăzut pentru tubul hidrocon.

Aceste rezultate nu sînt în concordanţă cu cele obţinute anterior la încercare a 3 tuburi de aspiraţie, similară, în apă şi cu rotori. De aici rezultă că rotorul schimbă caracterul curentului în tubul de aspiraţie.

Comportarea mai slabă a tubului hidrocon la încercări fără rotor se explică şi prin lipsa componentei tangenţiale, în acest caz, tubul hidrocon fiind cel care recuperează în cea mai mare parte pierderile datorită vitezei tangenţiale.

ИСПЫТАНИЕ ВСАСЫВАЮЩИХ ТРУБ В ВОЗДУХЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Для изучения качественного дифференциального поведения, различных всасывающих труб были изучены и спроектированы три всасывающих трубы, работающих в воздухе без ротора.

Результаты сведены на рис. 3, где дается графическая функциональная зависимость между потерей напора и дебитом, т. е. к. п. д. и дебитом.

В работе показаны также различия полученные в этом случае по сравнению с работой в воде с ротором.

L'ESSAI DES TUBES D'ASPIRATION EN AIR

(RÉSUMÉ)

Pour effectuer des recherches sur le comportement qualitatif différentiel de divers tubes d'aspiration on a étudié et on a établi le projet de trois tubes d'aspiration fonctionnant en air, sans rotor.

Les résultats obtenus sont présentés dans la figure 3, qui définit le rapport fonctionnel graphique entre la perte de charge et le débit, respectivement — rendement et débit.

On indique aussi les différences obtenues, en ce cas, par rapport au fonctionnement en eau avec rotor.

BIBLIOGRAFIE

1. I. L. Povh, *Moderirovanie gidravcliceschih turbin v vozdušnhpotocah.*
2. A. Bărglăzan, I. Preda, M. Popoviciu și O. Popa, Noi forme de tuburi de aspirație pentru turbinele hidraulice. Buletinul științific și tehnic al Institutului Politehnic Timișoara. Tom. 2 (16), Fascicola 1.
3. A. Bărglăzan, I. Preda, M. Popoviciu și O. Popa, *Un nou tub de aspirație pentru turbinele Kaplan.*
4. I. Anton, Viorica Anton, I. Preda, M. Popoviciu, Verificarea legilor de similitudine la ventilatoarele axiale. Buletinul Științific și Tehnic al I.P.T., Tom. 2 (16), Fascicola 1.

CONTRIBUȚIUNI LA CALCULUL GEOMETRIC AL ROȚILOR DINȚATE CORIJATE, EGALIZAREA ALUNECĂRILOR

DE

FR. KOVACS și B. HOROVITZ

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. INTRODUCERE

Se cunoaște faptul, că durabilitatea angrenajelor care funcționează în condiții care nu permit realizarea unei ungeri bune, depinde în mare măsură de mărimea alunecărilor relative ale flancurilor de dinți. Luînd ca măsură pentru alunecări, raportul arcelor parcurse de punctul de contact pe cele două flancuri,

$a_1 = \frac{\rho_2 \varphi_2}{\rho_1 \varphi_1} = \frac{1}{a_2}$ unde a_1 este alunecarea raportată la roata *1*, a_2 la roata *2*, ρ raza de curbură a profilului, φ unghiul de rotire a roții (vezi fig. 1), variația $a = f(\rho)$ este dată de ecuațiile

$$\rho_1 (ia_1 + 1) = A \sin \alpha$$

și

$$\rho_1 \left(\frac{a_2}{i} + 1 \right) = A \sin \alpha$$

unde i este raportul de transmisie al angrenajului, A distanța între axe, α unghiul de angrenare. Variațiile se observă pe fig. 1.

Se observă că, pentru ca valoarea maximă a alunecărilor flancurilor pentru un anumit angrenaj, să fie minime posibile, alunecările la începutul și sfîrșitul angrenării trebue să fie egale.

$$a_2 s_1 = a_1 s_2$$

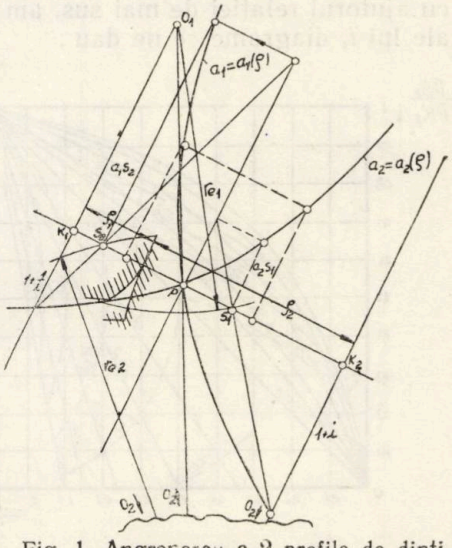


Fig. 1. Angrenarea a 2 profile de dinți evolventă.

Pentru determinarea dimensiunilor angrenajului în aşa mod, încît această condiţie să fie îndeplinită, se cunoaşte metoda tabelară a lui Dicker, metoda iteraţiei grafice a prof. Vöröş, ş.a.m.d. [2].

În continuare, se presupune o metodă nomografică pentru calculul parametrilor de corijare, în vederea obţinerii unor angrenaje cu alunecări egalizate.

2. STABILIREA POZIŢIILOR PUNCTELOR DE ÎNCEPUT ŞI SFÎRŞIT DE ANGRENARE, PENTRU CARE ALUNECĂRILE a_1 ŞI a_2 ALE FLANCURILOR SÎNT EGALE

În fig. 3 se observă construcţia grafică a mărimilor

Din construcţia geometrică, rezultă că :

$$\frac{a_{2S_1}}{1+i} = \frac{PS_1}{S_1K_2}, \quad \text{deci} \quad a_{2S_1} = (1+i)\frac{PS_1}{S_1K_2}$$

de asemenea

$$\frac{a_{1S_2}}{1+\frac{1}{i}} = \frac{PS_2}{S_2K_1}, \quad \text{deci} \quad a_{1S_2} = \left(1+\frac{1}{i}\right)\frac{PS_2}{S_2K_1}$$

pentru egalizarea alunecărilor, va trebui să avem :

$$(1+i)\frac{PS_1}{S_1K_2} = \left(1+\frac{1}{i}\right)\frac{PS_2}{S_2K_1}$$

deci,

$$\frac{S_1K_2}{PS_1} = i\frac{S_2K_1}{PS_2}$$

ştiind că

$$PS_1+S_1K_2=OK_2 \quad \text{şi} \quad PS_2+S_2K_1=OK_1$$

cu ajutorul relaţiei de mai sus, am trasat pentru o serie de valori normale ale lui i, diagrame ce ne dau :

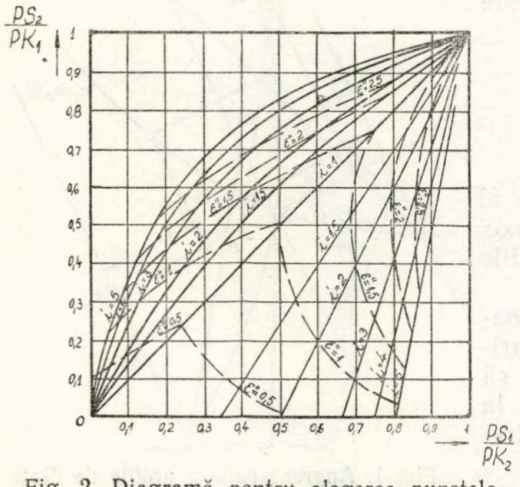


Fig. 2. Diagramă pentru alegerea punctelor S_1 şi S_2.

$\frac{PS_1}{PK_2} = +\left(\frac{PS_2}{PK_1}\right)$ pentru care avem alunecările egalizate (fig. 2).

Cu ajutorul acestor diagrame, se poate ajunge dintr-o dată la rezultatul, la care ajunge prin iteraţie grafică, prof. Vöröş : stabilirea poziţiei punctelor S_1 şi S_2 pentru care avem egalizarea alunecărilor.

Spre exemplu, pentru $i=2$ alegînd $\frac{PS_1}{PK_2}=0{,}5$ rezultă din diagrama pentru $\frac{PS_2}{PK_1}=0{,}675$ alunecarea profilelor egală la începutul şi sfîrşitul angrenării aceleiaşi perechi de roţi dinţate.

3. STABILIREA LEGĂTURII DINTRE POZIŢIA PUNCTELOR DE INCEPERE ŞI SFIRŞIT AL ANGRENĂRII, DE PE LINIA DE ANGRENARE, ŞI COEFICIENŢII DE CORIJARE

a) În fig. 3 avem schema angrenării a 2 roţi dinţate. Adoptînd notaţiile din figură, avem

$$\overline{P_0E} = \overline{P_0E_0} + \overline{E_0E} = \overline{P_0P} + \overline{PE_0} + \overline{E_0E}$$

$$\overline{P_0P} = m\frac{z_2}{2}\left(\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} - 1\right) = mA_2$$

$$A_2 = \frac{z_2}{2}\left(\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} - 1\right) = \frac{z_2}{2}\lambda_0$$

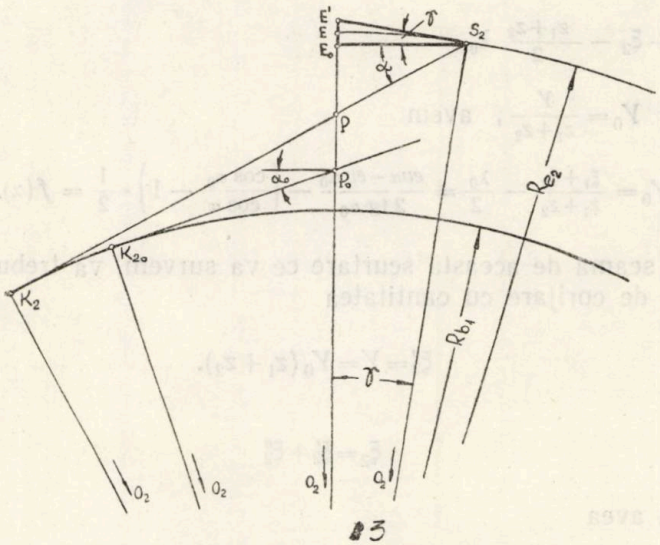


Fig. 3. Schema angrenării pentru dintele unei roţi.

unde α este unghiul de angrenare de funcţionare, $\alpha = 20°$

$$PE_0 = PS_2 \sin\alpha = \frac{PS_2}{PK_1} \cdot PK_1 \cdot \sin\alpha = m \cdot \frac{PS_2}{PK_1} \cdot \frac{z_1}{17} \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha_0} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_0} = mB_2$$

$$B_2 = \frac{PS_2}{PK_1} \cdot \frac{z_1}{17} \cdot \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha_0} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_0} = \frac{PS_2}{PK_1} \cdot z_1 B_0$$

$$E_0E \cong \frac{E_0E'}{2} = m \cdot \frac{B_2^2}{z_2 + 2(A_2 + B_2)} = mC_2$$

$$C_2 = \frac{B_2^2}{z_2 + 2(A_2 + B_2)}$$

cu acestea,

$$P_0E=m\,(1+\xi_2)=m\,(A_2+B_2+C_2).$$

Deci

$$\xi_2'=A_2+B_2+C_2-1.$$

La o corijare unde $|\xi_2|\neq|\xi_1|$ deci o corijare „unghiulară" se va tăia din capul dinţilor, cantitatea

$$Y\cdot m=\left(\xi_1+\xi_2-\frac{z_1+z_2}{2}\lambda_0\right)\cdot m$$

Y este coeficientul de scurtare a capului dinţilor

$$Y=\xi_1+\xi_2-\frac{z_1+z_2}{2}\lambda_0$$

Notînd $Y_0=\dfrac{Y}{z_1+z_2}$, avem

$$Y_0=\frac{\xi_1+\xi_2}{z_1+z_2}-\frac{\lambda_0}{2}=\frac{ev\alpha-ev\,\alpha_0}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_0}-\left(\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha}-1\right)\cdot\frac{1}{2}=f(\alpha).$$

Ţinînd seama de această scurtare ce va surveni, va trebui să mărim coeficientul de corijare cu cantitatea

$$\xi_2''=Y=Y_0\,(z_1+z_2).$$

Atunci,

$$\xi_2=\xi_2'+\xi_2''$$

La fel, vom avea

$$A_1=\frac{z_1}{2}\lambda_0 \qquad\qquad \xi_1'=A_1+B_1+C_1-1$$

$$B_1=\frac{PS_1}{PK_2}\cdot\frac{z_1}{17}\cdot\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\alpha_0}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_0} \qquad\qquad \xi_1''=Y=(z_1+z_2)Y_0$$

$$C_1=\frac{B_1^2}{z_1+2\,(A_1+B_1)} \qquad \text{şi rămîne, însă la } \xi_1=\xi_1'+\xi_1''$$

b) Modul de lucru :

În fig. 4, se găseşte o nomogramă pentru calculul lui A_1B şi Y. Se apreciază α. Se calculează valorile A_1B şi Y cu ajutorul nomogramei, în modul indicat de săgeţile indicatoare. Rapoartele $\dfrac{PS_1}{PK_2}$, $\dfrac{PS_2}{PK_1}$ se aleg din

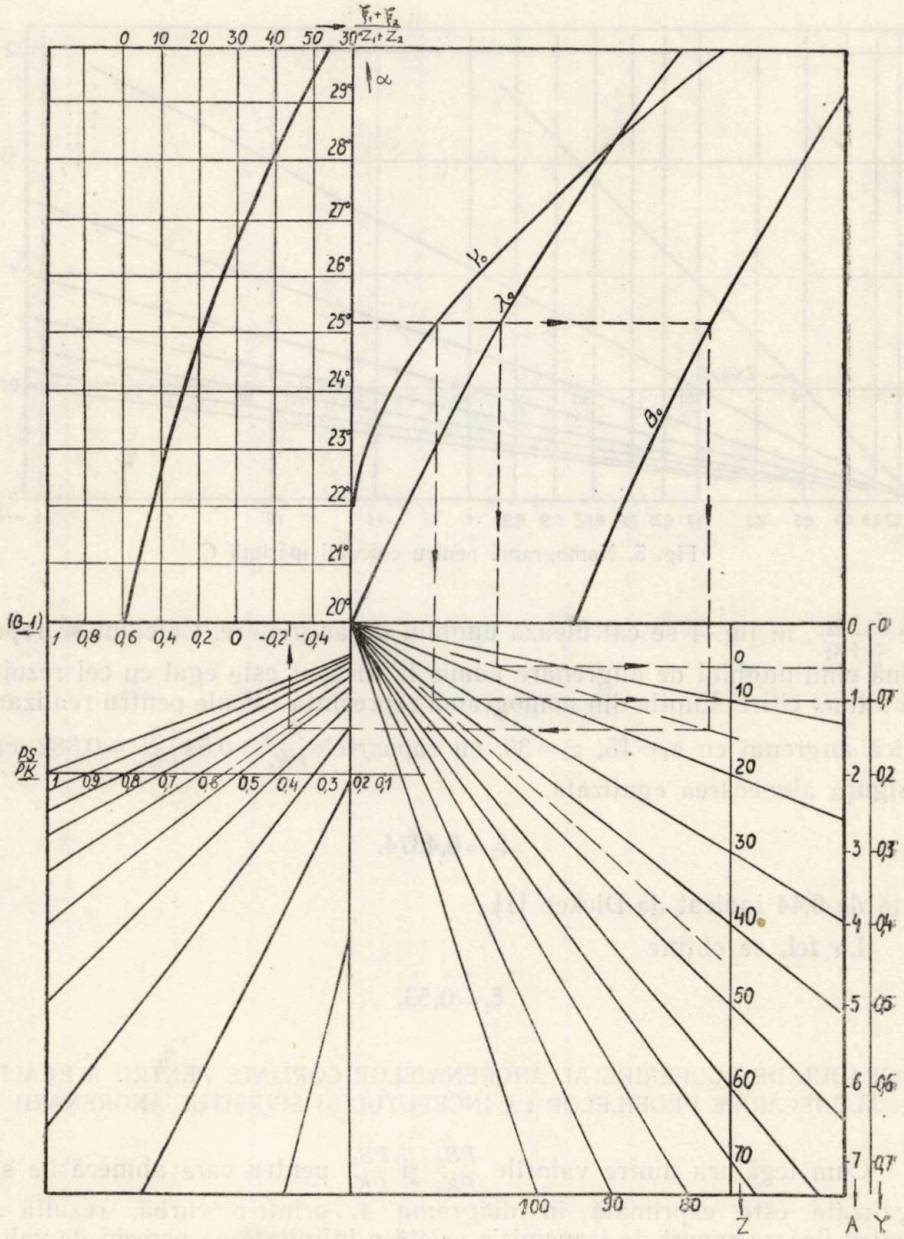


Fig. 4. Nomogramă pentru calculul mărimilor *A*, *B* și *Y*.

nomograma fig. 2, fixîndu-ne un punct de curba cu indicele raportului de transmisie dat. Din fig. 5 se citeşte C. Se calculează ξ_1, şi ξ_2. În funcţie

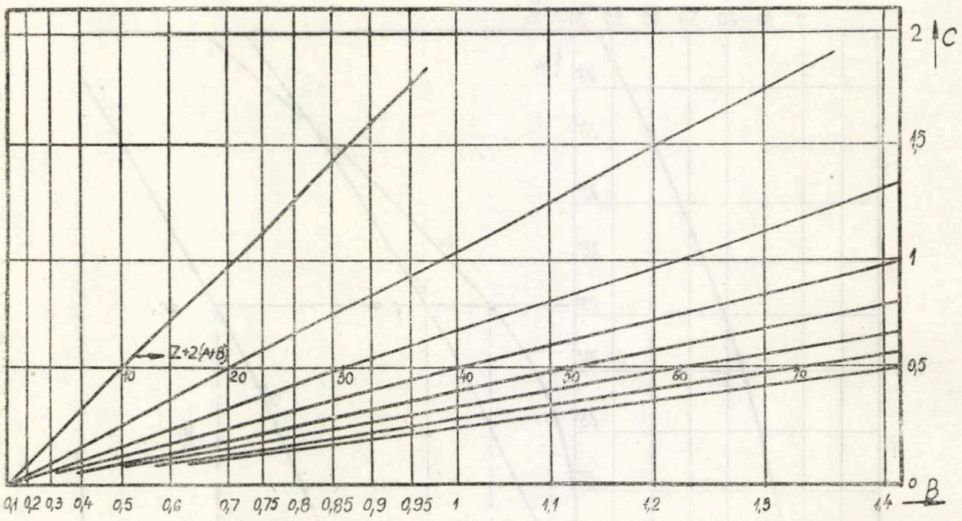


Fig. 5. Nomogramă pentru calculul mărimii C.

de $\frac{\xi_1+\xi_2}{z_1+z_2}$, în fig. 4 se calculează unghiul de angrenare. Calculul se repetă pînă cînd unghiul de angrenare admis la început este egal cu cel rezultat la ultima citire. Liniile din nomogramă reprezintă calcule pentru realizarea mică angrenaj cu $z_1=15$, $z_2=30$, cu rapoartele $\frac{PS_2}{PK_1}=0{,}54$ $\frac{PS_1}{PK_2}=0{,}382$, care asigură alunecarea egalizată.

$$\xi_2=0{,}4374.$$

faţă de 0,44 indicat de Dicker [1]..

La fel, se obţine

$$\xi_1=0{,}53.$$

4. GRADUL DE ACOPERIRE AL ANGRENAJELOR CORIJATE PENTRU A EGALIZA ALUNECĂRILE PROFILELOR LA INCEPUTUL ŞI SFIRŞITUL ANGRENĂRII

Cum legătura dintre valorile $\frac{PS_2}{PK_1}$ şi $\frac{PS_1}{PK_2}$ pentru care alunecările sînt egalizate este exprimată în diagrama 4, printr-o curbă, rezultă că pentru fiecare raport de transmisie există o infinitate de perechi de valori, pentru care egalizarea este realizată. Însă, pentru fiecare pereche de valori, angrenajul funcţionează cu alt grad de acoperire.

Într-adevăr :

$$\varepsilon = \frac{S_1S_2}{p\cos\alpha_0} = \frac{PS_1+PS_2}{p\cos\alpha_0} = \frac{PK_2\cdot\frac{PS_1}{PK_2}+PK_1\cdot\frac{PS_2}{PK_1}}{p\cos\alpha_0} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha_0}\cdot z_1\left(i\frac{PS_1}{PK_2}+\frac{PS_2}{PK_1}\right)$$

unde $p=\pi m$ este pasul, m, modulul angrenajului.

Notînd : $\varepsilon' = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha_0}$ şi $\varepsilon'' = i\frac{PS_1}{PK_2}+\frac{PS_2}{PK_1}$ deci

$$\varepsilon = \varepsilon'\varepsilon''$$

Avem termenul ε'' depinzînd numai de $\frac{PS_1}{PK_2}$, $\frac{PS_2}{PK_1}$ şi i. Pentru fiecare valoare a lui ε'' în diagrama 4, corespunde o curbă.

Diagrama 6 ne dă valorile lui ε' în funcţie de α şi z. Impunînd realizarea unui ε, apreciind valoarea unghiului α, alegem din diagrama 6, ε' corespunzător lui z_1.

Avem atunci $\varepsilon'' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon'}$, în diagrama 4, ne vom opri asupra acelei perechi de valori $\frac{PS_1}{PK_2}$, $\frac{PS_2}{PK_1}$ pentru care avem gradul de acoperire parţial ε'', calculat mai sus, deci pentru care se realizează gradul de acoperire cel impus de dinainte.

5. RAPORTUL PRESIUNILOR PE FLANCUL DINŢILOR

Spre orientare am întrodus în nomograma 2 şi curbele pentru care $\frac{pS_1}{pS_2}=1$, deci, avem valorile absolute minime posibile pentru presiunile pe

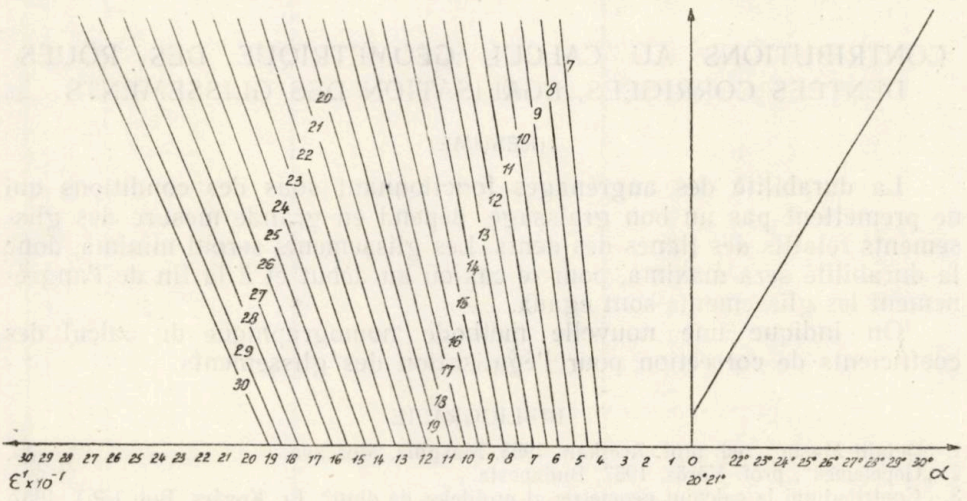


Fig. 6. Nomogramă pe calculul mărimii ε'.

flancul dinţilor [3]. Aceste curbe ne permit să ne orientăm în ce măsură angrenajul proiectat de noi se apropie de cel cu repartiţia optimă a presiunilor pe flancul dinţilor. Se vede că nu există angrenaj cu alunecare egalizată şi cu presiuni pe flancuri maxime egalizate, decît pentru $i=1$.

CONCLUZII

Metoda de calcul prezintă avantaje faţă de metoda propusă de Dicker, prin faptul că permite la un anumit angrenaj, pentru realizarea egalizării alunecărilor, alegerea a unei infinităţi de perechi de coeficienţi de corijare. Deci, proiectantul poate adopta acei coeficienţi, pentru care angrenajul are un grad de acoperire dorit, o repartiţie optimă a presiunilor pe flanc de dinte şi *o anumită distanţă între axe.*

Prezintă un pas înainte faţă de metoda grafică a prof. Vörös, prin faptul, că proiectantul nu este nevoit să determine poziţia punctelor S_1 şi S_2 prin iteraţie, şi alege aceste poziţii din diagrama fig. 2.

К ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ РАСЧЕТУ КОРЕКТИРОВАННЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ВЫРАВНИВАНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Прочность сцеплений работающих в условиях не позволяющих хорошей смазки, зависит в большой степены от относительных скольжений боковых поверхностей зубьев. Скольжения будут минимальными и следовательно прочность максимальной, в случае, когда в начале и конце сцепления скольжения одинаковы.

Указывается новый номографический метод расчета коэффициента корректирования для выравнивания скольжений.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL GÉOMÉTRIQUE DES ROUES DENTÉES CORRIGÉES, ÉGALISATION DES GLISSEMENTS

(RÉSUMÉ)

La durabilité des angrénages fonctionnant sous des conditions qui ne premettent pas un bon graissage, dépend en grande mesure des glissements relatifs des flancs des dents. Les glissements seront minima, donc la durabilité sera maxima, pour le cas où au début et à la fin de l'angrènement les glissements sont égaux.

On indique une nouvelle méthode nomographique du calcul des coefficients de correction pour l'égalisation des glissements.

BIBLIOGRAFIE

1. „Detalii Maşin", red. prof. Acerkan, 1953, Maşghiz, Moscova.
2. „Gépelemek", prof. Vörös, 1957, Budapesta.
3. „Contribuţiuni la calculul geometric al profilelor de dinţi", Fr. Kovács, Bul. I.P.T. 1957.

CONTRIBUȚII LA DETERMINAREA SĂGEȚII DINAMICE A UNUI CABLU INSTANTANEU DESCĂRCAT

DE

L. BOLEANȚU

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Descărcarea instantanee a cablului de o sarcină concentrată cuprinde o clasă importantă de probleme din domeniul de utilizare a cablurilor fie ca linii de transport pentru energia electrică, fie ca și cabluri trăgătoare sau purtătoare pentru varietatea macaralelor cu cablu sau funiculare.

In cele ce urmează, se prezintă o rezolvare a problemei în următoarele poteze:

— Cablul poartă o singură sarcină concentrată și este articulat fix la capete.

— Forma de echilibru a cablului se presupune a fi o parabolă.

— Se neglijează rezistența aerului în mișcarea cablului.

In cele ce urmează, vom folosi următoarele notații:

f_x săgeata cablului la distanta x de reazemul considerat ca origină.

C — sarcina concentrată.

g_1, g_2 — greutatea specifică a cablului înainte și după descărcare.

H — componenta orizontală a tensiunii din cablu.

E — modulul de elasticitate al cablului.

F — secțiunea cablului.

δ_x — elongația cablului în secțiunea x față de poziția de repaus.

α_x — săgeata dinamică în secțiunea x.

H_m — componenta orizontală a tensiunii cînd Q se găsește la mijlocul deschiderii.

$\Delta t°$ — variația de temperatură.

Restul notațiilor se deduc din figura 1.

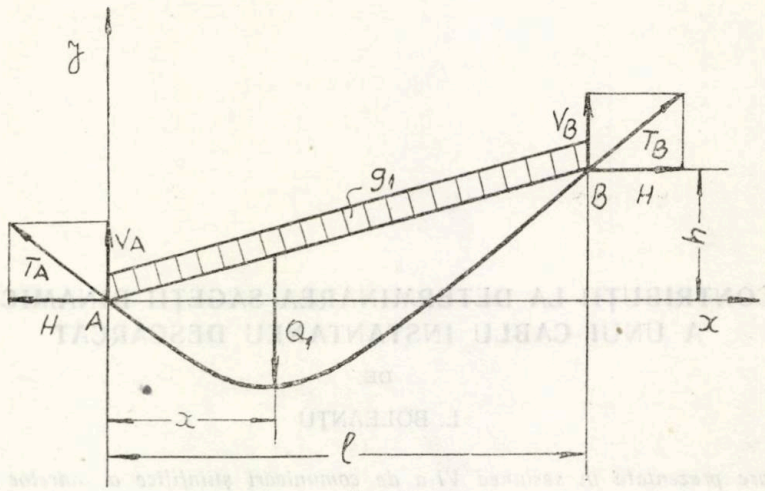


Fig. 1.

CALCULUL SĂGEŢII DINAMICE

Conform demonstraţiei cunoscute, în ipotezele acceptate expresia săgeţii unui cablu în secţiunea x cu sarcina uniform distribuită şi forţa concentrată, este [1]:

$$f_x = \frac{g_1 x\,(l-x)}{2H\cos\beta} + \frac{Q}{H}\cdot\frac{x\,(l-x)}{l} \tag{1}$$

iar ecuaţia de stare a cablului pentru cazul general, este:

$$H^3 + H^2\left\{\frac{EF\cos^2\beta}{24H_m^2}\,[3Q_m(Q_m+G_1)+G_m^2] - H_m \pm \right.$$

$$\left. \pm\varepsilon\Delta t^\circ EF\cos\beta\right\} - \frac{x\,(l-x)}{2l^2}\,Q_x\,(Q_x+G_x)\,EF\cos^2\beta - \frac{G_x^2 EF}{24}\cos^2\beta = 0. \tag{2}$$

In punctul de aplicaţie al sarcinii concentrate, avem săgeţile:

— înainte de descărcare

$$f_{1x} = \frac{g_1 x\,(l-x)}{2H_1\cos\beta} + Q_1\frac{x\,(l-x)}{lH_1} \tag{3}$$

şi

$$f_{2x} = \frac{g_2 x\,(l-x)}{2H_2\cos\beta} \tag{3'}$$

— după descărcare.

Ţinînd seama de ecuaţia (3) şi (3'), se poate scrie în secţiunea x:

$$\delta_x = f_{1x} - \frac{g_2 x\,(l-x)}{2H_2\cos\beta}. \tag{4}$$

Din ecuația (4) se deduce:

$$H_2=g_2\frac{x(l-x)}{2\cos\beta(f_{1x}-\delta_x)} \tag{5}$$

unde:

$$g_2=g_1+\frac{g_1}{g}\ddot{\delta}_x=g_1\left[1+\frac{\ddot{\delta}_x}{g}\right]=g_1\left[1+\frac{a_x}{g}\right]$$

g fiind accelerația gravitației

$\ddot{\delta}_x=a_x$ accelerația cablului după descărcare.

Ecuația (2) în cazul nostru, devine:

$$H_2^3+H_2^2\left\{\frac{EF\cos^2\beta}{24H_{1m}^2}[3Q_1(Q_1+G_1)+G_1^2]-H_{1m}\right\}-\frac{G_2^2EF\cos^2\beta}{24}=0 \tag{6}$$

unde:

$$G_1=\frac{g_1l}{\cos\beta};\quad G_2=\frac{g_2l}{\cos\beta}. \tag{7}$$

Din ecuația (6) deducem:

$$\frac{G_2}{H_2}=\left[\frac{3Q_1(Q_1+G_1)+G_1^2}{H_{1m}^2}+\frac{24}{EF\cos^2\beta}(H_2-H_{1m})\right]^{1/2}.$$

Ținînd seama de (7) și notînd:

$$p=\frac{\cos^2\beta}{l^2}\cdot\frac{3Q_1(Q_1+G_1)+G_1^2}{H_{1m}^2}\quad\text{și}\quad q=\frac{24}{l^2EF}$$

obținem:

$$\frac{g_2}{H_2}=\sqrt{p+q(H_2-H_{1m})}. \tag{8}$$

Ecuația (4) se transformă, ținînd seama de (5) și (8), în:

$$\delta_x=f_{1x}-\frac{x(l-x)}{2\cos\beta}\left\{p+q\left[g_1\frac{x(l-x)}{2\cos\beta(f_{1x}-\delta_x)}\left(1+\frac{a_x}{g}\right)-H_{1m}\right]\right\}^{1/2}.$$

Notăm:

$$A=\frac{p-qH_{1m}}{4\cos^2\beta}\quad\text{și}\quad B=\frac{qg_1}{8\cos^2\beta} \tag{9}$$

și rezolvăm în privința lui a_x:

$$\delta_x^3-3f_{1x}\delta_x^2+[3f_{1x}^2-Ax^2(l-x)^2]\delta_x-f_{1x}^3+Ax^2(l-x)^2-Bx^3(l-x)^3=$$

$$=B\frac{a_x}{g}x^3(l-x)^3. \tag{10}$$

Dacă ținem seama că:

$$v_x = \frac{d\delta_x}{dt} \quad \text{și} \quad a_x = \frac{dv_x}{d\delta_x} v_x$$

ecuația (10) se scrie:

$$\frac{Bx^3(l-x)^3}{g} v_x dv_x = \{\delta_x^3 - 3f_{1x}\delta_x^2 + [3f_{1x}^2 - Ax^2(l-x)^2]\delta_x - f_{1x}^3 + \\ + Ax^2(l-x)f_{1x}^2 - Bx^3(l-x)^3\} d\delta_x. \tag{10'}$$

Integrăm, ținînd seama că viteza inițială și finală a secțiunii x este 0, iar în momentul inițial $\delta_x = 0$ și la maximum de ridicare $\delta_x = \alpha_x$

$$\alpha_x^3 - 4f_{1x}\alpha_x^2 + 2[3f_{1x}^2 - Ax^2(l-x)^2]\delta_x - 4[f_{1x}^3 - Ax^2(l-x)^2 f_{1x} + Bx^3(l-x)^3] = 0. \tag{11}$$

Această ecuație dă săgeata dinamică a cablului descărcat instantaneu în punctul de aplicație al sarcinii concentrate, descărcată instantaneu.

CALCULUL ACCELERAȚIEI MAXIME

Din ecuația (10) deducem:

$$a_x = \frac{g}{Bx^3(l-x)^3} \{\delta_x^3 - 3f_{1x}\delta_x^2 + [3f_{1x}^2 - Ax^2(l-x)^2]\delta_x - f_{1x}^3 + \\ + f_{1x}Ax^2(l-x)^2 - Bx^3(l-x)^3\}. \tag{12}$$

Din (12) se vede că a_x variază cu δ_x și deci se pot determina valorile extreme din ecuația: $\frac{da_x}{d\delta_x} = 0$.

Rezultă accelerația maximă:

$$a_{x\,max} = g\left[\frac{2A}{3B}\sqrt{\frac{A}{3}} - 1\right]. \tag{14}$$

Cu:

$$\delta_x = f_{1x} + x(l-x)\sqrt{\frac{A}{3}}$$

rezultă:

$$a_x = -g\left[\frac{2A}{3B}\sqrt{\frac{A}{3}} + 1\right].$$

Din relația (14) rezultă că oricare ar fi poziția sarcinii Q pe cablu în momentul descărcării instantanee, accelerația maximă a secțiunii respective este aceeași și este dată de relația (14).

Din relația (13) deducem că repartiția poziției secțiunilor de accelerație maximă, de-a lungul cablului, se face după o parabolă.

Observații. Rezultatele găsite mai sus sînt valabile atîta vreme cît există ecuația (6) deci atîta vreme cît cablul este întins.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТРЕЛЫ ПРОГИБА МНОГОВЕННО РАЗГРУЖЕННОГО КАБЕЛЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Приведенное исследование разрешает вопрос определения динамической стрелы прогиба кабеля с закрепленными концами, находящегося под растяжением во всем промежутке времени движения и разгруженного от сосредоточенной нагрузки действующей в некотором сечении.

На основании найденных зависимостей дается расчет значения наибольшего ускорения сечения к которому приложена сосредоточенная сила.

CONTRIBUTION À LA DÉTERMINATION DE LA FLÈCHE DYMAMIQUE D'UN CÂBLE INSTANTANÉMENT DÉCHARGÉ

(RÉSUMÉ)

L'étude entreprise résout le problème de déterminer la flèche dynamique d'un câble aux extrémités fixés et tendu durant sont mouvement, qui est dechargé de la charge concentrée qu'-il porte sur une section quelconque.

À partir des relations établies on calcule aussi la valeur de l'accélération maxima de la section sur laquelle avait agi la force concentrée.

BIBLIOGRAFIE

1. I. E. Barat și V. I. Palvinski, *Macarale cu cablu*, Mașghiz Moscova 1954
2. G. M. Razanov, *Calculul mecanic al liniilor aeriene de transport de energie electrică*, Ed. T. Buc. 1957.
3. S. P. Strelcov, *Introducere în teoria oscilațiilor*, Ed. T. Buc. 1954.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL ARDERII PE GRĂTAR A CĂRBUNELUI BRUN NECOCSIFICABIL DIN VALEA JIULUI

DE

H. THEIL

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Pentru a folosi un combustibil în modul cel mai rațional și economic, ceea ce duce la micșorarea prețului de cost al energiei produse și deci la reducerea prețului de cost al bunurilor de consum, se impune cunoașterea exactă a proprietăților de ardere a acestuia. Diferitele fenomene din timpul arderii cărbunelui ca: aprinderea, zonele arderii incomplete, zonele de ardere cu exces de aer etc. au o influență hotărîtoare în ceea ce privește alegerea sistemului optim de ardere. Se impune deci necesitatea completării analizei obișnuite a combustibilului (analiză imediată, analiză elementară etc.) cu astfel de caracteristici dinamice de ardere din care rezultă comportarea combustibilului la aprindere și la ardere.

Întrucît în cazul focarului cu grătar rulant cantitatea proaspătă de combustibil intră în proces și trece prin toate fazele succesive de ardere și de gazeificare fără a se amesteca cu cantitățile precedente și următoare de combustibil, devine posibilă o analogie destul de strictă între timpul de ardere și drumul străbătut de strat la o viteză constantă de mișcare a grătarului rulant. Această analogie permite cercetarea arderii unei cantități izolate de combustibil pe grătarul fix al unui cuptor experimental de laborator. Experiențele realizate în prezenta lucrare se bazează tocmai pe analogia arătată mai sus, imitîndu-se condițiile de ardere de pe grătarul rulant într-un cuptor experimental de laborator. Determinarea curbelor de ardere în acest cuptor experimental permite aprecierea posibilității și oportunității arderii unor anumiți cărbuni pe grătare rulante, și în caz contrar permit determinarea celor mai raționale procedee pentru arderea lor.

Cercetarea unei probe de cărbuni se desfășoară în felul următor: dintr-un cuptor de cărămidă refractară, preîncălzit pînă la aproximativ 1 000 °C, se scot toate resturile de combustibil și se așază pe grătar o

cantitate cîntărită de cărbuni, netezindu-se stratul. După închiderea etanşă a uşii, se insuflă o cantitate de aer calculată anterior pentru un anumit coeficient de excedent (între 1,1 şi 1,6). În timpul acestor pregătiri temperatura focarului nu trebuie să scadă sub 700—800 °C. În acest caz aprinderea şi arderea se produc în condiţii similare cu cele de pe grătarul catenar fără insuflare pe zone: strat de înălţime uniformă, aprinderea datorită radiaţiei de sus, insuflare continuă şi uniformă de aer pînă la ardere completă.

În timpul aprinderii şi arderii cărbunelui de pe grătar se măsoară:
— temperatura din focar
— presiunea sub, respectiv deasupra grătarului
— debitul de aer insuflat în focar
— la intervale scurte se iau probe de gaz care vor fi analizate ulterior în laborator, determinîndu-se CO_2, O_2, C_mH_n, CO, H_2, şi CH_4.

După determinarea experienţei se scot resturile din focar şi se determină nearsele.

Instalaţia experimentală folosită constă dintr-un focar zidit din cărămidă refractară cu un volum de aproximativ 0,6 m³, în care se găseşte un grătar de 0,4×0,5 m. Printr-o conductă care intră în cutia cenuşarului se insuflă aer printre barele grătarului. Pe conductă există o diafragmă cu ajutorul căreia se măsoară debitul de aer. Pentru măsurarea temperaturii focarului serveşte un termoelement Pt-PtRh plasat în mijlocul focarului. Presiunea deasupra şi dedesubtul grătarului se măsoară cu micromanometre. În secţiunea de intrare a gazelor în coş, se iau probele de gaz cu ajutorul unei ţevi de cupru de 2 mm diametru răcită cu apă, ne mai putînd avea loc astfel, nici un fel de reacţie în interiorul ţevii.

Am încercat patru înălţimi diferite de strat: 50, 75, 100 şi 125 mm cu încărcări termice ale grătarului cuprinse între 600 şi 900 Mcal/m²h. Condiţiile de ardere în cuptorul experimental sînt asemenea celor din focarele industriale: înălţimi egale ale stratului, încărcări termice specifice ale grătarului şi ale focarului egale, deci şi timpi de ardere egali. Numai cantităţile de cărbuni şi de căldură s-au schimbat în raportul în care se găseşte grătarul experimental faţă de grătarele industriale. Rezultatele obţinute sînt deci valabile pentru focarele industriale.

Pentru a putea trage concluzii din rezultatele analizei gazelor ne folosim de următoarele relaţii

$$CO_2+O_2+CO+H_2+CH_4+N_2=1 \qquad (1)$$

(hidrocarburi grele nu s-au găsit niciodată)

$$536(CO_2+CO+CH_4)=c \text{ grame carbon/m}^3 \text{ gaze arse} \qquad (2)$$

$$\frac{N_2}{0,79}+\frac{1}{0,21}(0,5CO+0,5H_2+2CH_4)-\frac{O_2}{0,21}=L_{min} \text{ m}^3 \text{ aer/m}^3 \text{ gaz} \qquad (3)$$

$$\lambda=\frac{N_2}{0,79}\,\frac{1}{L_{min}} \qquad (4)$$

$$L_{teor}=\frac{L_{real}}{\lambda} \text{ Nm}^3/\text{s} \qquad (5)$$

$$V = \frac{0{,}79\, L_{real}}{N_2} \text{ Nm}^3/\text{s} \quad (6)$$

$$C_s = cV \text{ g/s} \quad (7)$$

S-au folosit următoarele notaţii :

— c — cantitatea de carbon arsă în grame raportată la 1 m³ gaze arse ;

— L_{min} — cantitatea de aer în m³ necesară în mod teoretic pentru a obţine 1 m³ gaze arse ;

— L_{real} — aerul introdus în focar Nm³/s ;

— L_{teor} — aerul teoretic necesar pentru ardere în momentul luării probei de gaz Nm³/s ;

— V — cantitatea gazelor arse Nm³/s ;

— c_s — cantitatea de carbon existent în gazele de ardere în momentul luării probei, în g/s.

Cărbunele studiat în prezenta lucrare este cărbune brun necocsificabil din Valea Jiului de tip autocalor cu următoarele caracteristici :

Umiditate totală	9,6%
Cenuşă	21,7%
Volatile	36,8%
Puterea calorifică infer.	5075 Kcal/kg
Puterea calorifică sup.	5350
Mărimea grăunţelor	3—16 mm
Greutatea specifică a cărbunelui vărsat	0,795 kg/dm³
Aerul teoretic necesar pentru ardere	5,6 Nm³/kg

În fig. 1 este reprezentată variaţia compoziţiei gazelor de ardere pentru o experienţă cu o

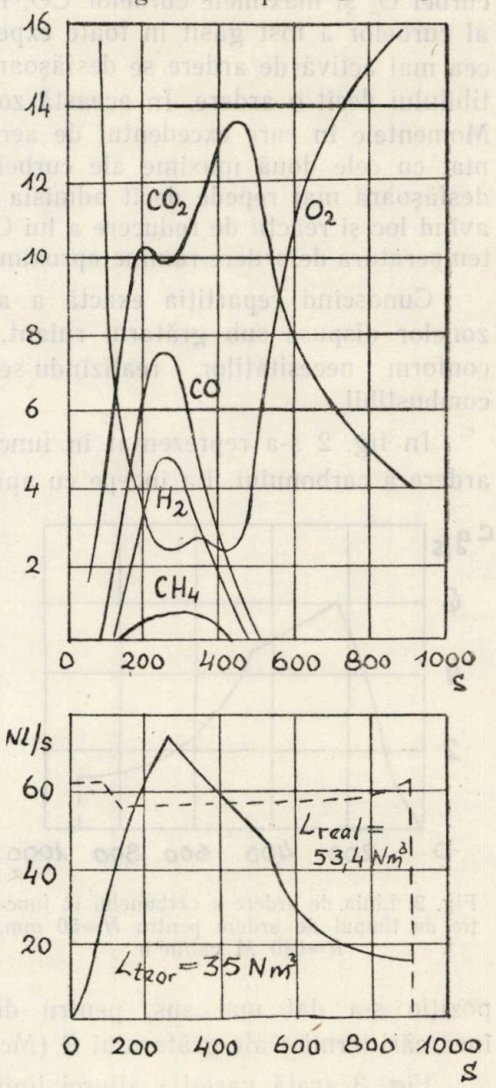


Fig. 1. Variaţia compoziţiei gazelor de ardere : Înălţimea stratului H=50 mm. Încărcarea termică a grătarului R=640 M cal/m² h.

înălțime de strat $H=50$ mm, precum și repartiția exactă a aerului necesar în mod teoretic în funcție de timpul de ardere. (Linia întreruptă reprezintă cantitatea de aer reală introdusă în focar).

Curba bioxidului de carbon prezintă două maxime care limitează zona cea mai activă de ardere. Tot în această zonă se situează minimul curbei O_2 și maximele curbelor CO, H_2, CH_4. Același aspect caracteristic al curbelor a fost găsit în toate experiențele. Se vede deci, că în partea cea mai activă de ardere se desfășoară mai mult o gazeificare a combustibilului decît o ardere. În această zonă avem o lipsă accentuată de aer. Momentele în care excedentul de aer are valoarea $\lambda=1$ corespund tocmai cu cele două maxime ale curbei CO_2. În această zonă reacțiile se desfășoară mai repede decît admisia de oxigen către centrele de ardere, avînd loc și reacții de reducere a lui CO_2 în CO. De aceea în această zonă temperatura de ardere rămîne aproximativ constantă.

Cunoscînd repartiția exactă a aerului necesar arderii, cu ajutorul zonelor dispuse sub grătarul rulant, se poate repartiza aerul întocmai conform necesităților, realizîndu-se astfel economii însemnate de combustibil.

În fig. 2 s-a reprezentat în funcție de timpul de ardere, linia de ardere a carbonului. Ea începe cu aprinderea combustibililului, urcă pînă la o valoare maximă a vitezei de ardere, prezentînd apoi o scădere bruscă cu o porțiune de discontinuitate, deoarece nu mai există oxigen disponibil pentru o dezvoltare a vîrfului. Spre capăt curba tinde asimptotic către zero.

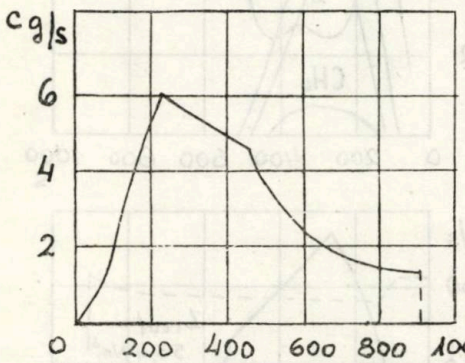


Fig. 2. Linia de ardere a cărbunelui în funcție de timpul de ardere pentru $H=50$ mm, $R=640$ M cal/m² h.

Căldura dezvoltată în unitatea de timp are deci o repartiție foarte neuniformă de-a lungul timpului de ardere. De aici se vede și necesitatea repartizării neuniforme a aerului pentru ardere.

În tabela 1 sînt concentrate rezultatele unor experiențe efectuate cu cărbunele al cărui compoziție s-a dat mai sus, pentru diferite înălțimi de strat și diferite încărcări termice ale grătarului R (Mcal/m²h).

Fig. 3 arată variația aliurei liniilor de ardere pentru o încărcare termică a grătarului aproximativ constantă și trei înălțimi diferite ale stratului: 125 mm, 100 mm și 50 mm. (Experiențele din tabela 1 cu semnul *). Se vede că aliura curbei din dreapta maximului (linia de stin-

gere) nu se schimbă mult, iar maximele au aproximativ aceeaşi valoare. Există deci o regularitate perfectă în desfăşurarea arderii.

Tabela 1

Nr. crt.	H mm	λ med	L_{real} med Nl/s	Nearse %	R kg/m²h	R Mcal/m²h	temperatura iniţială °C	temperatura maximă °C	$C_{s\,max}$ g/s
1 *	125	1,52	58	26	122	620	690	1 060	6,0
2 **	100	1,38	62	21	145	738	740	1 070	6,7
3 **	100	1,10	45	20	131	670	700	1 010	6,2
4 **	100	1,41	52,5	16,4	119	605	710	1 100	6,0
5	75	1,40	61,8	18,5	142	722	650	1 040	6,5
6	75	1,36	58	10,7	137	698	700	1 050	6,3
7	75	1,24	60,8	29	164	832	690	1 040	6,8
8	50	1,57	70,6	19	145	738	660	1 070	6,6
9 *	50	1,52	59	21	126	640	690	1 020	6,1
10	50	1,47	53,4	7	133	678	730	1 010	6,2

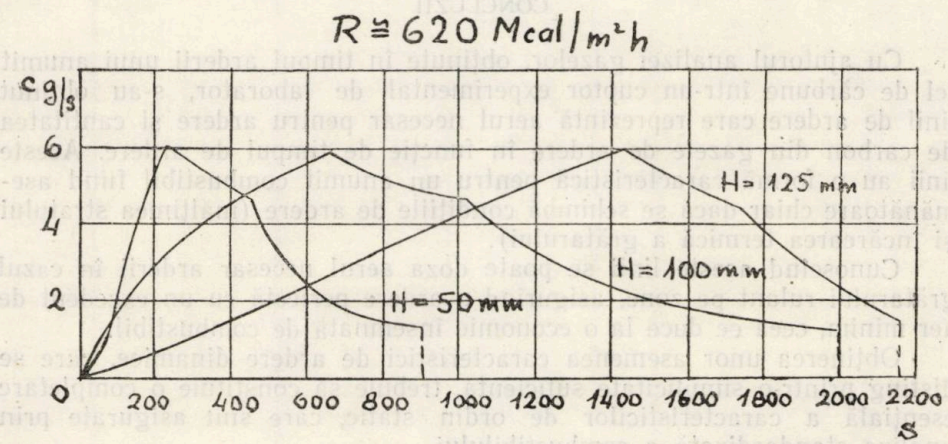


Fig. 3. Variaţia aliurei liniei de ardere a cărbunelui pentru trei înălţimi de strat diferite.

După cum reiese din tabela 1, la încărcare termică constantă a grătarului, înălţimi mai mici ale stratului necesită excedente de aer mai mari, decît înălţimi mari.

In cazul înălţimii constante a stratului şi variaţiei încărcării termice a grătarului, (fig. 4 experienţele din tabela 1 cu semnele **) liniile din stînga maximului (liniile de aprindere) rămîn aproape neschimbate, iar maximele au o valoare cu atît mai mare, cu cît creşte încărcarea termică a grătarului.

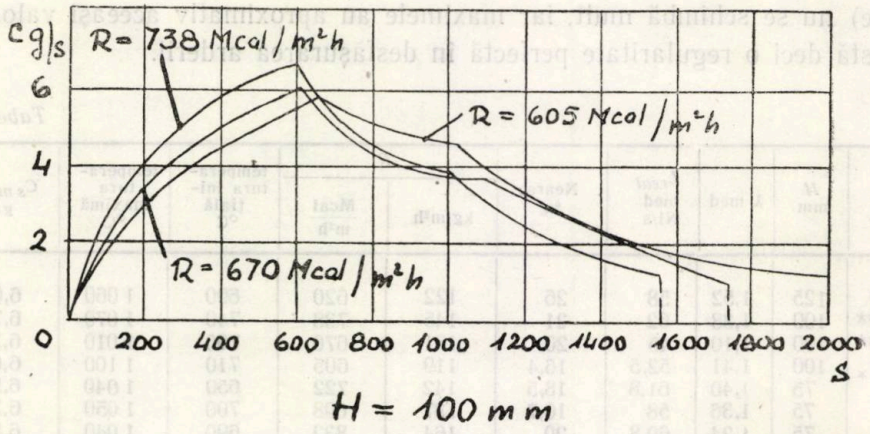


Fig. 4. Variația aliurei liniei de ardere a cărbunelui pentru trei încărcări termice diferite ale grătarului.

CONCLUZII

Cu ajutorul analizei gazelor, obținute în timpul arderii unui anumit fel de cărbune într-un cuptor experimental de laborator, s-au obținut linii de ardere care reprezintă aerul necesar pentru ardere și cantitatea de carbon din gazele de ardere în funcție de timpul de ardere. Aceste linii au o formă caracteristică pentru un anumit combustibil fiind asemănătoare chiar dacă se schimbă condițiile de ardere (înălțimea stratului și încărcarea termică a grătarului).

Cunoscînd aceste linii se poate doza aerul necesar arderii în cazul grătarului rulant pe zone, asigurînd o ardere perfectă cu un excedent de aer minim, ceea ce duce la o economie însemnată de combustibil.

Obținerea unor asemenea caracteristici de ardere dinamice, care se disting printr-o simplicitate suficientă, trebuie să constituie o completare esențială a caracteristicilor de ordin static, care sînt asigurate prin analiza standardizată a combustibilului.

К ИЗУЧЕНИЮ СЖИГАНИЯ НА РЕШЕТКЕ НЕКОКСУЮЩЕГОСЯ БУРОГО УГЛЯ ИЗ МЕСТОРОЖДЕНИЯ ВАЛЯ ЖИУЛУЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В статье даются результаты опытов с сжиганием некоксующегося бурого угля из месторождения Валя Жулиуй в лабораторной опытной печи, в которой воспроизводятся условия сжигания на передвижной решетке. Результаты опытов и в особенности распределение воздуха необходимого для горения на протяжении решетки могут быть использованы на практике, давая значительную экономию топлива.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DE LA COMBUSTION SUR GRILLE DU CHARBON BRUN DE LA VALLÉE DU JIOU

(RÉSUMÉ)

Dans cet article on présente les résultats expérimentaux concernant la combustion du charbon brun noncokéfiable de la Vallée du Jiou dans un four expérimental de laboratoire, qui imite les conditions de combustion caractéristiques à la grille roulante.

Les résultats de ces expériences, particulièrement les données sur la répartition de l'air nécessaire à la combustion au long de la grille, peuvent être mis en pratique. On réalise ainsi une importante économie de combustible.

BIBLIOGRAFIE

1. G. F. Knorre, *Procese de ardere în focare* Edit. Energetică 1955.
2. H. Werkmeister, Archiv f. Wärmewirtschaft u. Dampfkesselwesen, 8, 1931.

CONTRIBUȚIE LA STUDIUL REPARTIȚIEI TEMPERATURII PE PALETELE TURBINELOR CU GAZE

DE

M. BANARESCU și N. BOBOESCU

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Problema determinării mărimei temperaturii în lungul paletelor la turbine cu gaze fierbinți, devine tot mai importantă, pe măsură ce se ridică parametrii de lucru ai turbinelor. Deoarece tensiunea admisibilă în paletă depinde de temperatura ei și cum aceasta nu se repartizează în general în mod uniform, rezultă că pentru a nu periclita rezerva de rezistență în anumite puncte, trebuie să cunoaștem cît mai precis variația temperaturilor în lungul paletei. Importanța cunoașterii temperaturii reiese și din faptul că la o turbină cu gaze de 800 °C dacă i se micșorează viteza periferică de la 300 m/s la 150 m/s, tensiunea de rupere se micșorează de patru ori ; dacă însă i se mărește temperatura cu cca 100 °C aceasta provoacă o micșorare a tensiunii admisibile, încît rezerva de rezistență în cele două cazuri poate rezulta egală.

Pentru a cunoaște însă temperaturile în paletă, trebuie în prealabil să cunoaștem repartiția temperaturilor particulelor de gaze fierbinți, ce înconjoară paleta. Aceasta se poate determina analitic în unele cazuri, în altele însă problema fiind foarte dificilă, o determinare precisă se poate face numai prin măsurători.

În cele ce urmează se va rezolva ecuația diferențială a distribuției temperaturii paletei, pentru cazul distribuției neuniforme a temperaturii gazului fierbinte cunoscută atît pentru paleta nerăcită, cît și pentru paleta răcită în interior.

a) Paletă nerăcită

Scriind echilibrul schimbului de căldură într-o secțiune oarecare obținem ecuația diferențială a distribuției temperaturii în paleta de formă :

$$\frac{d^2t}{dz^2} + \frac{\alpha \cdot u}{\lambda \cdot f}(tg - t) = 0 \qquad (1)$$

unde am notat :

t — temperatura paletei la înălţimea z, constantă de-a lungul perimetrului, dar variabilă cu înălţimea paletei.

tg — temperatura gazului fierbinte

α — coeficientul de transmitere de căldură de la gazul fierbinte la paletă.

u — suprafaţa receptoare de căldură a paletei

λ — conductibilitatea termică a materialului paletei

f — suprafaţa secţiunii transversale a paletei.

Pentru simplificare considerăm că valoarea : $k^2 = \frac{\alpha \cdot u}{\lambda \cdot f}$ este o constantă independentă de z, ceea ce corespunde aproximativ realităţii. Ecuaţia diferenţială neglijează diferenţele de temperatură a paletei în interiorul secţiunilor paletei. Introducînd o nouă coordonată $x = k \cdot z$ obţinem o ecuaţie diferenţială de forma :

$$t'' - t = -tg \tag{2}$$

Presupunem de data aceasta că tg nu este o constantă ci o funcţie bine determinată, dată în prealabil. Soluţia se obţine cu ajutorul metodei variaţiei constantelor.

$$t = C_1 \cdot e^{kx} + C_2 e^{-kx} + \frac{1}{2k} \cdot e^{kx} \int_{x_0}^{x} tg \cdot e^{-kx} \cdot dx - \frac{1}{2k} \cdot e^{-kx} \int_{x_0}^{x} tg \cdot e^{kx} dx \tag{3}$$

Dacă notăm integrala ecuaţiei diferenţiale omogene cu t_1 şi integrala particulară a ecuaţiei neomogene cu t_2 avem :

$$t_1 = C_1 \cdot e^{kx} + C_2 \cdot e^{-kx} \tag{4}$$

$$t_2 = \frac{1}{2k} \cdot e^{kx} \int_{x_0}^{x} tg \cdot e^{-kx} \cdot dx - \frac{1}{2k} \cdot e^{-kx} \int_{x_0}^{x} tg \cdot e^{kx} \cdot dx \tag{5}$$

Constantele se obţin considerînd următoarele condiţii marginale :

a) în secţiunea din vîrful paletei să nu avem nici o degajare sau recepţie de căldură. Adică $\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=l} = 0$. . Diferenţiem deci ecuaţia (3) şi anulăm rezultatul.

$$k \cdot C_1 \cdot e^{kl} - k \cdot C_2 e^{-kl} + t_2'(x_1) = 0 \tag{6}$$

b) menţinerea unei temperaturi prealabil dată sau determinată din bilanţul termic scris pentru secţiunea dintre palete şi disc, tp, care de obicei se află sub temperatura gazului fierbinte. Adică $x = 0$, temperatura $t = t_l$.

Rezolvînd ecuațiile (6) și (7) obținem constantele de integrare:

$$C_1 = [t_p - t_2(x_p)] \frac{e^{-kl}}{e^{kl} + e^{-kl}} \tag{8}$$

$$C_2 = [t_p - t_2(x_p)] \frac{e^{kl}}{e^{kl} + e^{-kl}}. \tag{9}$$

Avînd valoarea constantelor și cunoscînd distribuția temperaturii fluidului *tg* cunoaștem prin integrarea ecuației (3) și temperatura în lungul paletei.

Căldura care iese prin piciorul paletei spre disc și care ne interesează pentru calculul răcirii discului turbinei se obține din:

$$Q_p = -\lambda \cdot F \left(\frac{dt_p}{dz}\right)_{z=z_p} = -\lambda \cdot F \cdot k \left(\frac{dt_p}{dx}\right)_{x=x_p} \tag{10}$$

unde

$$\left(\frac{dt_p}{dx}\right)_{x=x_p} = C_1 \cdot k \cdot e^{kx} - C_2 k \cdot e^{-kx} + t_2'(x_p).$$

S-au folosit notațiile:

t_p = temperatura în secțiunea de contact dintre paletă și disc
F = secțiunea cilindrică a coroanei discului
λ = conductibilitatea termică a materialului.

Dacă cunoaștem pe tg în funcție de x sub forma unei curbe, avem posibilitatea să aflăm pe t_2 din ecuația (5) prin integrarea grafică sau numerică. De multe ori nu se poate obține cu precizie valoarea lui t_2 decît dacă *tg* se dă sub forma unei serii din care se iau un număr limitat de termeni.

b) **Paleta răcită în interior**

La turbinele care lucrează cu gaze la temperaturi înalte se utilizează în general răcirea paletelor cu apă sau cu aer care circulă în interior. Pentru o paletă excavată, răcită în interior ecuația diferențială care exprimă echilibrul termic al unui element de paletă, poate fi scrisă după cum urmează:

$$\frac{d^2t}{dz^2} + \frac{\alpha_g \cdot u_g}{\lambda \cdot F}(tg - t) - \frac{\alpha_a \cdot u_a}{\lambda \cdot F}(t - t_a) = 0 \tag{11}$$

în care față de ecuația (1) s-au mai întrodus următoarele:

t_a — temperatura aerului de răcire
α_a — coeficientul de transmitere a căldurii de la paleta la aerul de răcire.
u_a — suprafața interioară care degajează căldură.

Și în această ecuație diferențială s-au neglijat diferențele de temperatură din interiorul pereților paletelor.

Introducem :

$$k^2 = \frac{\alpha_g \cdot u_g}{\lambda \cdot F} + \frac{\alpha_a \cdot u_a}{\lambda \cdot F} = kg^2 + ka^2 \tag{12}$$

Considerăm k, k_g şi k_a ca fiind aproximativ constante şi facem schimbul de variabilă

$$x = k \cdot z. \tag{13}$$

Cu aceasta, ecuaţia diferenţială se scrie :

$$t'' - t - \left(\frac{k_g}{k}\right)^2 t_g - \left(\frac{k_2}{k}\right)^2 t_a = -(At_g + Bt_a) \tag{14}$$

Rezolvarea se face în acelaşi mod ca în cazul paletei nerăcite. Vom avea :

$$t = C_1 \cdot e^{kx} + C_2 e^{-kx} - \frac{1}{2k} e^{kx} - \int_{x_0}^{x} (At_g + Bt_a) e^{-kx} dx +$$

$$+ \frac{1}{2k} e^{-kx} \int_{x_0}^{x} (At_g + Bt_a) e^{kx} dx \tag{15}$$

Pentru determinarea constantelor C_1 şi C_2 admitem aceleaşi condiţii marginale ca în primul caz.

Dacă distribuţia temperaturii fluidului de răcire în lungul paletei o considerăm constantă, ceea ce corespunde cu suficientă aproximaţie realităţii în multe cazuri, exprimînd variaţia temperaturilor fluidului fierbinte t_g, putem cu uşurinţă să determinăm repartiţia temperaturilor în lungul paletelor din ecuaţia (15).

К ИЗУЧЕНИЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ЛОПАТКАХ ГАЗОВЫХ ТУРБИН

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Аналитически определяется распределение температуры горячих газов tg вдоль сети. Решается дифференциальное уравнение распределения неодинаковой температуры в лопатке, для охлаждаемых и неохлаждаемых лопаток.

CONTRIBUTION Á L'ÉTUDE DE LA RÉPARTITION DE LA TEMPÉRATURE SUR LES AUBES DES TURBINES Á GAZ

(RÉSUMÉ)

On détermine d'une manière analytique la distribution de la température des gaz brûlants tg le long du réseau. On résout l'équation différentielle de la répartition de la température non-uniforme dans l'aube, pour aubes refroidies et non refroidies.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Bănărescu, *Scurgerea fluidelor compresibile prin turbomaşinile cu palete lungi*.
2. G. Jiriţchi, *Turbine cu gaze aviaţie*. Editura Tehnică 1952.

STUDIU ASUPRA ÎMBUNĂTĂȚIRII PROPRIETĂȚILOR MECANICE ALE OȚELURILOR PRIN RULARE

DE

A. DREUCEAN

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Introducerea metodelor noi de muncă în vederea ridicării productivității muncii, s-au a îmbunătățirii condițiilor de lucru la unele piese, este o problemă importantă în industria noastră socialistă.

Una din metodele de prelucrare, în urma căreia se îmbunătățesc mult o serie de proprietăți mecanice ale pieselor metalice ca: rezistența la oboseală, duritatea, rezistența la uzură, rezistența la coroziune etc., este ecruisarea prin rulare, sau cu jet de alice.

În literatură se arată că nu există metode care să permită alegerea regimului optim de rulare în diferite cazuri.

Ținînd cont de cele menționate mai sus, ne-am propus să studiem acest procedeu de prelucrare în vederea stabilirii regimului optim de prelucrare în diferite cazuri.

În uma îndrumărilor primite din partea tov. prof. dr. ing. Nădășan Ștefan, în prima etapă am studiat efectul îmbătrînirii asupra eficacității rulării.

În această lucrare, sînt redate rezultatele primelor încercări, cercetările făcîndu-se în continuare.

Construcția aparatului

Schema dispozitivului de rulare proiectat se vede în fig. 1.

Dispozitivul cu acționare hidraulică a fost astfel conceput, încît să asigure o forță de apăsare aproximativ constantă la rularea epruvetelor de oboseală de secțiune variabilă și să permită prelucrarea cu role de diferite diametre.

Pistoanele confecționate inițial din Bz avînd în continuare inele metalice căptușite cu garnituri de piele, au fost înlocuite cu pistoane din F_0 în scopul reducerii forțelor de frecare.

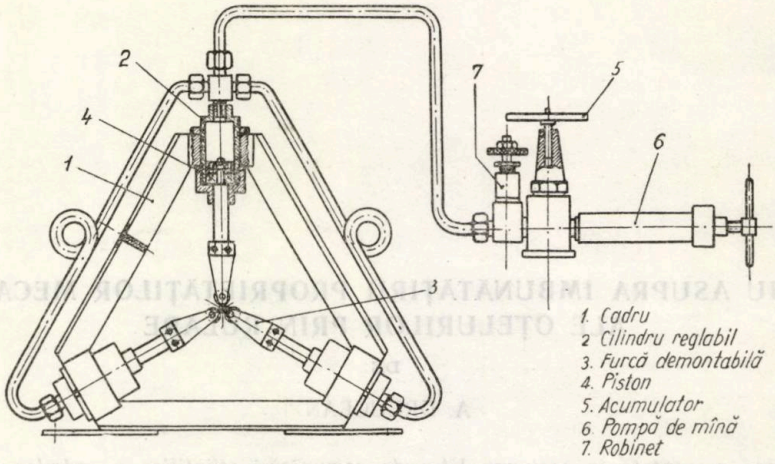


Fig. 1. Dispozitiv hidraulic pentru rulare.

Forţa de apăsare se realizează prin încărcarea cu greutăţi a acumulatorului (*5*) fig. 1.

Punerea sub sarcină şi descărcarea se face cu ajutorul pompei de mînă (*6*).

Dispozitivul se poate monta pe căruciorul strungului „I. Rangheţ" în locul lunetei.

Caracteristici

Diametrul pistonului de la acumulator $\varnothing_a = 8{,}1$ mm
Diametrul pistonului de lucru $\varnothing_p = 36{,}35$ mm
Raportul de amplificare al forţei este deci

$$i = \frac{A_p}{A_a} = \frac{10{,}37}{0{,}516} = 20{,}1 \cong 20$$

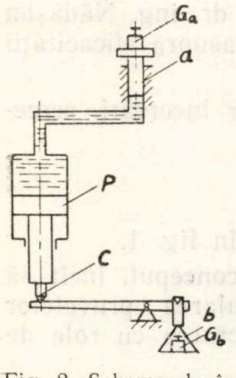


Fig. 2. Schema de încărcare utilizată la etalonarea dispozitivului de rulare.

Etalonarea aparatului

La etalonarea aparatului am procedat cum se vede în schema de principiu din fig. 2.

În locul dispozitivului de prindere a rolelor, s-a înşurubat un cuţit, (*c*) prin intermediul căruia am acţionat asupra unei pîrghii cu raport de amplificare de 10/1. Pistonul acumulatorului (*a*), a fost încărcat cu diferite greutăţi G_a, care au fost echilibrate cu greutăţile G_b la balanţa (*b*).

Măsurătorile s-au făcut în două cazuri.

În primul caz, s-au fixat la acumulator greutăţi corespunzătoare forţelor teoretice la piston variind

din 10 în 10 kg și s-au potrivit greutățile G_b la balanță pînă cînd pistonul de lucru (p) respectiv acumulatorul (a), au urcat ușor.

A doua serie de măsurători, s-au făcut pentru cazul cînd pistonul cobora ușor la echilibrare.

În diagrama din fig. 3 sînt redate rezultatele măsurătorilor făcute cu pistonul din Bz cu garnitură de piele și cu pistonul din Fo fără garnitură.

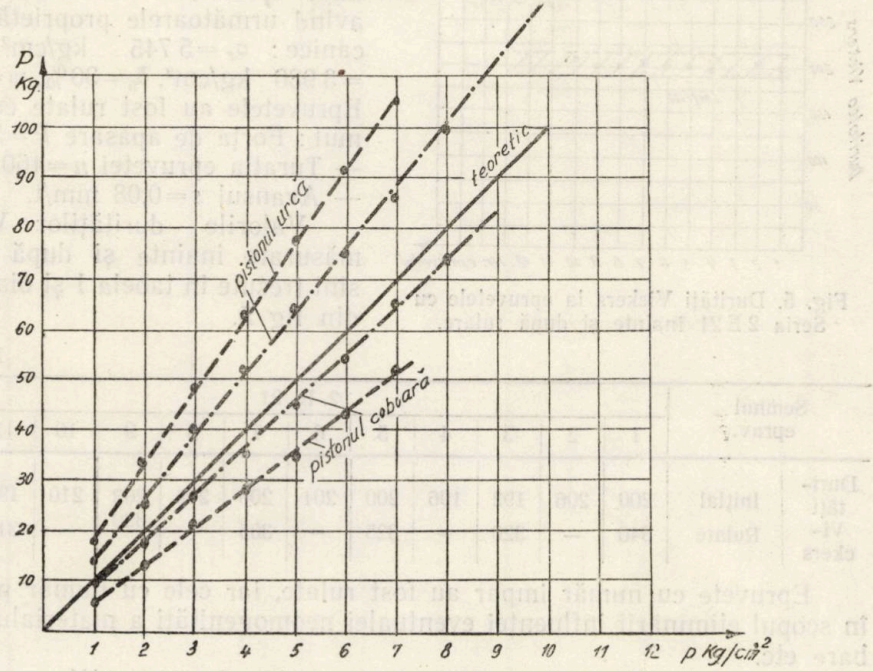


Fig. 3. Curbele obținute la etalonarea dispozitivului.

Încercările făcute și rezultate
– – – cu garnituri de piele ; —·—·— pistoane din Fo

Toate încercările s-au făcut asupra oțelului OLC 35. S-au utilizat epruvete de forma și dimensiunile arătate în fig. 4.

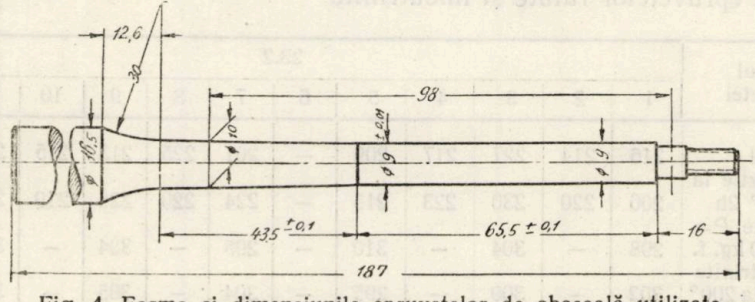


Fig. 4. Forma și dimensiunile epruvetelor de oboseală utilizate la încercări.

Rularea s-a făcut la toate încercările cu aceleaşi role, confecţionate din OL de scule călit, cu duritate $H_{R_c} = 63$.

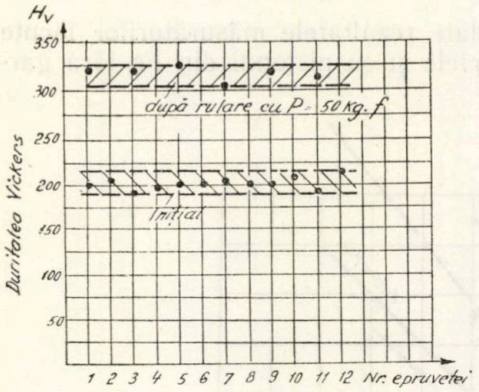


Fig. 5. Durităţi Vickers la epruvetele cu Seria 2 E 21 înainte şi după rulare.

Rolele au avut diametrul $d_r = 15$ mm şi raza de rotunjire $R = 7{,}5$ mm.

La prima încercare s-au utilizat epruvetele cu seria 2.E.21 avînd următoarele proprietăţi mecanice: $\sigma_r = 5\,745$ kg/cm², $\sigma_c = 3\,930$ kg/cm², $\delta_5 = 30\%$, $\psi = 59\%$. Epruvetele au fost rulate cu regimul: Forţa de apăsare $P = 50$ kgf, — Turaţia epruvetei $n = 460$ t/min, — Avansul $s = 0{,}08$ mm/t.

Valorile durităţilor Vickers măsurate înainte şi după rulare sînt trecute în tabela 1 şi diagrama din fig 5.

Tabela 1

Semnul epruv.		2. E. 21											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Durităţi Vickers	Iniţial	200	206	192	196	200	201	206	204	203	210	190	216
	Rulate	340	—	320	—	325	—	305	—	320	—	315	—

Epruvete cu număr impar au fost rulate, iar cele cu număr par. nu, în scopul eliminării influenţei eventualei neomogenităţi a materialului din bare etc.

În fig. 6 sînt trasate curbele de oboseală ale epruvetelor cu seria 2 E.21.

Se observă că rezistenţa la oboseală a crescut prin rulare cu o forţă de 50 kg de la 27 la 31 kg/mm², cu aproximativ 15%.

În tabelele 2, 3, 4 şi diagramele din fig. 7, 8, 9 am indicat variaţia durităţii epruvetelor rulate şi îmbătrînite

Tabela 2

Semnul epruvetei		23.2											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Duritatea Vickers	Iniţial	216	214	227	217	209	—	201	225	213	215	207	
	Incălzite la 150° 2h	206	220	230	223	215	—	224	220	225	219	215	
	Rulate $P =$ $= 60$ kg. f.	298	—	304	—	310	—	295	—	304	—	320	
	Imbătrînite 2 h la 200°	302	—	300	—	295	—	304	—	305	—	315	

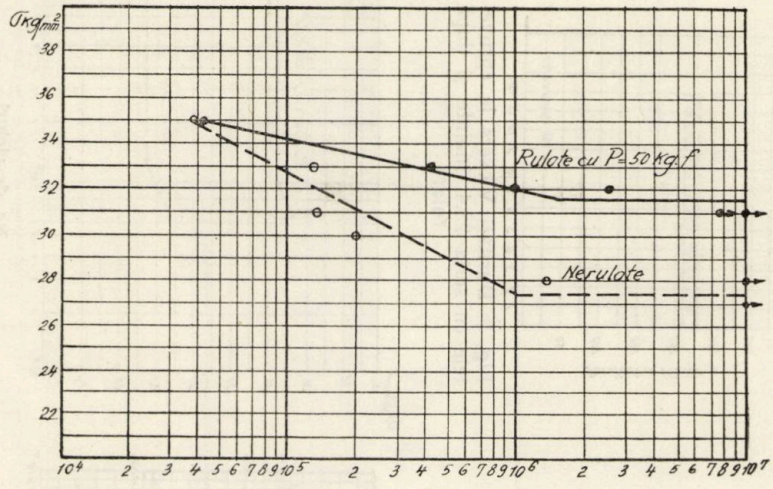


Fig. 6. Curbele de oboseală ale epruvetelor Seria 2 E 21.

Tabela 3

	Semnul epruvetei	23.3											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Duritatea Vickers	Inițial	220	223	227	225	225	224	—	227	225	205	214	224
	Încălzite la 200° 2 h	210	219	210	218	225	213	—	215	224	211	208	220
	Rulate P= =90 kg. f.	—	361	—	405	—	355	—	371	—	386	—	307
	Îmbătrînite la 150° 2 h	218	336	212	402	220	359	—	400	222	354	208	348

Tabela 4

	Semnul epruvetei	23.4											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Duritatea Vickers	Inițial	221	210	225	217	216	217	224	208	223	217	218	222
	Încălzite la 200° 2 h	220	204	210	201	206	199	201	195	208	210	211	206
	Rulate P= =80 kg.f.	337	—	354	—	353	—	355	—	385	—	362	—
	Îmbătrînite la 250°— 300° 6h	344	—	385	—	380	—	343	—	385	—	350	—

Se observă, că îmbătrînirea nu a produs o modificare sensibilă a durității, iar prin rulare duritatea a crescut cu 60—65%.

În fig. 10, 11, 12 am trasat curbele de oboseală pentru epruvetele din seriile 23.2 ; 23.3 și 23.4 care au fost supuse următoarele regimuri :

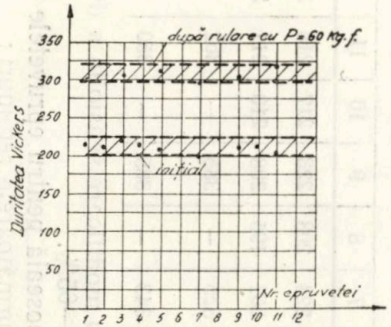


Fig. 7. Durități Vickers la epruvetele 23.2 înainte și după rulare.

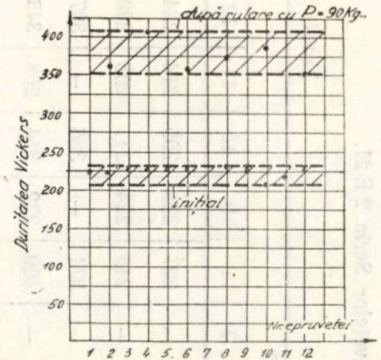


Fig. 8. Durități Vickers la epruvetele 23.3 înainte și după rulare.

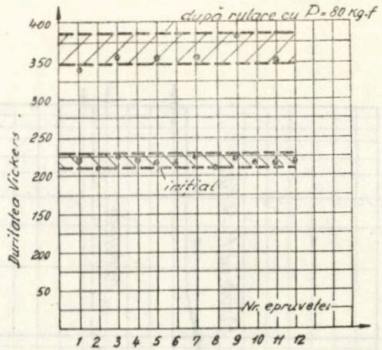


Fig. 9. Durități Vickers la epruvetele cu seria 23.4 înainte și după rulare.

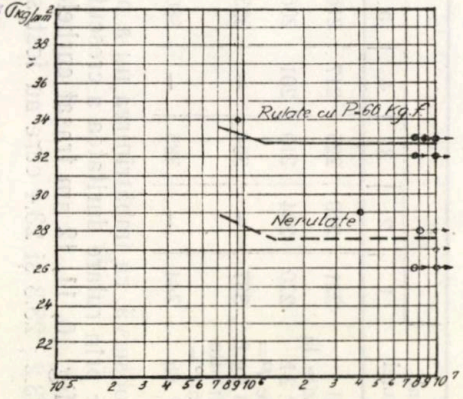


Fig. 10. Curbele de oboseală ale epruvetelor Seria 23.2 îmbătrînite la 200° timp de 2 ore.

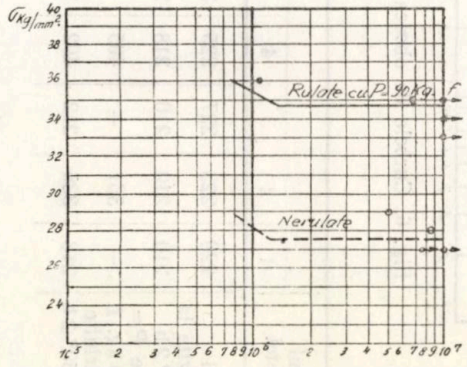


Fig. 11 Curbele de oboseală ale epruvetelor Seria 23.3 îmbătrînite la 150° timp de 2 ore

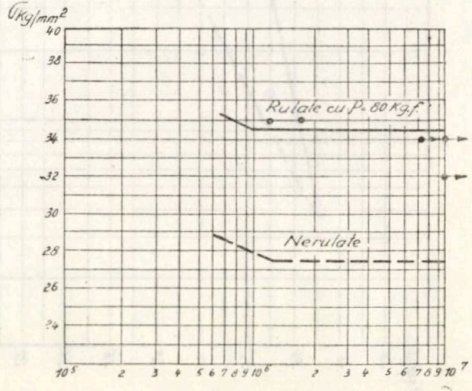


Fig. 12. Curbele de oboseală ale epruvetelor Seria 23.4 îmbătrînite la 250—300° timp de 6 ore.

Seria 23.2

— Detensionate la 150° timp de 2 ore
— Rulate cu $P=60$ kgf ; $n=380$ t/min.
$s=0{,}1$ mm/t ; $N=2$ curse duble
— Îmbătrînirea la 200° timp de 2 ore
— Obosire

Seria 23.3

— Detensionate la 200° timp de 2 ore
— Rulate cu $P=90$ kgf ; $n=200$ t/min.
$s=0{,}1$ mm/t ; $N=2$ curse duble
— Îmbătrînite la 150° timp de 2 ore
— Obosire

Seria 23.4

— Detensionate la 200° timp de 2 ore
— Rulate cu $P=80$ kgf ; $n=300$ t/min
$s=0{,}1$ mm/t ; $N=2$ curse duble
— Îmbătrînirea la 250°—300° timp de 6 ore
— Obosire

Variația rezistenței la oboseală, în funcție de mărimea forței de apăsare pe role, este reprezentată în figura 13.

În lucrarea „Calculul de rezistență la solicitări variabile" de Gh. Buzdugan, se arată că efectul favorabil al ecruisării prin jet de alice, dispare complet, după o încălzire la 200—250°.

Din încercările făcute, rezultă că efectul favorabil al rulării nu dispare în urma îmbătrînirii, duritatea și rezistența la oboseală fiind practic neinfluențate de îmbătrînire.

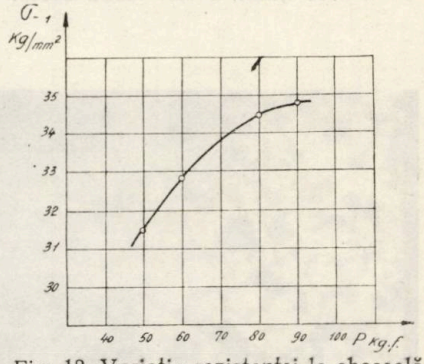


Fig. 13. Variația rezistenței la oboseală în funcție de forța de apăsare pe rolă.

În vederea studiului influenței diferiților factori asupra eficacității rulării și a determinării regimului optim de prelucrare în diferite cazuri, pentru început am făcut cîteva ecruisări cu diferite regimuri și am urmărit la microscop variația adîncimii stratului ecruisat de care depinde în mare măsură eficacitatea rulării.

În fig. 14—23 se văd microstructurile oțelului OLC 35 supus diferitelor regimuri de rulare, menționate pe figurile respective.

Din analiza microstructurilor se observă :

— Forța de apăsare asupra rolelor influențează în cea mai mare măsură asupra adîncimii stratului ecruisat.

— Prin mărirea avansului se produc deformații mai accentuate ale stratului superficial, dar pe o adîncime mai mică.

BUDAPESTI MOSZAKI EGYETEM KOZPONTI KONYVTARA 1848

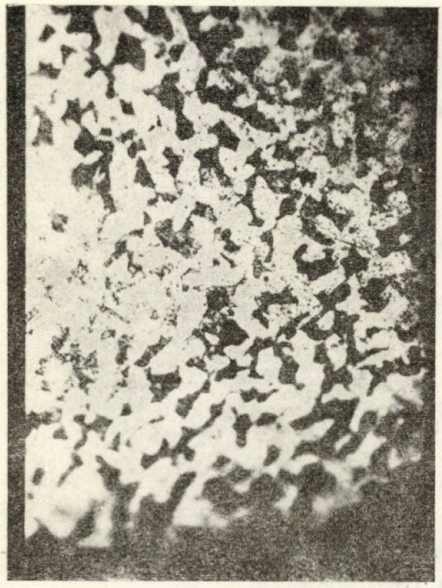


Fig. 14. OLC35. Rulat $P=20$ kgf, $N=2$ curse, $n=185$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

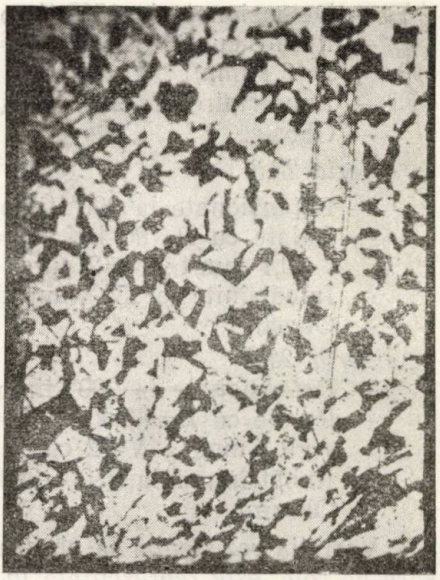


Fig. 15. OLC35. Rulat $P=20$ kgf, $N=5$ curse, $n=185$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

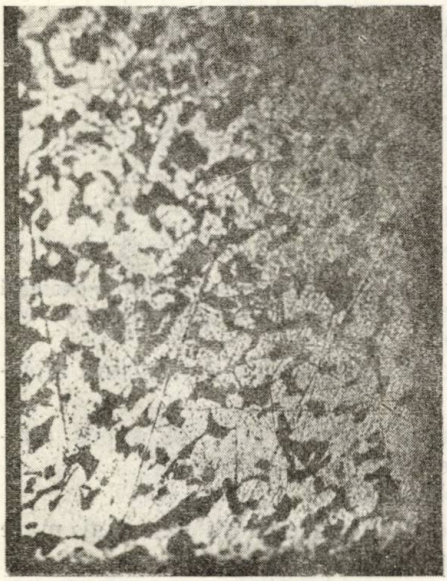


Fig. 16. OLC35. Rulat $P=30$ kgf, $N=2$ curse, $n=185$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

Fig. 17. OLC35. Rulat $P=40$ kgf, $N=2$ curse, $n=185$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

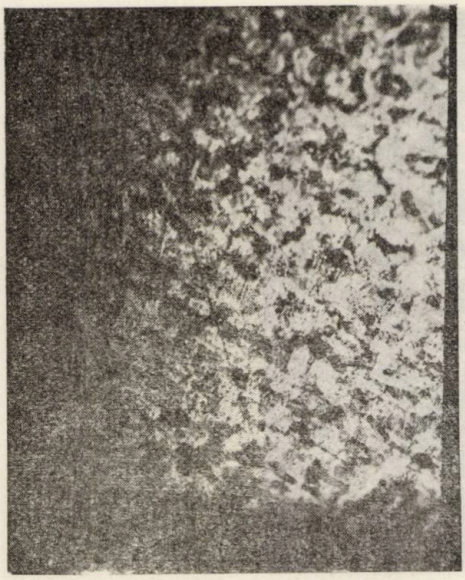


Fig. 18. OLC35. Rulat $P=40$ kgf, $N=5$ curse, $n=185$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

Fig. 19. OLC35. Rulat $P=40$ kgf, $N=2$ curse, $n=19$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

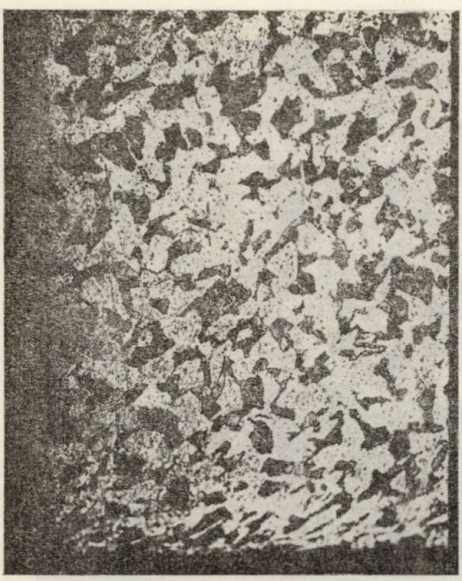


Fig. 20. OLC35. Rulat $P=40$ kgf, $N=2$ curse, $n=250$ t/min, $s=0{,}5$ mm/t. 250×.

Fig. 21. OLC35. Rulat $P=60$ kgf, $N=2$ curse, $n=230$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

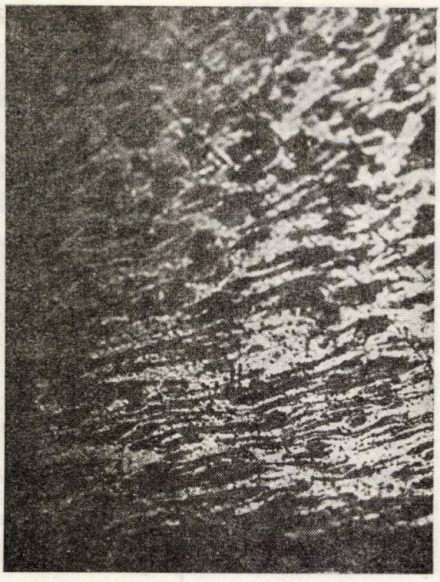


Fig. 22. OLC35. Rulat $P=100$ kgf, $N=2$ curse, $n=250$ t/min, $s=0{,}1$ mm/t. 250×.

Fig. 23. OLC35. Nerulat. 310×.

— Mărirea numărului de curse duble provoacă o mărire a adîncimii stratului ecruisat, dar în mică măsură.

CONCLUZIE

Din încercările făcute se poate trage concluzia că efectul favorabil al ecruisării prin rulare, asupra rezistenței la oboseală a oțelului studiat, nu dispare în urma îmbătrînirii.

BIBLIOGRAFIE

1. I. V. Cudriavțev, M. M. Severin și A. V. Riabcencov, *Metode pentru mărirea rezistenței superficiale a organelor de mașini.* Ed. tehnică 1952.
2. Gh. Buzdugan, *Calculul de rezistență la solicitări variabile.* Ed. Tehnică 1955.

ИЗУЧЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УЛУЧШЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТАЛЕЙ ПУТЕМ ОБКАТЫВАНИЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа содержит первоначальные разультаты исследования выполненного в виду установления оптимального режима обработки путем обкатывания.

Описывается гидравлическое приспособление, спроектированное и примененное для наклепа образцов путем обкатки и даются результаты первых испытаний, из которых вытекает, что в результате старения не исчезает благоприятный эффект наклепки путем обкатывания.

ETUDE SUR L'AMÉLIORATION DES PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DES ACIERS PAR ROULEMENT

(RÉSUMÉ)

Le présent travail contient les résultats initiaux d'une étude commencée en vue d'établir le régime optimum de l'usinage par roulement.

On présente le dispositif hydraulique projété et utilisé pour l'écrouissage des éprouvettes par roulement. On donne les résultats des premiers essais, qui démontrent que le vieillissement ne supprime pas l'effet favorable de l'écrouissage par roulement.

INFLUENȚA PARAMETRILOR EXTERNI ASUPRA FUNCȚIONĂRII APARATULUI DR. BOCK PENTRU DETERMINAREA CONDUCTIVITĂȚII TERMICE

DE

BARBU VIRGIL

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Cele mai multe din aparatele în uz pentru determinarea coeficientului de conductivitate termică se bazează pe așa-numita metodă a plăcii, al cărei principiu constă în crearea unui flux staționar unidimensional de căldură prin materialul probei.

Obiectul lucrării de față este tocmai un astfel de aparat modern (tip Dr. Bock „Karl Weiss" —RDG), cu care este dotat și laboratorul de Termotehnică al Institutului Politehnic din Timișoara. Considerăm că publicarea unor date suplimentare asupra construcției și funcționării lui, asupra comportării lui în condiții neobișnuite, asupra erorilor măsurătorilor, va fi utilă nu numai laboratoarelor posedînd aparate similare, dar și acelora care doresc a-și perfecționa aparatura de care dispun sau a-și construi o astfel de aparatură.

Considerăm cunoscute schema de principiu a aparatului precum și funcționarea acestuia. În ceea ce privește construcția lui, prezentăm în plus schema electrică a aparatului, ridicată în cadrul laboratorului.

Determinarea coeficientului de conductivitate termică se face cu ajutorul expresiei

$$\lambda = \frac{q \cdot s}{(\Delta t - q \cdot R_t)} \tag{1}$$

unde s este grosimea medie a probei, în m; $-\Delta t$, diferența dintre temperaturile medii ale fluidelor de termostatare, în °C; $-R_t$, rezistența termică totală dintre fluidele de termostatare și suprafețele de contact ale probei, în m²h·grd/kcal; $-q \cdot R_t$, căderea de temperatură corespunzătoare; $-q$, densitatea fluxului termic, în kcal/m²h, care se determină pa baza relației

$$q = \left(\frac{\sum \delta E}{\Delta \tau}\right) \cdot K \tag{2}$$

$\frac{\sum \delta E}{\Delta \tau}$ reprezentînd fluxul energetic total înregistrat de contor în timpul $\Delta \tau$ şi

$$K = \frac{n \cdot C \cdot 10 \cdot 0{,}860}{\Omega} \qquad (3)$$

unde C este constanta contorului, transformînd indicaţiile contorului în Wh; — Ω, suprafaţa plăcii de încălzire (secţiunea activă a probei), în cm^2; —n, raportul dintre energia corespunzătoare plăcii de încălzire şi energia totală înregistrată de contor [1]).

In măsura în care constanta C rămîne aceeaşi, K este o constantă a aparatului depinzînd numai de poziţia comutatorului în trepte (prin n).

Constantele aparatului trimise de întreprinderea constructoare sînt date în tabela 1 de mai jos:

Tabela 1

Constantele aparatului pentru 220 V, ~ 50 (trimise de întreprinderea constructoare)

Treapta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
K	0,00920		0,0307		0,0963		0,287		0,764		1,75	
		0,0172		0,0539		0,165		0,468		1,18		2,52
R_t	$=1{,}5$					$C=169{,}2$						

(tensiunea de lucru 120 V; $i = 1 \div 2$ A)

Relaţiile de mai sus ne arată că, pentru verificarea acestor valori sau pentru determinarea lor în urma unei reparaţii sau în cazul unor condiţii speciale de funcţionare, este suficient a determina mărimile n, C, Ω şi R_t.

Un astfel de caz special a survenit şi pentru laboratorul nostru, alimentat pînă nu de mult cu curent de 42 Hz şi 185 V, cu atît mai mult cu cît, în urma unei defectări, a fost necesară şi o uşoară scurtare a rezistenţei încălzitorului electric.

Schema electrică a aparatului (v. fig. 1) — ridicată tocmai în acest scop — şi încercările practice au arătat că aparatul poate funcţiona în bune condiţiuni şi în acest caz. Ceea ce se modifică pentru noile condiţii de funcţionare (185 V şi 42 Hz), este în primul rînd constanta C a contorului.

Admiţînd ca tensiuni normale de lucru 120 V pentru 50 Hz şi 105 V pentru 42 Hz, valorile măsurate ale constantei contorului sînt:

$C=163{,}7$ pentru 50 Hz (faţă de 169,2 cît era valoarea dată de întreprinderea constructoare; diferenţa este de $\sim 3{,}3\%$); respectiv $C = 160{,}4$, pentru 42 Hz.

Eroarea relativă în determinarea acestor valori — corespunzătoare instrumentelor folosite — este de $0{,}3\%$ în primul caz, de $0{,}2\%$ în al doilea.

[1]) Datorită montajului de conectare a rezistenţei de încălzire, în scopul asigurării unei încărcări a contorului cît mai constante; se ajunge astfel ca, pentru trepte de încălzire diferind de sute de ori, după necesitate, încărcarea contorului să fie aproape neschimbată şi deci şi indicaţiile acestuia să fie practic fără erori.

De observat că aceste valori ale constantelor pot fi folosite şi pentru tensiuni diferind de valorile admise ca normale, fie fortuit, din cauza tensiunii reţelei foarte scăzute sau variind în intervale foarte largi, fie voit, cînd se urmăreşte o reglare fină a încărcării rezistenţei de încălzire, lucru ce poate fi realizat prin deplasarea corespunzătoare a divizorului de tensiune; erorile relative — cu atît mai mari cu cît tensiunea se abate mai mult de la valoarea normală — nu depăşesc $\pm 1{,}2\%$ la 50 Hz, respectiv $\pm 1{,}4\%$ la 42 Hz, pentru variaţii ale tensiunii de lucru de $\pm 10\%$ faţă de valorile normale. Variaţii mai mari ale tensiunii de lucru de regulă nu intervin.

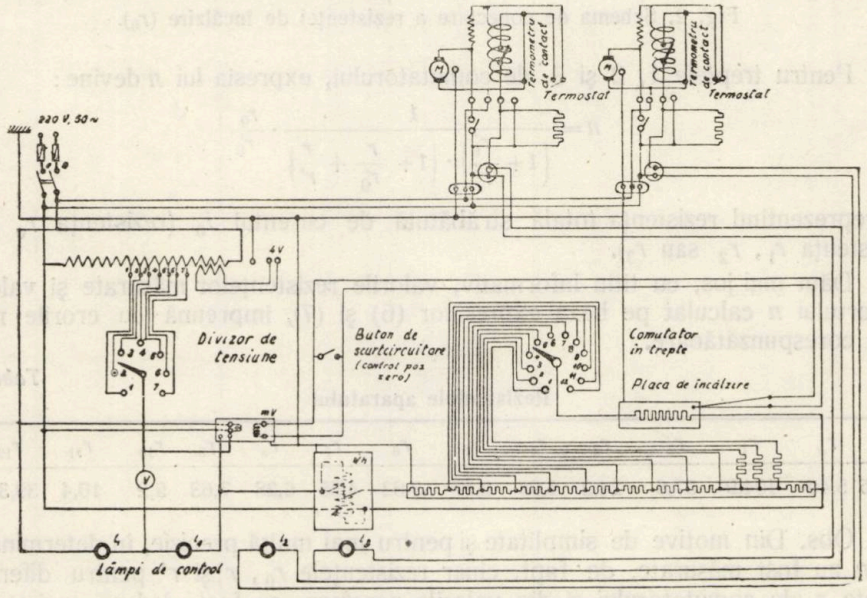


Fig. 1. Schema electrică a aparatului.

Raportul n este evident o mărime constructivă caracteristică aparatului, funcţie de valorile rezistenţelor conectate în paralel şi în serie cu rezistenţa plăcii de încălzire. Referindu-ne la schema de conectare şi notaţiile din fig. 2, putem scrie:

$$n = \frac{r_0 \cdot i_0^2}{\left(r + \frac{r_0 \cdot r'}{r_0 + r'}\right) i^2} \tag{4}$$

sau, cu

$$i \cdot \frac{r_0 \cdot r'}{r_0 + r'} = i_0 \cdot r_0 = i' \cdot r', \tag{5}$$

$$n = \frac{1}{\left(1 + \frac{r_0}{r'}\right) \cdot \left(1 + \frac{r}{r_0} + \frac{r}{r'}\right)}. \tag{6}$$

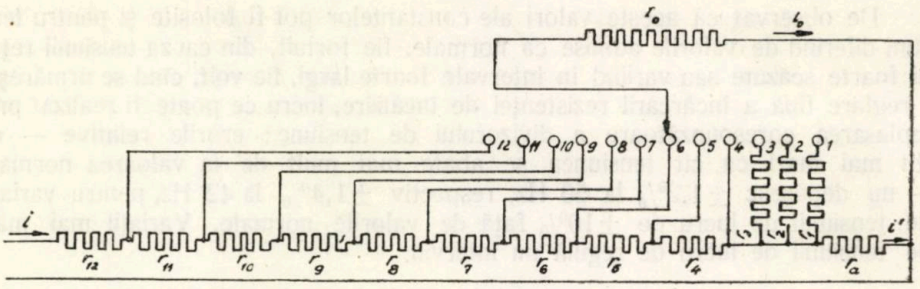


Fig. 2. Schema de conectare a rezistenței de încălzire (r_0).

Pentru treptele 1, 2 şi 3 ale comutatorului, expresia lui n devine:

$$n = \frac{1}{\left(1+\frac{r'_0}{r'}\right)\cdot\left(1+\frac{r}{r'_0}+\frac{r}{r'}\right)}\cdot\frac{r_0}{r'_0} \qquad (7)$$

r'_0 reprezentînd rezistenţa totală străbătută de curentul i_0 (rezistenţa r_0 plus rezistenţa r_1, r_2 sau r_3).

Dăm mai jos, cu titlu informativ, valorile rezistenţelor măsurate şi valorile raportului n calculat pe baza expresiilor (6) şi (7), împreună cu erorile relative corespunzătăoare.

Tabela 2

Rezistenţele aparatului

r_0	r_a	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}
													Ω
69,65	5,46	104,9	57,6	24,2	1,98	2,57	3,62	4,55	6,28	7,63	9,2	10,4	39,34

Obs. Din motive de simplitate şi pentru mai multă precizie, în determinarea lui n au fost măsurate, de fapt, chiar rezistenţele r_0, r şi r' pentru diferitele trepte z ale comutatorului şi din valorile acestora, au fost deduse rezistenţele din tabela 2.

Tabela 3

Determinarea raportului n

z	r_Ω	r'_Ω	$r'_{0\Omega}$	$10^3 n$	$\Delta n/n$ %
1	85,58	5,46	174,52	0,7053	1,16
2	85,58	5,46	127,25	1,298	1,16
8	85,58	5,46	93,84	2,320	1,16
4	85,58	5,46	69,65	4,061	0,75
5	83,60	7,43	69,65	7,166	0,73
6	81,03	10,00	69,65	12,23	0,71
7	77,41	13,62	69,65	20,99	0,68
8	72,85	18,17	69,65	34,17	0,65
9	66,57	24,46	69,65	55,57	0,61
10	58,94	32,09	69,65	85,65	0,56
11	49,74	41,24	69,65	127,4	0,51
12	39,34	51,69	69,65	183,2	0,46

Pentru calculul erorii relative $\Delta n/n$ în determinarea lui n este suficient a diferenţia logaritmic expresia (6). Cu $\Delta r/r=\Delta r_0/r_0=\Delta r'/r'=\Delta r_0'/r_0'$, toate rezistenţele fiind măsurate cu aceeaşi eroare relativă (0,2%), se obţine:

$$\frac{\Delta n}{n}=2\frac{\Delta r}{r}\cdot\left(\frac{1}{1+\frac{r'}{r_0}}+\frac{\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r'}}{\frac{1}{r}+\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r'}}\right) \tag{8}$$

Expresia corespunzătoare a lui $\Delta n/n$ pentru primele trei trepte ale comutatorului va fi, evident (v. ec. 7)

$$\frac{\Delta n}{n}=2\cdot\frac{\Delta r}{r}\cdot\left(1+\frac{1}{1+\frac{r'}{r_0'}}+\frac{\frac{1}{r_0'}+\frac{1}{r'}}{\frac{1}{r}+\frac{1}{r_0'}+\frac{1}{r'}}\right). \tag{9}$$

De observat că erorile relative sînt mult mai mari pentru primele trepte şi în continuă descreştere (v. şi fig. 7).

Reprezentînd grafic variaţia lui n în funcţie de poziţia comutatorului, se obţine o curbă de forma aceleia reprezentată în fig. 3, adică o curbă exponenţială de ecuaţie (aproximativă)

$$n=a\cdot e^{\beta z} \tag{10}$$

unde, pentru cazul aparatului de faţă, $a\approx 0{,}513\cdot 10^{-3}$, $\beta\approx 0{,}51$, $e^{\beta}\approx 1{,}665$, şi deci

$$n=0{,}513\cdot 10^{-3}\cdot e^{0{,}51\cdot z} \tag{10'}$$

z fiind numărul treptei.

La fiecare comutare a treptei factorul n creşte astfel aproximativ de 1,665 ori (real e^{β} descreşte de la $\sim$1,84 pînă la $\sim$1,44, v. fig. 3).

Conform ec. (6), o variaţie exponenţială a lui n impune variaţii de aceeaşi natură factorilor $f_1=1/(1+r_0/r')$ şi $f_2=1/(1+r/r_0+r/r')$ — v. de asemenea fig. 3 — de ecuaţii (aproximative):

$$f_1=a_1\cdot e^{\beta_1 z} \tag{11}$$

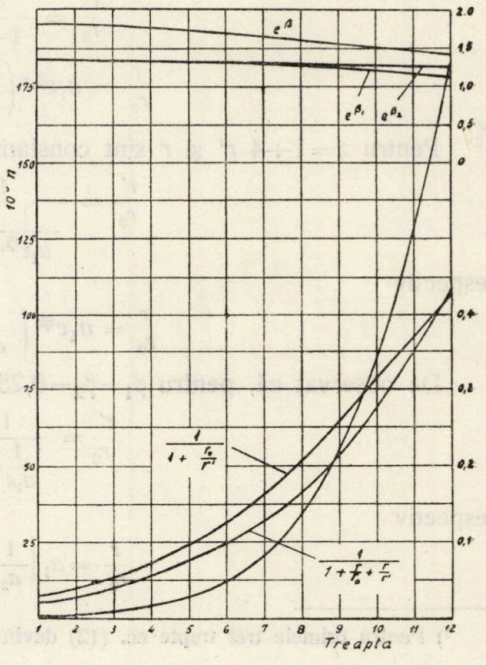


Fig. 3. Variaţia factorului n, a lui e^{β}, f_1 şi f_2 — pentru primele trei trepte f_2' — funcţie de poziţia comutatorului (valori măsurate).

respectiv

$$f_2 = a_2 \cdot e^{\beta_2 z}\ ^{1}) \tag{12}$$

unde, pentru aparatul cercetat $a_1 \approx 0{,}027$, $e^{\beta_1} \approx 1{,}284$, $\beta_1 \approx 0{,}25$, $a_2 \approx 0{,}019$, $e^{\beta_2} \approx 1{,}297$, $\beta_2 \approx 0{,}26$. (Real e^{β_1} descreşte de la $\sim 1{,}35$ pînă la $\sim 1{,}15$, iar e^{β_2} de la $\sim 1{,}35$ pînă la $\sim 1{,}26$).

Intre a şi β, pe de o parte şi a_1, a_2, β_1 şi β_2, pe de alta, există relaţiile evidente

$$a = a_1 \cdot a_2 \tag{13}$$

$$\beta = \beta_1 + \beta_2. \tag{14}$$

Expresiile 10÷14 pot fi folosite drept bază pentru calculul tuturor rezistenţelor aparatului. Odată fixată legea de variaţie a lui n — legea unei variaţii exponenţiale se impune drept cea mai raţională — şi deci şi legile de variaţie ale factorilor acestuia f_1 şi f_2 (respectiv f_2'), este suficient a ne fixa valoarea rezistenţei de încălzire r_0, funcţie de intensitatea maximă a fluxului termic pe care vrem să-l creem, de intensitatea admisibilă a curentului şi de consideraţii constructive. Legile de variaţie ale lui r', r şi r_0', sînt astfel şi ele fixate şi deci este posibilă dimensionarea fiecărei rezistenţe a aparatului. Pentru legile de variaţie admise rezultă:

$$\frac{r'}{r_0} = \frac{a_1 \cdot e^{\beta_1 z}}{1 - a_1 e^{\beta_1 z}} \tag{15}$$

$$\frac{r}{r_0} = a_1 e^{\beta_1 z}\left(\frac{1}{a_2 e^{\beta_2 z}} - 1\right) \tag{16}$$

Pentru $z = 1 \div 4$ r' şi r sînt constante (v. fig. 2), avînd expresiile:

$$\frac{r'}{r_0} = \frac{1}{\frac{1}{a_1 e^{4\beta_1}} - 1} \tag{15'}$$

respectiv

$$\frac{r}{r_0} = a_1 e^{4\beta_1}\left(\frac{1}{a_2 e^{4\beta_2}} - 1\right) \tag{16'}$$

De observat că, pentru $\beta_1 = \beta_2 = 0{,}25$, expresiile (15') şi (16') devin:

$$\frac{r'}{r_0} = \frac{1}{\frac{1}{a_1 e} - 1} \tag{15''}$$

respectiv

$$\frac{r}{r_0} = a_1\left(\frac{1}{a_2} - e\right) \tag{16''}$$

---

[1]) Pentru primele trei trepte ec. (12) devine

$$f_2' = \frac{\frac{r_0}{r_0'}}{1 + \frac{r}{r_0'} + \frac{r}{r'}} \tag{12'}$$

r'_0 se poate determina pe baza expresiei

$$r'_0 = \frac{\frac{r_0}{r} - a_2 e^{\beta_2 z}}{\left(a_2 e^{\beta_2 z}\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)}. \tag{17}$$

Variaţia rezistenţelor r', r şi r'_0 (valori măsurate) poate fi urmărită grafic în fig, 4. Tot în fig. 4 am reprezentat şi variaţia rezistenţei totale R, determinată pe pe baza relaţiei

$$R = r + \frac{r_0}{1 + \frac{r_0}{r'}} \tag{18}$$

respectiv, pentru primele trei trepte,

$$R = r + \frac{r'}{1 + \frac{r'}{r'_0}}. \tag{18'}$$

Este interesant a observa că pentru r şi f_1 satisfăcînd ecuaţia (16) respectiv (11), expresia rezistenţei R devine

$$R = \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{e^{\beta_1 z}}{e^{\beta_2 z}} r_0 \tag{18a}$$

şi, pentru $\beta_1 = \beta_2$,

$$R = \frac{a_1}{a_2} r_0 = \text{const} \tag{18b}$$

ceea ce ar fi deosebit de avantajos, încărcarea contorului fiind în acest caz independentă de poziţia comutatorului; erorile contorului ar fi minime. Încărcarea rezistenţei de încălzire r_0, reprezentînd n fracţiuni din încărcarea totală constantă, ar fi proporţională cu n, prezentînd deci tot o variaţie exponenţială; erorile suplimentare prin abaterea treptei efective de încălzire faţă de treapta ideală corespunzătoare rezistenţei termice de măsurat ar fi minime şi egale pentru toate cele 12 trepte ale comutatorului. In realitate (v. fig. 4 şi tabela 4) R nu poate fi realizat constant. Cauza o constituie condiţia

$$r + r' = R_0 = \text{const} \tag{19}$$

mpusă de schema rezistenţelor admisă (v. fig. 2).

Intr-adevăr, înlocuind în ecuaţia (19) expresiile lui r şi r', se obţine

$$\frac{r + r'}{r_0} = \frac{a_1}{a_2} e^{(\beta_1 - \beta_2) z} + \frac{a_1^2 e^{2\beta_1 z}}{1 - a_1 e^{\beta_1 z}} = \frac{R}{r_0} + \frac{a_1 e^{\beta_1 z}}{\frac{1}{a_1 e^{\beta_1 z}} - 1} \tag{20}$$

care, pentru $\beta_1 = \beta_2$ (cu atît mai mult pentru $\beta_1 > \beta_2$), reprezintă o funcţie pronunţat crescătoare. Condiţia (19) impune astfel $\beta_2 > \beta_1$, ceea ce conduce însă

la o rezistență totală R pronunțat descrescătoare, influențînd dezavantajos asupra preciziei contorului. Este de preferat astfel ca β_2 să nu difere sensibil de β_1; satisfacerea condiției (19) se rezolvă în acest caz, de exemplu, grafic, modificînd corespunzător curbele reprezentative ale lui r și r'. Abaterile implicate față de curbele teoretice în ceea ce privește r și r' se resimt evident și asupra celorlalte mărimi. De aici micile abateri ale lui n, f_1, f_2 și R față de valorile teoretice definite de ec. (10), (11), (12), (17) resp. (18 a). Datorită condiției (19) impusă de schema de montaj, R nu poate fi constant, încărcarea W a contorului nu poate fi astfel constantă, n nu variază exact după o lege exponențială și, în consecință,

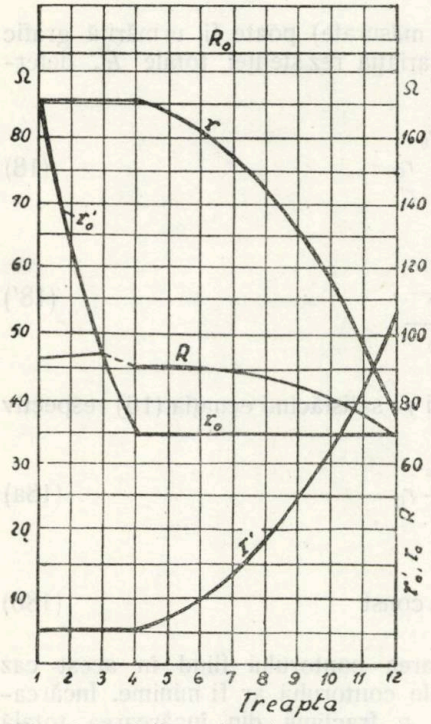


Fig. 4. Variația rezistențelor r, r', r'_0 și R funcție de poziția comutatorului (valori măsurate)

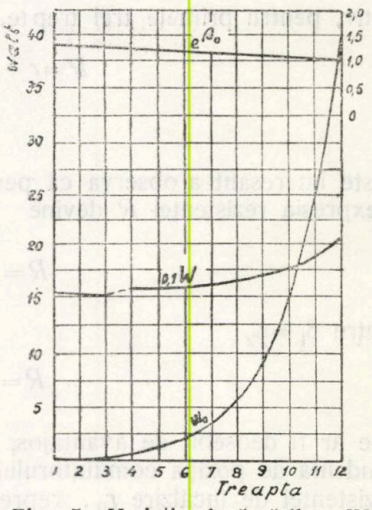


Fig. 5. Variația încărcărilor W și w_0 (valori măsurate, pentru tensiunea de lucru $u = 120$ V).

nici încărcarea w_0 a rezistenței de încălzire r_0 nu variază exact după o lege exponențială (legea cea mai favorabilă). Soluția optimă (corespunzătoare unor abateri minime față de legile amintite) se poate obține, de exemplu grafic, prin încercări.

Valorile măsurate, în cazul aparatului cercetat, pentru rezistența totală R, încărcarea totală W a contorului la o tensiune de lucru de 120 V, intensitatea curentului total i, încărcarea w_0 a rezistenței de încălzire r_0 și intensitatea curentului corespunzător i_0 sînt cuprinse în tabela 4 (pentru W și w_0 v. și fig. 5).

Legea de variație a lui w_0 poate fi scrisă sub forma (aproximativă, după cum s-a arătat):

$$w_0 = a_0 e^{\beta z} \qquad (21)$$

Tabela 4

Încărcarea rezistenţei de încălzire
(Tensiunea de lucru 120 V)

z	R	W watt	i A	w_0 watt	i A
1	92,9	155	1,29	0,109	0,0395
2	93,5	154	1,28	0,200	0,0536
3	94,2	153	1,27	0,355	0,0713
4	90,6	159	1,32	0,645	0,0962
5	90,3	160	1,33	1,14	0,128
6	89,8	161	1,34	1,96	0,168
7	88,8	162	1,35	3,40	0,221
8	87,3	165	1,37	5,64	0,284
9	84,7	170	1,42	9,45	0,369
10	80,9	178	1,48	15,3	0,469
11	75,6	191	1,59	24,3	0,591
12	69,0	209	1,73	38,1	0,739

unde, în cazul aparatului de faţă, $a_0 \approx 0{,}074$, $\beta_0 \approx 0{,}53$, $e^{\beta_0} \approx 1{,}7$ şi deci

$$w_0 = 0{,}074\, e^{0{,}53\, z}. \qquad (21')$$

La fiecare comutare a treptei w_0 şi deci fluxul termic corespunzător creşte astfel aproximativ de 1,7 ori. In realitate, din motivele arătate, e^{β_0} nu este constant, ci descreşte de la $\sim 1{,}83$ pînă la $\sim 1{,}57$ (v. fig. 5 şi 6).

Dacă notăm cu Q_0 kcal/h fluxul termic corespunzător rezistenţei termice a probei şi diferenţei de temperaturi admise, erorile suplimentare datorite schimbului de căldură inevitabil între placa de încălzire şi placa de protecţie sînt evident minime în cazul unui flux $Q = 2Q_0$, deoarece, în acest caz, schimbul de căldură amintit se inversează după intervale de timp absolut egale şi deci se compensează. In general fluxul efectiv Q_e — corespunzător celor 12 încărcări posibile ale rezistenţei de încălzire — este diferit de Q, diferenţa — pentru o treaptă bine aleasă, treapta optimă — fiind de max. $\pm 35\%$, pentru primele trepte şi max. $\pm 24\%$ pentru ultimele (v. variaţia lui e^{β_0}). Timpul de conectare al rezistenţei de încălzire τ_i — pentru treapta al cărei flux Q_e este cel mai apropiat de fluxul $Q = 2Q_0$ — va prezenta, în consecinţă, la o tensiune de lucru de 120 V, 0,37 ÷ 0,68 părţi din timpul τ al unei perioade complete pentru primele trepte, 0,40 ÷ 0,62 părţi, pentru ultimele, ceea ce poate fi urmărit şi în fig. 6. Importanţa practică a acestei diagrame constă în faptul că permite stabilirea rapidă, fără tatonări, a treptei optime de încălzire: raportul τ_i/τ trebuie să se afle în zona haşurată. Pentru o rezistenţă termică de măsurat dată, există o singură treaptă de încălzire al cărei raport τ_i/τ se află în zona haşurată: treapta optimă de încălzire. Cu cît zona haşurată este mai îngustă, cu atît fluxul termic Q_e creat de această treaptă „optimă" se apropie mai mult de fluxul $Q = 2Q_0$ şi deci erorile suplimentare datorite schimbului caloric sînt mai mici. Erorile suplimentare amintite sînt astfel mai mici pentru ultimele trepte decît pentru primele, ceea ce poate constitui un avantaj dacă se are în vedere că fuxurile termice mai puternice corespund, în general, unor probe mai subţiri, deci cu

erori relative de măsură $\Delta s/s$ şi cu erori suplimentare — datorite straturilor de aer dintre probă şi plăcile aparatului — mai mari.

Lăţimea zonei haşurate (zona de erori minime) se determină pe baza relaţiei evidente:

$$\frac{\tau_i}{\tau} = \frac{1}{2} e^{\pm 0{,}5\beta_0}. \tag{22}$$

In ceea ce priveşte secţiunea eficace a fluxului termic prin probă Ω, aceasta se poate determina prin măsurarea directă a diametrului D al plăcii de încălzire. In cazul aparatului de faţă $D=11{,}5$ cm, măsurat cu o eroare relativă $\Delta D/D = \pm 0{,}2/115 = \pm 0{,}00174$ şi deci $\Omega = 103{,}87$ cm^2, cu o eroare relativă $\Delta\Omega/\Omega = 2\Delta D/D = \pm 0{,}0035$.

Valorile factorului K calculat pe baza expresiei (3) sînt date în tabela 5, atît pentru 50 cît şi pentru 42 Hz; erorile relative $\Delta K/K$ sînt determinate pe baza expresiei evidente

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta n}{n} + \frac{\Delta\Omega}{\Omega} \tag{23}$$

corespunzător tensiunilor normale de lucru (120, resp. 105 V) şi reprezentate grafic în fig. 7.

Tabela 5

Factorul K

50 Hz			42 Hz		
Treapta	K	$\Delta K/K$ %	Treapta	K	$\Delta K/K$ %
1	0,00956	1,82	1	0,00937	1,72
2	0,0176	1,82	2	0,0172	1,72
3	0,0315	1,82	3	0,0309	1,72
4	0,0550	1,41	4	0,0539	1,31
5	0,0971	1,39	5	0,0952	1,29
6	0,166	1,37	6	0,162	1,27
7	0,284	1,34	7	0,279	1,24
8	0,463	1,31	8	0,454	1,21
9	0,763	1,27	9	0,738	1,17
10	1,16	1,22	10	1,14	1,12
11	1,73	1,17	11	1,69	1,07
12	2,48	1,12	12	2,43	1,02

Observaţie. Valorile găsite pentru factorul K (la 220 V şi 50 Hz) diferă în medie cu cca 1,5% faţă de valorile date de întreprinderea constructoare. Pentru 42 Hz valorile lui K sînt cu cca 2% mai mici ca pentru 50 Hz.

Rezistenţa termică R_t dintre fluidele de termostatare şi suprafeţele de contact ale probei este de asemenea o constantă a aparatului, care se poate determina sau verifica cu uşurinţă experimental. Se folosesc în acest scop două plăci din acelaşi material dar de grosimi diferite s_1 şi s_2, pentru care se poate scrie

$$\lambda = \frac{q_1 \cdot s_1}{\Delta t_1 - q_1 R_t} = \frac{q_2 \cdot s_2}{\Delta t_2 - q_2 R_t}$$

de unde

$$R_t = \frac{q_2 \cdot s_2 \cdot \Delta t_1 - q_1 \cdot s_1 \cdot \Delta t_2}{q_1 \cdot q_2 \cdot (s_2 - s_1)} . \tag{24}$$

Pentru 42 Hz, datorită micşorării debitului antrenat de pompele termostatelor — prin reducerea turaţiei — şi deci micşorării vitezei de curgere a fluidelor de termostatare, este de aşteptat o uşoară creştere a rezistenţei termice R_t. Intr-adevăr valoarea rezistenţei termice R_t la 42 Hz determinată experimental este $R_t = 8{,}2$ m²h·grd/kcal faţă de 1,5 pentru 50 Hz.

In ceea ce priveşte eroarea relativă totală datorită măsurătorilor în determinarea coeficientului de conductivitate termică, aceasta se poate calcula cu uşurinţă considerînd ec. (1) şi (2). Cu neglijarea influenţei rezistenţei termice R_t dintre probă şi fluidele de termostatare putem scrie final

$$\Delta_r \lambda = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta K}{K} + \left[\frac{\Delta (\sum \delta E)}{\sum \delta E} + \frac{\Delta (\Delta \tau)}{\Delta \tau} + \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta (\Delta t)}{\Delta t} \right] . \tag{25}$$

Pentru instrumentele cu care este dotat aparatul, eroarea relativă totală datorită citirilor nu depăşeşte în mod obişnuit $0{,}6\%$.

Variaţia erorii relative totale $\Delta_r \lambda$ poate fi urmărită în fig. 7; în condiţii obişnuite de lucru $\Delta_r \lambda < 3\%$, variind între $\sim 2{,}8\%$ — pentru primele trei trepte — şi $\sim 1{,}9\%$ — pentru ultimele. Ultimele trepte de încălzire sînt astfel avantajoase şi din acest punct de vedere. Chiar şi în condiţii dezavantajoase de lucru, pentru grosimi mici ale probelor (în jurul a 1 mm), $\Delta_r \lambda$ nu depăşeşte 4%, ceea ce constituie o calitate esenţială a aparatului.

Domeniul de utilizare a aparatului se poate determina plecînd de la expresia $Q_0 = \Omega \cdot \Delta t / (s/\lambda)$ kcal/h, de unde

$$\frac{s}{\lambda} = \Omega \frac{\Delta t}{Q_0} \quad \text{m²h grd/kcal}$$

sau, cu $Q = 2Q_0 = 0{,}86\, w_0$ kcal/h,

$$\frac{s}{\lambda} = \frac{2\Omega}{0{,}86\, w_0} \cdot \Delta t \quad \text{m²h grd/kcal.} \tag{27}$$

Admiţînd $\Delta t_{min} = 5$°C şi $\Delta t_{max} = 20$°C, rezultă pe baza acestei relaţii că aparatul este propriu pentru probe cu rezistenţe termice $s/\lambda = 0{,}003 \div 4$ m²h grd/kcal [1]).

Posibilităţile aparatului reies şi mai clar din fig. 9 (domeniul haşurat); cunoaşterea rezistenţei termice s/λ care poate fi măsurată permite determinarea indirectă a grosimii necesare a probelor.

---

[1]) Domeniul indicat de întreprinderea constructoare este $s/\lambda = 0{,}03 \div 4$ m² h grd/kcal; desigur este o greşeală.

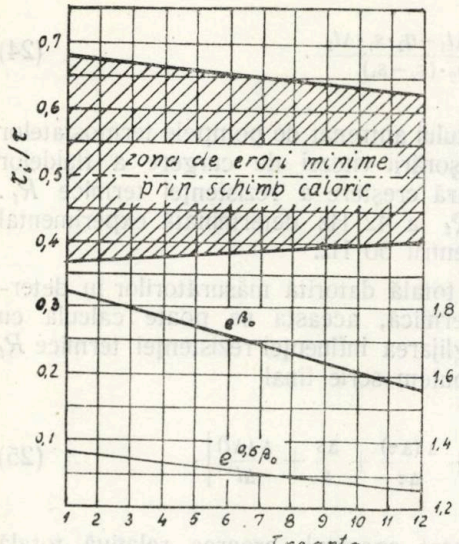


Fig. 6. Variația raportului τ_t/τ pentru treapta optimă de încălzire.

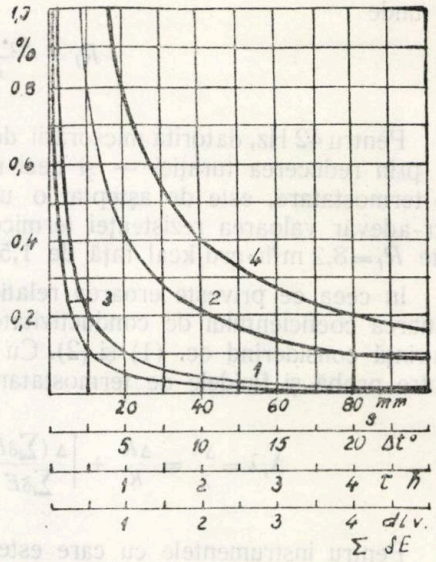


Fig. 7. Variația erorilor relative pentru mărimile citite: *1* — $\Delta(\Sigma\delta E)/\Sigma\delta E$; *2* — $\Delta(\Delta\tau)\Delta\tau$; *3* — $\Delta s/s$; *4* — $\Delta(\Delta t)/\Delta t$.

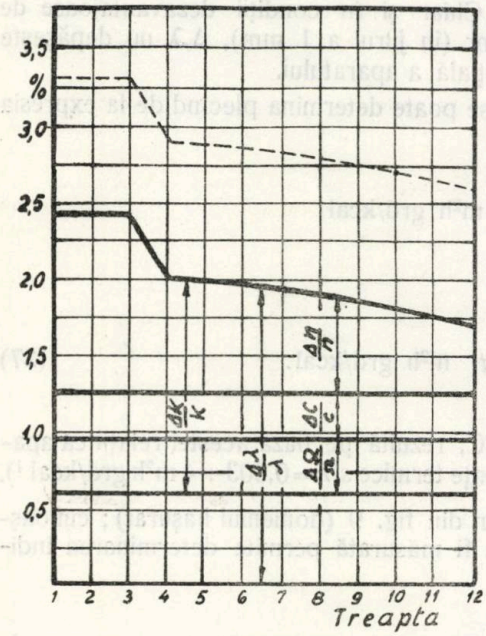


Fig. 8. Erori de măsură (pentru $u = 120$ V; curba întreruptă pentru $u = 120 \pm 10\%$ V).

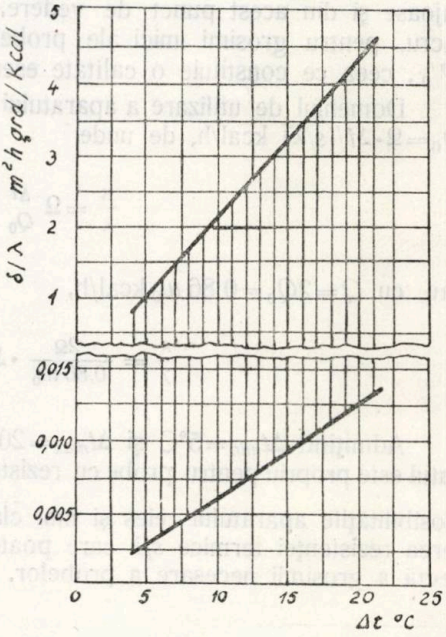


Fig. 9. Domeniul de utilizare a aparatului (domeniul haşurat).

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ПАРАМЕТРОВ НА РАБОТУ АППАРАТА Д-РА БОКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Работа представляет собой изучение одного из самых усовершенствованных аппаратов для измеренкя иоэффициента топлопроводности различных материалов (особенно строительных и термоизоляционных материалов).

Автор дает полную электрическую схему аппарата, указывает на поведение аппарата в особых случаях работы, влияние внешних параметров на его работу, указывает на метод определения и проверки постоянных аппарата, устанавливает законы изменения внутренних параметров аппарата и метод расчета вспомогательных сопротивлений, анализирует ошибки при измерении и устанавливает законы их изменения. В работе дается много диаграмм практического значения при эксплуатации аппарата (диаграмма и погрешностей, диаграмма зоны систематических погрешностей благодаря минимальному тепловому обмену, диаграмма области использования).

L'INFLUENCE DES PARAMÈTRES EXTERNES SUR LE FONCTIONNEMENT DE L'APPAREIL DR. BOCK POUR LA DÉTERMINATION DE LA CONDUCTIBILITÉ THERMIQUE

(RESUMÉ)

On étudie l'un des meilleurs appareils pour la détermination du coeficient de conductibilité thermique de différents matériaux (surtout des matériaux de construction et thermoisolants).

L'auteur présente le schème électrique complet de l'appareil, il indique le comportement de l'appareil dans des conditions spéciales de fonctionnement, l'influence des paramètres externes sur le fonctionnement, la manière de détermination et vérification des constantes de l'appareil, il établit les lois de variation des paramètres internes de l'appareil et la méthode de calcul des résistances auxiliaires, et il fait l'analyse des erreurs qui influencent les déterminations et leurs lois de variation.

La note présente plusieurs diagrammes d'intérêt pratique pour l'exploitation de l'appareil (le diagramme des erreurs, le diagramme de la zone des erreurs systematiques par échange calorique minimum, le diagramme du domaine d'utilisation).

POSIBILITĂȚI DE SIMETRIZARE COMPLETĂ A CONVERTIZORULUI TRI-MONOFAZAT CU AJUTORUL UNOR IMPEDANTE SUPLIMENTARE

DE

I. NOVAC și B. OPRENDECK

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. STUDIUL TEORETIC AL POSIBILITĂȚILOR DE SIMETRIZARE

Una dintre metodele posibile de simetrizare completă a convertizorului tri-monofazat constă în introducerea unei impedanțe potrivite pe una sau mai multe conductoare de alimentare [2].

Condiția ca gradul de asimetrie să fie nul este [2] ca între componentele $\bar{U}_{1'}$ și $\bar{U}_{1''}$ ale tensiunii să existe relația:

$$\bar{U}_{1''} = \frac{a^2 \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}'}{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'' + \bar{D}} \cdot \bar{U}_{1'}. \tag{1}$$

Dacă se introduce o impedanță $\bar{Z}_{0I}$ în conductorul de alimentare *I* (fig. 1.1).

$$\bar{U}_A = \bar{U} - \bar{U}_0; \quad \bar{U}_B = a^2 \cdot \bar{U};$$

$$\bar{U}_C = a \cdot \bar{U} - \bar{U}_0. \tag{2}$$

Prin descompunerea sistemului trifazat de tensiuni $\bar{U}_A$, $\bar{U}_B$, $\bar{U}_C$ în cele două sisteme de componente simetrice și ținînd seama de relația (1), se obține pentru $\bar{U}_0$

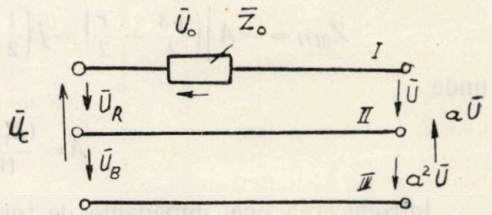


Fig. 1 1. Simetrizarea completă a convertizorului cu ajutorul unei impedanțe introdusă într-un conductor de alimentare.

$$\bar{U}_0 = \frac{3}{1-a} \cdot \frac{a^2 \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}'}{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'' + a \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}' + \bar{D}} \cdot \bar{U}. \tag{3}$$

Curentul care trece prin impedanţa $\bar{Z}_{0I}$ este:

$$\bar{I}_C-\bar{I}_A=(a-1)\frac{\bar{U}}{\bar{Z}_{e'}}\cdot\frac{\bar{B}'\cdot\bar{C}'+\bar{B}''\cdot\bar{C}''+\bar{D}}{\bar{B}''\cdot\bar{C}''+a\cdot\bar{B}''\cdot\bar{C}'+\bar{D}} \tag{4}$$

unde

$$\bar{I}_A=\bar{I}_{1'}+\bar{I}_{1''};\quad \bar{I}_C=a\cdot\bar{I}_{1'}+a^2\cdot\bar{I}_{1''} \tag{5}$$

(valorile lui $\bar{I}_{1'}$ şi $\bar{I}_{1''}$ sînt date în [2]).

Rezultă impedanţa care urmează a fi introdusă:

$$\bar{Z}_{0I}=-\frac{3\cdot a^2}{(1-a)^2}\cdot\frac{\bar{B}''\cdot\bar{C}'}{\bar{B}'\cdot\bar{C}'+\bar{B}''\cdot\bar{C}''+\bar{D}}\cdot\bar{Z}_{e'}=-\frac{3\cdot a^2}{(1-a)^2}\bar{F}. \tag{6}$$

Procedînd în mod analog pentru cazul introducerii unei impedanţe în conductorul de alimentare *II* sau *III*, se obţin relaţiile:

$$\bar{Z}_{0II}=-\frac{3\cdot a}{(1-a)^2}\cdot\bar{F}; \tag{6-b},$$

$$\bar{Z}_{0III}=-\frac{3}{(1-a)^2}\cdot\bar{F}. \tag{6-c}$$

In ipoteza neglijării rezistenţelor faţă de reactanţe şi a impedanţelor proprii faţă de impedanţa de magnetizare şi de $\bar{Z}_{e'}$ şi considerînd că defazajul α între primar şi secundar este nul, rezultă pentru $\bar{F}$ expresia:

$$\bar{F}=j\cdot\frac{X'_{12}+X'_3}{1-2j\cdot Z'/X_m}\cdot \tag{7}$$

Considerînd impedanţa de sarcină $\bar{Z}'$ ca fiind o rezistenţă şi notînd $2Z'/X_m=r$, se obţine:

$$\bar{Z}_{0I}=-A\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-r\right)+j\left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\cdot r\right)\right];\quad \bar{Z}_{0II}=-A\,(j-r);$$

$$\bar{Z}_{0III}=-A\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{r}{2}\right)-j\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}r\right)\right]. \tag{8}$$

unde

$$A=\frac{(X'_{12}+X'_3)}{(1+r^2)}\cdot$$

Introducerea unei impedanţe de forma $\bar{Z}_{0i}$ ($i=I, II, III$) într-un conductor de alimentare, după cum rezultă din analiza relaţiilor (8), nu este posibilă în practică. Fiecare dintre impedanţele $\bar{Z}_{0i}$ conţine un termen care reprezintă o rezistenţă negativă sau o capacitate; ori, folosirea condensatoarelor în industrie este, pe cît posibil, eliminată, deoarece aceste elemente sînt incomode, iar valoarea capacităţilor condensatoarelor necesare, la frecvenţa industrială de 50 Hz, ar putea obţine valori mult prea mari.

Deoarece însă fiecare dintre imedanţele $\bar{Z}_{0i}$ poate fi pusă sub formele:

$$\bar{Z}_{0i}=k_1+a^{\alpha}\cdot k_2;\quad \bar{Z}_{0i}=k_1+a^{\alpha}\cdot j\cdot k_2;\quad \bar{Z}_{0i}=j\cdot k_1+a^{\alpha}\cdot k_2;\quad \bar{Z}_{0i}=j\cdot k_1+a^{\alpha}\cdot j\cdot k_2$$

(unde $\alpha=1, 2$) înseamnă că efectul pe care l-ar provoca introducerea impedanţei $\bar{Z}_{0i}$ în conductoarele de alimentare i se poate obţine prin introducerea a două elemente: în conductorul de alimentare respectiv şi unul dintre celelalte două conductoare.

Eliminînd soluţiile în care apar rezistenţe negative sau capacităţi, rezultă expresiile care definesc combinaţiile echivalente posibile în practică:

$$\bar{Z}_{0I_1}=A\left[j(1-2\cdot\sqrt{3}\cdot r)+a^2(\sqrt{3}-2\cdot r)\right]; \tag{9-a}$$

$$\bar{Z}_{0I_2}=A\left[4\cdot r+a\cdot j(1+2\cdot\sqrt{3}\cdot r)\right]; \tag{9-b}$$

$$\bar{Z}_{0II_1}=A\left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-r\right)+a\frac{2}{\sqrt{3}}\right]; \tag{10-a}$$

$$\bar{Z}_{0II_2}=A\left[j(1-\sqrt{3}\cdot r)+a\cdot 2\cdot r\right]; \tag{10-b}$$

$$\bar{Z}_{0II_3}=A\left[j(1+\sqrt{3}\cdot r)+a^2\cdot 2\cdot r\right]; \tag{10-c}$$

$$\bar{Z}_{0II_4}=A\left[j\left(1+\frac{r}{\sqrt{3}}\right)+a\cdot j\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}r\right]; \tag{10-d}$$

$$\bar{Z}_{0III_1}=A[(\sqrt{3}-r)+a\cdot j(1-\sqrt{3}\cdot r)]. \tag{11}$$

Concluziile care rezultă din expresiile (9), (10), (11) se pot rezuma în următoarele:

a) maşina poate fi simetrizată prin introducerea:
- — a cîte unei rezistenţe în conductoarele de alimentare *II* şi *III* (relaţia (10-a))
- — a cîte unei inductivităţi în aceleaşi conductoare (relaţia (10-d))
- — a unei rezistenţe într-un conductor de alimentare şi a unei reactanţe inductive în alt conductor de alimentare (relaţiile (9), (10-b), (10-c), (11));

b) în ori care dintre cele trei cazuri, elementele necesare simetrizării maşinii depind de curentul de sarcină I_s;

c) la simetrizarea maşinii cu două rezistenţe, aceste elemente cresc ca valoare odată cu mărirea lui I_s, respectiv cu micşorarea lui r. Acest mijloc de simetrizare a maşinii este însoţit de pierderi prin efect Joule-Lenz;

d) la scurtcircuitarea înfăşurării monofazate se poate obţine un grad de asimetrie nul cu o singură inductivitate introdusă în conductorul de alimentare *II*.

e) în cazul folosirii unei inductivităţi şi a unei rezistenţe, soluţia optimă este aceea pentru care elementele suplimentare au valori minime (relaţia (10-b)), pentru că în această situaţie au loc pierderi de putere activă minime şi înrăutăţirea minimă a factorului de putere;

f) dacă se utilizează pentru simetrizarea maşinii una sau două inductivităţi, factorul de asimetrie din expresia factorului de putere Δ devenind egal cu uni-

tatea, rezultă o tendinţă de îmbunătăţire a factorului de putere; existenţa inductivităţii tinde să micşoreze acest factor; rămîne a se verifica experimental efectul final al introducerii inductivităţilor suplimentare asupra gradului de asimetrie.

2. DATELE EXPERIMENTALE OBŢINUTE

S-au făcut încercări cu convertizorul existent la laboratorul de Maşini electrice descris în [1].

a. Simetrizarea maşinii cu două rezistenţe suplimentare

Incărcînd maşina cu diferiţi curenţi de sarcină şi introducînd în conductoarele de alimentare A şi C cîte o rezistenţă suplimentară potrivit aleasă, s-a obţinut simetrizarea completă a convertizorului. După cum s-a prevăzut, rezistenţa R_c variază în limite destul de mari, iar R_A mult mai puţin cu încărcarea maşinii pe partea monofazată. In fig. 2.1 şi 2.2 sînt redate situaţiile pentru două valori diferite ale lui I_s. Se observă că pentru o simetrizare completă, la $I_s=220$ A au fost necesare rezistenţele $R_A=1{,}4\,\Omega$ şi $R_c=1{,}3\,\Omega$, respectiv la $I_s=165$ A rezistenţele $R_A=1{,}38\ \Omega$ şi $R_C=0{,}96\ \Omega$. La modificarea uneia dintre cele două rezistenţe faţă de valorile optime, gradul de asimetrie este diferit de zero (în fig. 2.3 este redată situaţia care rezultă la $I_s=165$ A dacă se măreşte sau se micşorează rezistenţa R_A).

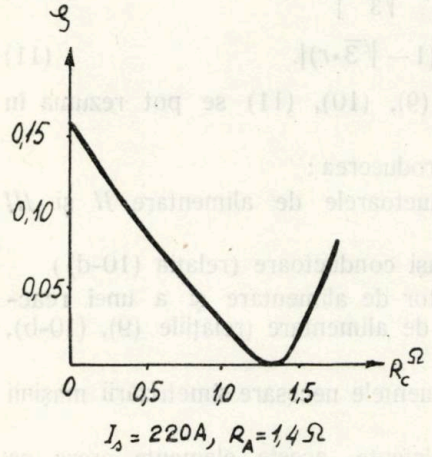


Fig. 2.1. Caracteristica $\xi=f(R_C)$ pentru $I_s=220$ A şi $R_A=1{,}4\ \Omega$.

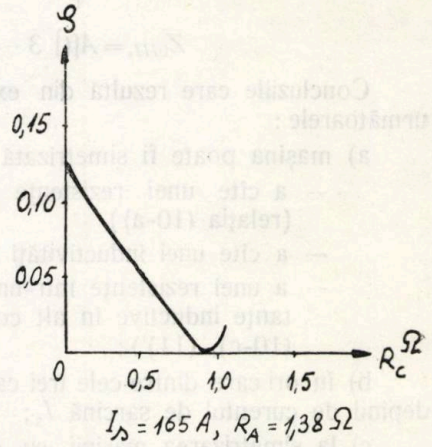


Fig. 2.2. Caracteristica $\xi=f(R_C)$ pentru $I_s=165$ A şi $R_A=1{,}38\ \Omega$.

Pentru o pereche de valori ale lui R_A şi R_C, pentru care $\xi=0$ la un curent de sarcină mediu, într-un domeniu de variaţie a curentului destul de larg, gradul de asimetrie este limitat la cîteva procente (fig. 2.4), ceea ce înseamnă că prin alegerea potrivită a rezistenţelor se poate obţine o simetrie practic completă pentru domeniul de lucru al convertizorului, fără a fi necesară modificarea valorii rezistenţelor în funcţie de sarcină. Pierderile prin efect Joule-Lenz sînt însă importante: la $I_s=165$ A (de exemplu) aceste pierderi sînt $p=1850$ W faţă de puterea utilă pe partea monofazată $P=4090$ W.

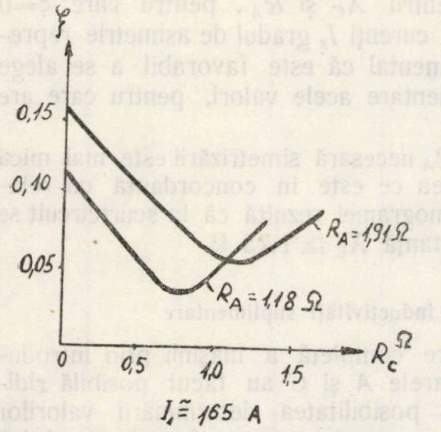


Fig. 2.3. Caracteristicile $\xi=f(R_C)$ pentru $I_s=165$ A şi diferite valori ale lui R_A.

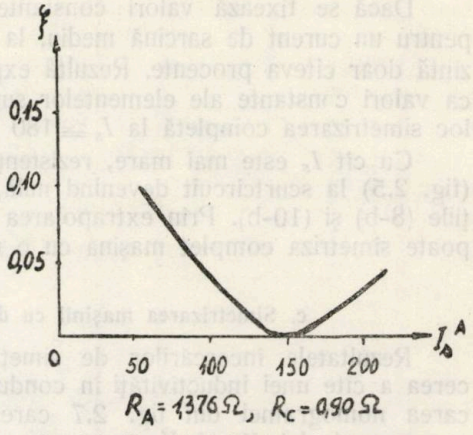


Fig. 2.4. Caracteristica $\xi=f(I_s)$ pentru $R_A=$ct, $R_C=$ct.

b. **Simetrizarea maşinii prin intermediul unei inductivităţi şi a unei rezistenţe**

Conform relaţiei (10-b) simetrizarea completă a maşinii este posibilă prin introducerea unei reactanţe şi a unei rezistenţe relativ redusă, valorile acestor elemente depinzînd de mărimea curentului I_s. Incercările efectuate au confirmat aceste concluzii teoretice. Determinînd valorile necesare ale lui X_C şi R_A necesari pentru a obţine $\xi=0$ la diferite valori ale lui I_s, s-a ridicat nomograma care dă posibilitatea predeterminării valorii acestor parametrii pentru a obţine, la un anumit curent I_s, simetrizare completă (fig. 2.5). Caracteristicile $\cos\varphi=f(I_s)$ şi $\eta=f(I_s)$ ridicate experimental (fig. 2.6) arată că randamentul convertizorului scade, faţă de situaţia cînd maşina funcţionează nesimetrizată, cu 0,4—0,7%.

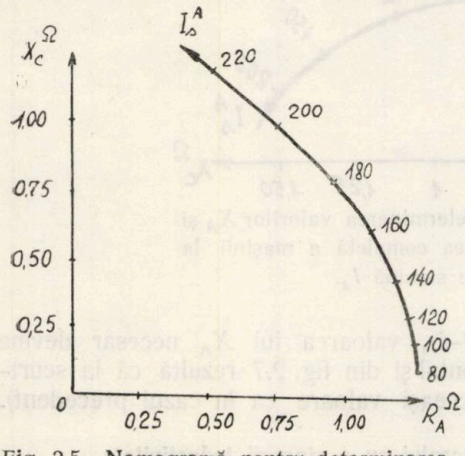


Fig. 2.5. Nomogramă pentru determinarea valorilor X_C şi R_A necesare pentru simetrizarea completă la diferiţi curenţi de sarcină I_s.

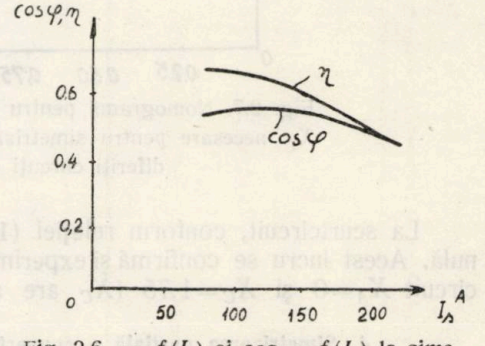


Fig. 2.6. $\eta=f(I_s)$ şi $\cos\varphi=f(I_s)$ la simetrizarea cu o inductivitate şi o rezistenţă.

Dacă se fixează valori constante pentru X_C şi R_A, pentru care $\xi=0$ pentru un curent de sarcină mediu, la alţi curenţi I_s gradul de asimetrie reprezintă doar cîteva procente. Rezultă experimental că este favorabil a se alege ca valori constante ale elementelor suplimentare acele valori, pentru care are loc simetrizarea completă la $I_s \cong 180$ A.

Cu cît I_s este mai mare, rezistenţa R_A necesară simetrizării este mai mică (fig. 2.5) la scurtcircuit devenind nulă, ceea ce este în concordanţă cu relaţiile (8-b) şi (10-b). Prin extrapolarea nomogramei rezultă că la scurtcircuit se poate simetriza complet maşina cu o reactanţă $X_C \cong 1{,}75\ \Omega$.

c. Simetrizarea maşinii cu două inductivităţi suplimentare

Rezultatele încercărilor de simetrizare completă a maşinii prin introducerea a cîte unei inductivităţi în conductoarele A şi C au făcut posibilă ridicarea nomogramei din fig. 2.7 care dă posibilitatea determinării valorilor necesare ale lui X_A şi X_C pentru ca, la un curent oarecare I_s, să se obţină $\xi=0$. Factorul de putere este mai slab decît în cazul precedent, datorită existenţei unei inductivităţi în plus, în schimb randamentul este mai ridicat deoarece nu mai există rezistenţa suplimentară. Dacă se introduc două inductivităţi X_C şi X_A, pentru care $\xi=0$ la un curent de sarcină mediu şi se menţin constante indiferent de valoarea lui I_s, ca şi în cazul precedent, maşina va funcţiona cu un grad de asimetrie limitat pentru un domeniu destul de larg de variaţie a curentului de sarcină.

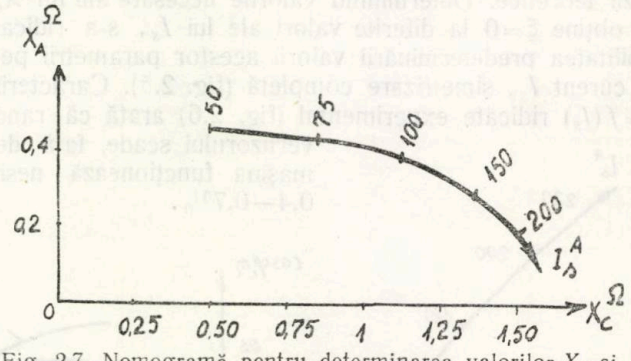


Fig. 2.7. Nomogramă pentru determinarea valorilor X_A şi X_C necesare pentru simetrizarea completă a maşinii la diferiţi curenţi de sarcină I_s.

La scurtcircuit, conform relaţiei (10-d), valoarea lui X_A necesar devine nulă. Acest lucru se confirmă şi experimental şi din fig. 2.7 rezultă că la scurtcircuit $X_A=0$ şi $X_C=1{,}75$ (X_C are aceeaşi valoare ca în cazul precedent).

d. Simetrizarea parţială a convertizorului cu o singură inductivitate

Pentru că convertizorul folosit ca sursă de sudare funcţionează în general cu curenţi I_s mari, apropiaţi de curentul de scurtcircuit, prezintă interes studiul lui $\xi=f(I_s)$ la introducerea numai a unei reactanţe X_C. Pentru fiecare I_s

există o valoare a lui X_C pentru care $\xi=\xi_{min}$. In fig. 2.8 este redată dependenţa între reactanţa necesară pentru obţinerea lui ξ_{min} şi curentul de sarcină.

CONCLUZII

Soluţia folosirii a două rezistenţe pentru simetrizarea maşinii nu poate fi luată în considerare în practică datorită neeconomicităţii sale. Dacă se ţine cont de importanţa care se dă în prezent îmbunătăţirii factorului de putere, este de preferat soluţia utilizării unei inductivităţi şi a unei rezistenţe pentru simetrizare, faţă de aceea a folosirii a două inductivităţi, mai ales că randamentul se înrăutăţeşte doar cu 0,4—0,7%.

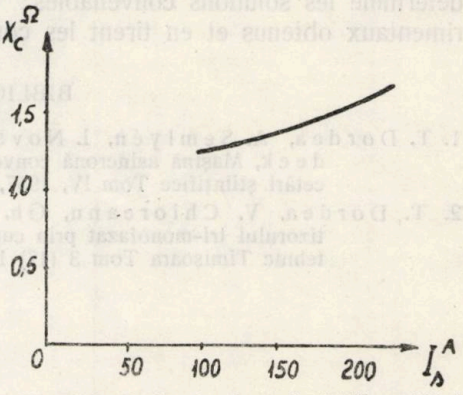


Fig. 2.8. Curba de dependenţă $X_C=f(I_s)$ pentru obţinerea gradului de asimetrie minim.

Rezultă ca singură soluţie convenabilă pentru practică simetrizarea cu o inductivitate şi o rezistenţă ca elemente suplimentare.

Practic urmează a se folosi o inductivitate şi o rezistenţă constante, pentru a elimina inconvenientul prezentat de necesitatea de a se varia aceste elemente în funcţie de sarcină. Dacă aceste elemente se aleg astfel ca $\xi=0$ la $I_s=175-190$ A, gradul de asimetrie variază pentru valorile de lucru obişnuite ale curentului I_s pînă la maximum 0,04—0,05, deci un grad de asimetrie practic nul. Pentru maşina existentă valorile constante ale elementelor suplimentare rezultă (fig. 2.5) $X_C \cong 0{,}9\ \Omega$, $R_A \cong 0{,}8\ \Omega$.

Dacă curentul de lucru este apropiat de curentul de scurtcircuit, se poate lua în considerare şi posibilitatea simetrizării cu o singură inductivitate, deoarece la curenţi ce depăşesc valoarea $I_s=160$ A, se obţin cu această soluţie grade de asimetrie $\xi \leq 0{,}05$, ceea ce reprezintă practic o simetrizare completă a maşinii.

ВОЗМОЖНОСТИ СИММЕТРИЗАЦИИ ТРЕХ-ОДНОФАЗОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ДОБАВОЧНОГО ИМПЕДАНСА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Используются возможности польной симметризации трех-однофазового сварочного преобразователя при помощи добавочного импеданса.

Определяются подходящие решения; даются результаты проведенных опытов и делаются соответствующие выводы.

LES POSSIBILITÉS DE SYMÉTRISER LE CONVERTISSEUR TRIMONOPHASÉ À L'AIDE D'IMPÉDANCES SUPPLÉMENTAIRES

(RÉSUMÉ)

Les auteurs étudient les possibilités de symétriser complètement le convertisseur trimonophasé de soudage, à l'aide d'impédances supplémentaires. On détermine les solutions convenables; les auteurs présentent les résultats expérimentaux obtenus et en tirent les conclusions qui s'imposent.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Dordea, A. Semlyén, I. Novac, O. Centea, V. Micloşi, B. Oprendeck, Maşină asincronă convertizoare din tri— în monofazat. Studii şi cercetări ştiinţifice Tom IV, 1957, nr. 3—4 Academia R.P.R. Timişoara.
2. T. Dordea, V. Chioreanu, Gh. Atanasiu I. Sora. Simetrizarea convertizorului tri-monofazat prin cuplaj transformatoric. Buletinul Institutului Politehnic Timişoara Tom 3 (17) 1958.

INSTALAȚIE DE CONFERINȚĂ TELEFONICĂ

DE

A. ROGOJAN, S. CRIȘAN, T. MUREȘAN

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

I. INTRODUCERE

Cele de mai jos formează o continuare a lucrărilor [1] și [2].

În [1] se arată concepția unei instalații de conferință telefonică realizată în 1949 la CFR și rezultatele obținute cu ea.

În [2] se arată o metodă de construire a nodului, ce permite o adaptare corectă a impedanțelor. Se analizează metoda indicată stabilindu-se un criteriu pentru aprecierea calității nodului și se scot în evidență soluțiile practice cele mai potrivite. Cu ajutorul expresiilor stabilite se calculează nodul pentru o instalație cu patru posturi, luînd diferite valori pentru parametrii ce intervin.

Scopul lucrării de față este de a prezenta realizarea dispozitivului central a unei instalații de conferință telefonică pe baza concluziilor din [2] și de a compara rezultatele de calcul cu cele experimentale.

II. REALIZAREA DISPOZITIVULUI CENTRAL ȘI MĂSURĂTORI ASUPRA LUI

Întrucît cu acest dispozitiv central pe lîngă întrebuințarea lui curentă la conferințele telefonice, se vor executa și măsurători asupra atenuării dintre difuzor și microfon prin sălile de conferință, vom impune o calitate a nodului, exprimată prin b_c, ridicată. Pe de altă parte, în scopul unei execuții simple a nodului, ne vom situa în cazul cînd una din rezistențele cuadripolului (R_1) are valoare nulă. Alegem numărul de posturi $n+1=4$, echilibrorul $N=600$ Ohm, iar raportul între impedanța transformatorului diferențial pe la o pereche de borne, cînd la cealaltă pereche e conectat echilibrorul, și între impedanța echilibrorului : $q=1{,}2$.

Urmărind tabelul din [2] se vede că pentru a îndeplini condițiile formulate ne putem fixa asupra poziției 2. Astfel pentru $p=0{,}1$ și $R_1=0$ avem :

$R_3=63{,}2\Omega$: $R_2=584{,}8\Omega$

$b_z=4{,}35$ N ; $b_c=5{,}66$ N ; $b_d=10{,}01$ N

unde :

p este un parametru,

R_1, R_2, R_3, sînt cele trei rezistenţe ale cuadripolului nesimetric,

b_z este atenuarea cuadripolului dintre doi transformatori diferenţiali,

b_c — atenuarea ce exprimă calitatea nodului,

b_d — atenuarea de dezechilibru cînd $q=1{,}2$.

Valorile de mai sus sînt obţinute cu ajutorul expresiilor din [2]

$$R_3 = R''_{31} = \frac{pN\left[n-1+\sqrt{(n-1)^2+2[2n-p(n+1)]}\right]}{2n-p(n+1)}$$

$$R_2 = -R_3 + \sqrt{\frac{2n}{p(n+1)}R_3^2+N^2}$$

$$R_1 = \frac{p(n+1)}{2n}\sqrt{\frac{2n}{p(n+1)}R_3^2+N^2} + \frac{p(n-1)}{2n}N - R_3$$

(Pentru $R_3=R''_{31}$, dat de relaţia de mai sus, avem $R_1=0$)

$$e^{b_z} = n+p(n+1)\frac{N}{R_3^2}\left[N+\sqrt{\frac{2n}{p(n+1)}R_3^2+N^2}\right]$$

$$e^{b_c} = \left|\frac{2n+q-1}{n(q-1)} + \frac{(n+1)(q+1)}{n(q-1)}p\frac{N}{R_3^2}\left(\sqrt{\frac{2n}{p(n+1)}R_3^2+N^2}+N\right)\right|$$

$$b_d = b_z + b_c$$

Schema rezultată se vede în fig. 1, în care cele 4 rezistenţe R_3 legate în paralel sînt înlocuite cu rezistenţa echivalentă $R_{3e}=15{,}8$ Ohm. La bornele *1—1, 2—2, 3—3, 4—4* se leagă transformatorii diferenţiali.

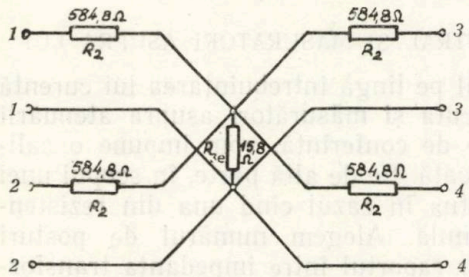


Fig. 1.

Pentru conferinţa telefonică se întrebuinţează circuitele telefonice obişnuite, sau căi prin curenţi purtători. Spre a nu se modifica nivelele de transmisie pe aceste circuite este necesară introducerea unor amplificatori în nod, aşa fel încît restanţa nodului între bornele de intrare a unui amplificator de microfon şi bornele de ieşire a oricărui amplificator de difuzor nepereche cu primul să fie zero. În fig. 2 se vede schema completă a amplificatorilor pereche a unui post iar în fig. 3 schema de alimentare. În schema fig. 2 este cuprinsă şi rezistenţa R_2 corespunzătoare postului respectiv precum şi rezistenţa R_{3e} care apare numai o singură dată.

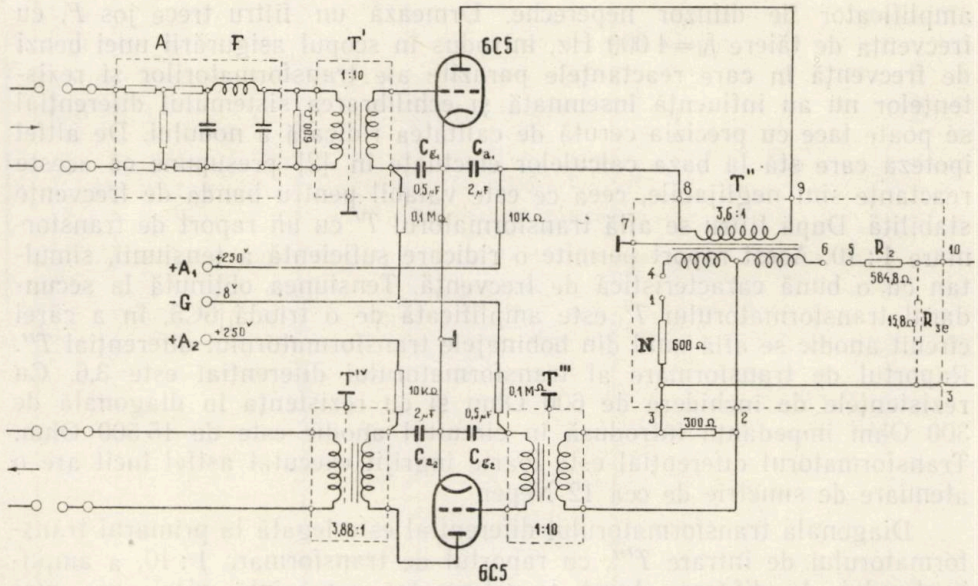


Fig. 2.

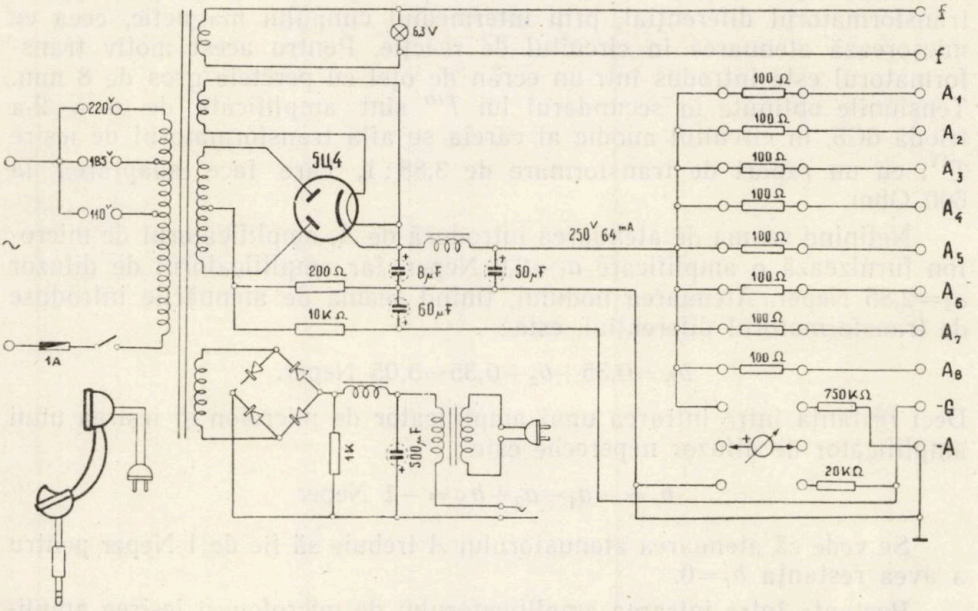


Fig. 3.

La intrarea amplificatorului de microfon avem un atenuator *A* cu o impedanță caracteristică de 600 Ohm. Cu ajutorul lui se ajustează la zero restanța între intrarea unui amplificator de microfon și ieșirea unui

amplificator de difuzor nepereche. Urmează un filtru trece jos F, cu frecvenţa de tăiere $f_0=4\,000$ Hz, introdus în scopul asigurării unei benzi de frecvenţă în care reactanţele parazite ale transformatorilor şi rezistenţelor nu au influenţă însemnată şi echilibrarea sistemului diferenţial se poate face cu precizia cerută de calitatea ridicată a nodului. De altfel ipoteza care stă la baza calculelor efectuate în [2] presupune că aceste reactanţe sînt neglijabile, ceea ce este valabil pentru banda de frecvenţe stabilită. După filtru se află transformatorul T' cu un raport de transformare 1 : 10. Acest raport permite o ridicare suficientă a tensiunii, simultan cu o bună caracteristică de frecvenţă. Tensiunea obţinută la secundarul transformatorului T' este amplificată de o triodă 6C5, în a cărei circuit anodic se află unul din bobinajele transformatorului diferenţial T''. Raportul de transformare al transformatorului diferenţial este 3,6. Cu rezistenţele de închidere de 600 Ohm şi cu rezistenţa în diagonală de 300 Ohm impedanţa introdusă în circuitul anodic este de 15 500 Ohm. Transformatorul diferenţial este foarte îngrijit executat astfel încît are o atenuare de simetrie de cca 12 Neper

Diagonala transformatorului diferenţial este legată la primarul transformatorului de intrare T''', cu raportul de transformare 1 : 10, a amplificatorului de difuzor. Acest transformator reprezintă piesa cea mai sensibilă deoarece prin intermediul lui pot apărea cuplaje parazite cu transformatorul diferenţial, prin intermediul cîmpului magnetic, ceea ce micşorează atenuarea în circuitul de reacţie. Pentru acest motiv transformatorul este introdus într-un ecran de oţel cu peretele gros de 8 mm. Tensiunile obţinute în secundarul lui T''' sînt amplificate de o a 2-a triodă 6C5, în circuitul anodic al căreia se află transformatorul de ieşire T^{IV}, cu un raport de transformare de 3,88 : 1, care face adaptarea la 600 Ohm.

Neţinînd seama de atenuarea introdusă de A, amplificatorul de microfon furnizează o amplificare $a_1=3{,}2$ Neper, iar amplificatorul de difuzor $a_2=2{,}85$ Neper. Atenuarea nodului, ţinînd seama de atenuările introduse de transformatorul diferenţial, este :

$$b_N=0{,}35+b_z+0{,}35=5{,}05 \text{ Neper.}$$

Deci restanţa între intrarea unui amplificator de microfon şi ieşirea unui amplificator de difuzor nepereche este :

$$b_r=-a_1-a_2+b_N=-1 \text{ Neper}$$

Se vede că atenuarea atenuatorului A trebuie să fie de 1 Neper pentru a avea restanţa $b_r'=0$.

Restanţa între intrarea amplificatorului de microfon şi ieşirea amplificatorului de difuzor pereche, adică restanţa pe calea de reacţie este :

$$b_r''=-a_1-a_2+0{,}7+b_d+b_a=5{,}66 \text{ Neper.}$$

Datele de mai sus sînt obţinute prin calcul.

Performanțele atinse de instalație le prezentăm prin ridicarea experimentală a caracteristicilor de frecvență pe calea de restanță nulă și pe calea de reacție. În fig. 4 și 5 se prezintă grafic caracteristicile medii.

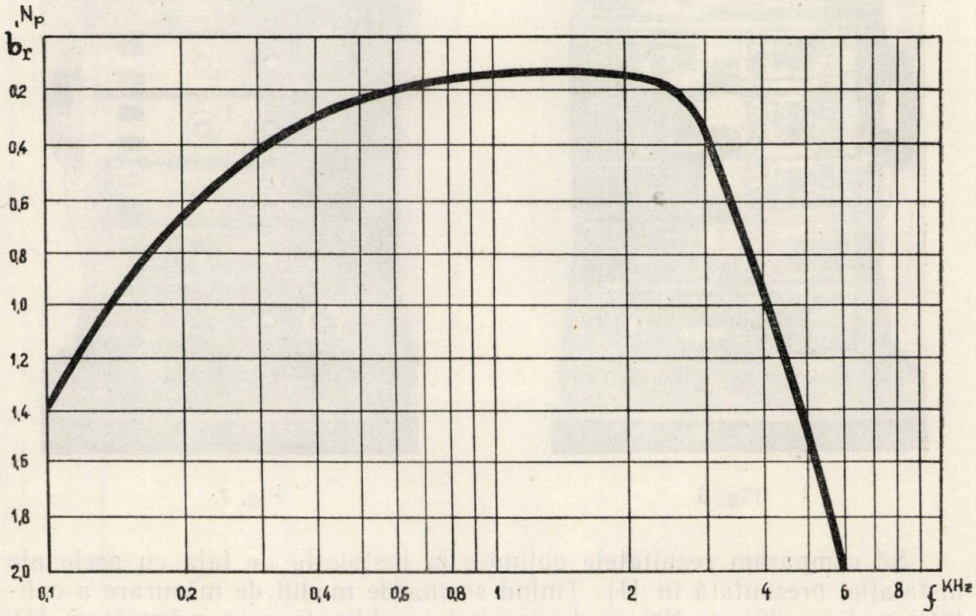


Fig. 4.

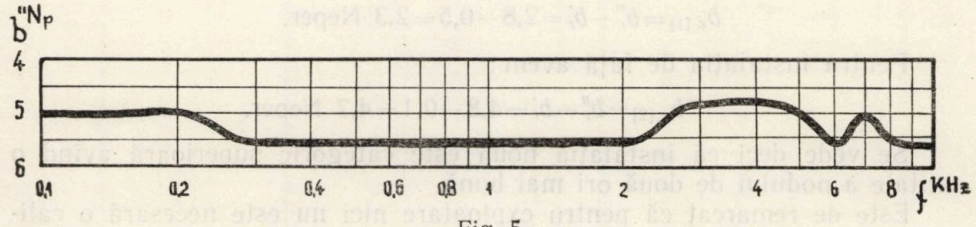


Fig. 5.

În fig. 6 și 7 se văd două fotografii ale instalației.

Se vede că avem pe calea de restanță zero o caracteristică de frecvență cu o abatere de $\pm 0{,}15$ N în domeniul 300—3 000 Hz. Acesta e necesar deoarece corecțiile de frecvență au loc în dispozitivele circuitelor conectate la nod. Pe de altă parte caracteristica de frecvență ne arată că pe calea de reacție avem o restanță de $b''_r = 4{,}8$ Neper, adică cu 0,86 Neper mai mică ca și cea calculată. Rezultatul mai puțin bun decît cel calculat, se datorește faptului că pentru calcule am apreciat $q = 1{,}2$, dar la instalația executată q este ceva mai mare așa fel încît în loc de $b_d = 10{,}01$ Neper a rezultat o valoare cu 0,86 Neper mai mică.

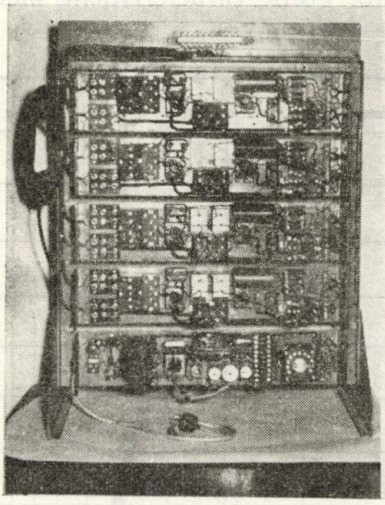


Fig. 6.

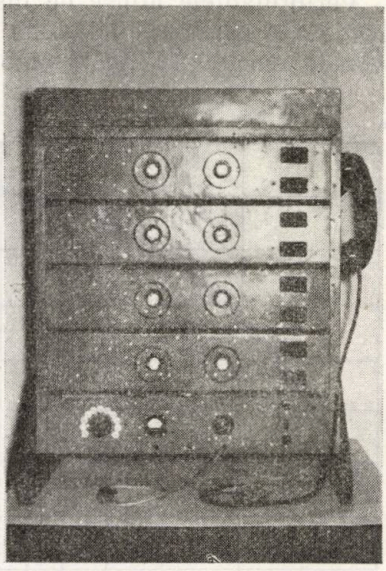


Fig. 7.

Să comparăm rezultatele obţinute la instalaţia de faţă cu acele ale instalaţiei prezentată în [1]. Ţinînd seama de modul de măsurare a calităţii nodului [2] p. 196 şi de rezultatele obţinute prin măsurători [1] p. 194 putem obţine calitatea nodului instalaţiei din [1]. Avem:

$$b_{c\,[1]} = b''_r - b'_r = 2{,}8 - 0{,}5 = 2{,}3 \text{ Neper.}$$

Pentru instalaţia de faţă avem:

$$b_{c\,[2]} = b''_r - b'_r = 4{,}8 - 0{,}1 = 4{,}7 \text{ Neper.}$$

Se vede deci că instalaţia nouă este categoric superioară avînd o calitate a nodului de două ori mai bună.

Este de remarcat că pentru exploatare nici nu este necesară o calitate atît de ridicată, noi am insistat asupra ei pentru a vedea performanţele practice ce se pot obţine, precum şi pentru faptul că instalaţia urmează a fi întrebuinţată şi pentru măsurători.

УСТАНОВКА ДЛЯ КОНФЕРЕНЦИЙ ПО ТЕЛЕФОНУ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе описывается конструкция установки для конференций по телефону с четырмя постами. Указывается, что результаты соответствуют расчетам.

По сравнению с установкой разработанной в 1949 году, описанная в настоящей статье имеет превосходящие качества.

UNE INSTALLATION DE CONFÉRENCE TÉLÉFONIQUE

(RÉSUMÉ)

Les auteurs décrivent une installation de conférence téléphonique à quatre postes. Les performances obtenues concordent très bien avec celles calculées. On compare l'installation décrite à une autre, réalisée en 1949 et on constate ses qualités nettement supérieures.

BIBLIOGRAFIE

1. A. Rogojan, Comunicări științifice și tehnice. Institutul Politehnic Timișoara. Anul I, 1956, p. 189.
2. A. Rogojan, Comunicări științifice și tehnice. Institutul Politehnic Timișoara. Vol. II, 1956, p. 177.

SIMETRIZAREA CONVERTIZORULUI ASINCRON TRI-MONOFAZAT PRIN INTERMEDIUL UNEI TENSIUNI SUPLIMENTARE APLICATE PE UNA DIN CELE 3 FAZE DE ALIMENTARE

DE

O. CENTEA şi I. HEINRICH

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. La alimentarea cu un sistem de tensiuni simetrice convertizorul asincron tri-monofazat ia de la reţea un sistem de curenţi care nu este complet simetric. Pentru ca sistemul de curenţi luaţi să fie simetric, este necesar ca sistemul tensiunilor de alimentare să fie nesimetric. Deformarea sistemului simetric al tensiunilor reţelei se realizează prin aplicarea unor tensiuni suplimentare pe una sau două faze. Aceste tensiuni suplimentare se pot obţine prin trei metode:

— introducerea unei t. e. m. furnizate de o sursă separată;
— introducerea de impedanţe pe una sau două faze;
— cuplarea potrivită a circuitului de utilizare cu fazele de alimentare.

Dintre metodele de mai sus, din punctul de vedere al studiului cea mai generală este prima, celelalte două reprezentînd cazuri particulare. In cele ce urmează se va studia simetrizarea curenţilor luaţi de convertizor pe calea introducerii unei t. e. m. furnizate de o sursă separată.

2. Din teoria generală a convertizorului [3] rezultă că sistemul de curenţi luaţi de la reţea devine simetric dacă între componenta de succesiune directă $\bar{U}_{1'}$ şi componenta de succesiune inversă $\bar{U}_{1''}$ ale tensiunilor de la bornele convertizorului are loc relaţia:

$$\bar{U}_{1''} = \frac{a^2 \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}'}{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'' + \bar{D}' + \bar{D}'' + 2\bar{Z}'} \bar{U}_{1'} \tag{1}$$

unde: — $\bar{B}''$, $\bar{C}'$, $\bar{C}''$, $\bar{D}'$, $\bar{D}''$ sînt mărimi complexe care depind numai de parametrii maşinei [1];

— $2\bar{Z}' = R' + j \cdot X'$; (2)

R' şi X' fiind rezistenţa, respectiv reactanţa consumatorului, reduse la înfăşurarea trifazată;

— $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$.

In fig. 1 este reprezentată situaţia tensiunilor după aplicarea tensiunii suplimentare pe faza R. Dacă tensiunea suplimentară se aplică pe fazele S ($\bar{U}_S$) sau pe T ($\bar{U}_T$), rezultă figuri analoage.

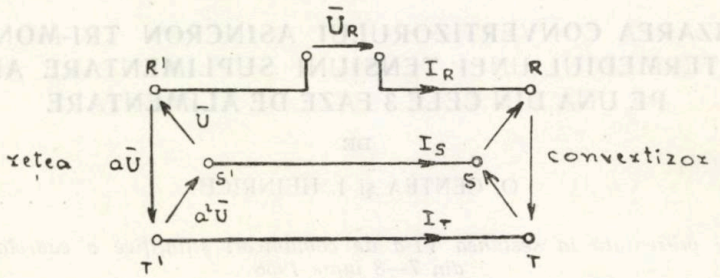


Fig. 1.

Scriind relaţiile dintre tensiuni, pentru cazul din fig. 1, se obţine:

$$\bar{U}_{RS} = \bar{U} + \bar{U}_R; \quad \bar{U}_{ST} = a^2 \cdot \bar{U}; \quad \bar{U}_{TR} = a \cdot \bar{U} - \bar{U}_R. \tag{3}$$

Calculînd componentele de succesiune directă şi inversă ale sistemului nesimetric determinat de relaţiile (3), se obţine

$$\bar{U}_{1'} = \frac{1}{3}(\bar{U}_{RS} + a \cdot \bar{U}_{ST} + a^2 \cdot \bar{U}_{TR}) = \bar{U} + \frac{1-a^2}{3}\bar{U}_R$$

$$\bar{U}_{1''} = \frac{1}{3}(\bar{U}_{RS} + a^2 \cdot \bar{U}_{ST} + a \cdot \bar{U}_{TR}) = \frac{1-a}{3}\bar{U}_R. \tag{4}$$

Introducînd în relaţia (1) se obţine t. e. m. suplimentară care trebuie introdusă pe faza R pentru ca la o impedanţă de utilizare $2 \cdot \bar{Z}'$ sistemul de curenţi luaţi de la reţea să fie simetric

$$\bar{U}_R = (1-a^2)\frac{a^2 \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}'}{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'' + \bar{D}' + \bar{D}'' + a \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}' + 2 \cdot \bar{Z}'}\bar{U}. \tag{5'}$$

Procedînd analog pentru celelalte două faze se obţine:

$$\bar{U}_S = (1-a^2)\frac{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'}{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'' + \bar{D}' + \bar{D}'' + \bar{B}'' \cdot \bar{C}' + 2 \cdot \bar{Z}'}\bar{U} \tag{5''}$$

$$\bar{U}_T = (1-a^2)\frac{a \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}'}{\bar{B}'' \cdot \bar{C}'' + \bar{D}' + \bar{D}'' + a^2 \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{C}' + 2 \cdot \bar{Z}'}\bar{U}. \tag{5'''}$$

Cele trei relații pot fi cuprinse într-una singură sub forma

$$\bar{U}_0=(1-a^2)\frac{p\cdot\bar{B}''\cdot\bar{C}'}{\bar{B}''\cdot\bar{C}''+\bar{D}'+\bar{D}''+p^2\cdot\bar{B}''\cdot\bar{C}'+2\cdot Z'}\bar{U} \tag{5}$$

dacă prin p se înțelege: a^2 pentru $\bar{U}_0=\bar{U}_R$; 1 pentru $\bar{U}_0=\bar{U}_S$; a pentru $\bar{U}_0=\bar{U}_T$.

Cu notațiile:

$$M=\frac{\bar{B}''\cdot\bar{C}''+\bar{D}'+\bar{D}''}{\bar{B}''\cdot\bar{C}'};\quad \bar{N}=\frac{1}{\bar{B}''\cdot\bar{C}'} \tag{6}$$

relația (5) se scrie mai simplu:

$$\bar{U}_0=(1-a^2)\frac{p}{\bar{M}+p^2+\bar{N}\cdot 2\bar{Z}'}\bar{U}. \tag{7}$$

3. *Studiul variației tensiunii suplimentare $\bar{U}_0$ în funcție de impedanța de sarcină.* Analizînd expresia tensiunii suplimentare dată de relația (7) se observă că aceasta variază ca mărime și ca fază în funcțiune de impedanța circuitului de utilizare $2\bar{Z}'$. Deoarece în cazul concret al sudării reactanța circuitului de utilizare este practic constantă, determinată de o bobină de reactanță eventual introdusă în acest circuit, variabilă rămîne numai partea ohmică a impedanței de sarcină, care poate fi asimilată cu rezistența echivalentă a arcului. In aceste condiții se observă simplu din relația (7) că locurile geometrice ale vîrfului fazorului $\bar{U}_0$ în cazul celor trei faze sînt cercuri.

Diametrele cercurilor sînt valorile maxime ale tensiunilor $\bar{U}_0$. Ele au loc atunci cînd modulul numitorului expresiei (7) obține valoarea minimă, considerînd că variază R. Derivînd modulul numitorului expresiei (7) în raport cu R' și anulînd această derivată, se obține valoarea rezistenței din circuitul de sudare:

$$R'_M=-\frac{|(\bar{M}^*+p^{2*})\cdot\bar{N}|_{real}}{N} \tag{8}$$

pentru care tensiunea suplimentară $\bar{U}_0$ are valoarea maximă, deci se confundă cu diametrul cercului. In relația (8) prin $\bar{M}^*$ și p^{2*} se înțeleg conjugatele complexe ale lui $\bar{M}$, respectiv p^2, iar prin $|(\bar{M}^*+p^{2*})\cdot\bar{N}|_{real}$ s-a notat partea reală a produsului $(\bar{M}^*+p^{2*})\cdot\bar{N}$. Din relația (8) se observă că R'_M nu depinde de valoarea reactanței din circuitul de sudare.

Dacă valoarea R'_M dată de relația (8) se înlocuiește în expresia (7), se obține valoarea maximă a lui $\bar{U}_0$, deci diametrul cercului loc geometric al lui $\bar{U}_0$. Efectuînd calculele rezultă:

$$\bar{U}_{0M}=\sqrt{3}\cdot e^{j\left(\frac{2\pi}{3}-\varphi_N\right)}\frac{p\cdot\bar{N}}{|\bar{M}^*+p-j\cdot X'\bar{N}^*)\cdot\bar{N}|_{imag}}\bar{U} \tag{9}$$

unde:

— $\varphi_N = \operatorname{arctg} \frac{N_{imag}}{N_{real}}$;

— $\bar{N}^*$ este conjugata complexă a lui $\bar{N}$;

— $|(\bar{M}^* + p - j \cdot X' \cdot \bar{N}^*) \cdot \bar{N}|_{imag}$ este valoarea numerică a părții imaginare a produsului $(\bar{M}^* + p - j \cdot X' \cdot \bar{N}^*) \cdot \bar{N}$.

Relația (9) scoate în evidență cîteva proprietăți importante ale locurilor geometrice studiate. Astfel:

a) Numitorul expresiei arată că cele trei diametre $\bar{U}_{RM}$, $\bar{U}_{SM}$ și $\bar{U}_{TM}$ sînt diferite ca mărime.

b) Cele trei diametre sînt decalate între ele cu cîte $\frac{2\pi}{3}$, iar succesiunea diametrelor este inversă succesiunii tensiunilor de alimentare.

c) Fazele diametrelor sînt influențate numai de constanta complexă $\bar{N}$.

4. *Studiul variației curentului din circuitul de utilizare* $\bar{I}'_2$. Din teoria generală a convertizorului se cunoaște expresia curentului $\bar{I}'_2$ sub forma:

$$\bar{I}'_2 = -(1-a) \frac{-a^2 \cdot \bar{C}' \cdot \bar{U}_{1'} + \bar{C}'' \cdot \bar{U}_{1''}}{\bar{D}' + \bar{D}'' + 2\bar{Z}'} \cdot \tag{10}$$

In ipoteza că tensiunea suplimentară se introduce pe faza R, componentele $\bar{U}_{1'}$ și $\bar{U}_{1''}$ sînt determinate de relațiile (4). Inlocuind relațiile (4) în relația (10) se obține valoarea lui $\bar{I}'_2$ sub forma:

$$\bar{I}'_2 = (a^2-1) \frac{\bar{C}'}{\bar{D}' + \bar{D}'' + 2\bar{Z}'} \bar{U} + \frac{a^2 \cdot \bar{C}' + a \cdot \bar{C}''}{\bar{D}' + \bar{D}'' + 2\bar{Z}'} \bar{U}_R . \tag{11}$$

Punînd condiția ca sistemul de curenți luați de la rețea să fie simetric, deci condiția (5'), se obține valoarea curentului $\bar{I}'_2$ în funcțiune de tensiunea suplimentară $\bar{U}_R$ care produce simetrizarea sistemului de curenți trifazat. Efectuînd calculele se găsește:

$$\bar{I}'_2 = -a \frac{1}{\bar{B}''} \bar{U}_R . \tag{12'}$$

In mod analog considerînd tensiunea suplimentară introdusă pe faza S, respectiv pe faza T, rezultă

$$\bar{I}'_2 = -\frac{1}{\bar{B}''} \bar{U}_S \tag{12''}$$

$$\bar{I}'_2 = -a^2 \cdot \frac{1}{\bar{B}''} \bar{U}_T . \tag{12'''}$$

Aceste rezultate pot fi cuprinse într-o singură relaţie

$$\bar{I}_2' = -\, p^2 \frac{1}{\bar{B}''} \bar{U}_0 . \tag{12}$$

Inlocuind în relaţiile (12) pe $\bar{U}_0$ cu valoarea determinată de relaţia (7) se obţine:

$$\bar{I}_2' = (a^2 - 1) \frac{1}{\bar{B}''} \frac{1}{\bar{M} + p^2 + \bar{N} \cdot 2\bar{Z}'} \bar{U} . \tag{13}$$

Relaţia (13) arată că la introducerea tensiunii suplimentare pe fazele R, S respectiv T, locurile geometrice ale curentului $\bar{I}_2'$ vor fi cercuri ale căror diametre sînt diferite; faza diametrelor celor trei cercuri însă este aceeaşi.

Relaţia (12) se poate scrie sub forma:

$$\bar{U}_0 = -p \cdot \bar{B}'' \cdot \bar{I}_2' \tag{14}$$

care apare deosebit de importantă. Ea arată că tensiunea suplimentară $\bar{U}_0$ care trebuie introdusă pe una din fazele de alimentare pentru ca sistemul de curenţi luaţi de convertizor să fie simetric este proporţional cu curentul din circuitul de utilizare. Această constatare arată posibilitatea simetrizării complete a convertizorului independent de sarcină prin cuplarea potrivită a circuitului de utilizare cu sistemul trifazat de alimentare.

5. *Verificări experimentale.* In cadrul laboratorului de Maşini Electrice al Facultăţii de Electrotehnică din Timişoara s-a efectuat un studiu experimental pentru verificarea relaţiilor prezentate mai sus. In acest scop convertizorul a fost legat la reţea după schema din fig. 2. Tensiunea suplimentară $\bar{U}_0$ s-a obţinut cu ajutorul a două motoare asincrone trifazate cu inele

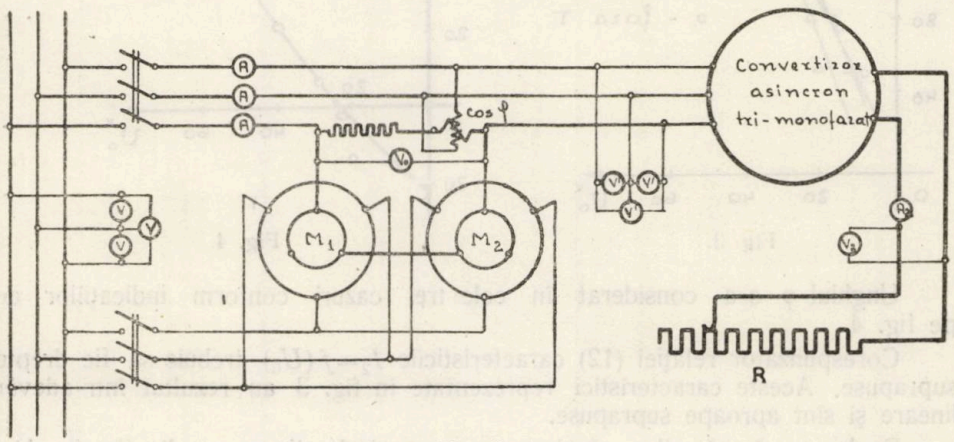


Fig. 2.

identice, M_1 şi M_2. Statoarele celor două maşini fiind legate la reţeaua trifazată, tensiunea suplimentară s-a obţinut de la cele două rotoare legate în serie; tensiunea între inelele unei maşini fiind de 40 V, prin rotirea corespun-

zătoare a rotoarelor celor două mașini s-a putut varia valoarea tensiunii între zero și 80 V iar faza între 0° și 360°, ceea ce a permis o reglare comodă și suficient de largă a tensiunii suplimentare. Valoarea tensiunii suplimentare U_0 s-a măsurat cu voltmetrul V_0; faza acestei tensiuni s-a măsurat față de tensiunea înlănțuită neinfluențată cu ajutorul unui cosfimetru. Pentru controlul rețelei și pentru controlul indicațiilor cosfimetrului sau folosit sistemele de voltmetre V și V'. Pentru diferite valori ale rezistenței de sarcină (la $X \cong 0$) s-a reglat tensiunea U_0 pînă la completa simetrie a curenților indicați de ampermetrele A. In această situație s-au citit indicațiile aparatelor V, V', A, V_0, $\cos\varphi$, A_2 și V_2. Efectuind aceste măsurători pentru tensiunea suplimentară U_0 introdusă pe rînd pe cele trei faze, s-au putut trasa curbele din fig. 3, 4 și 5.

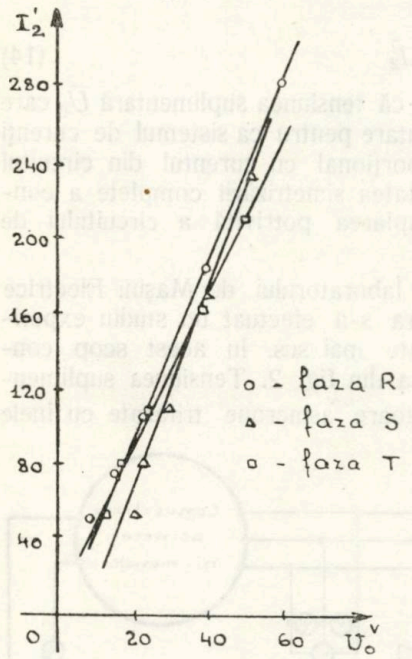


Fig. 3.

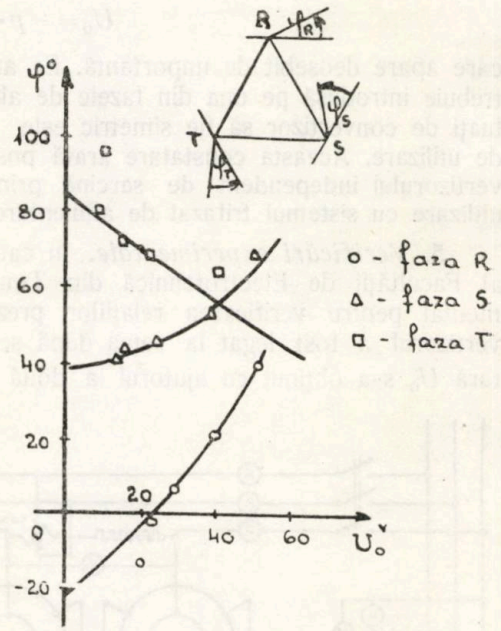


Fig. 4.

Unghiul φ s-a considerat în cele trei cazuri conform indicațiilor de pe fig. 4.

Corespunzător relației (12) caracteristicile $I_2 = f(U_0)$ trebuie să fie drepte suprapuse. Aceste caracteristici reprezentate în fig. 3 au rezultat într-adevăr lineare și sînt aproape suprapuse.

Pe baza măsurătorilor efectuate s-a construit diagrama din fig. 6. Aici s-au trasat fazorii tensiunilor suplimentare introduse pentru obținerea simetriei curenților luați de convertizor de la rețea și s-au construit locurile geometrice ale vîrfurilor acestor fazori. Fig. 7 reprezintă poziția relativă a acestor locuri geometrice față de triunghiul tensiunilor rețelei.

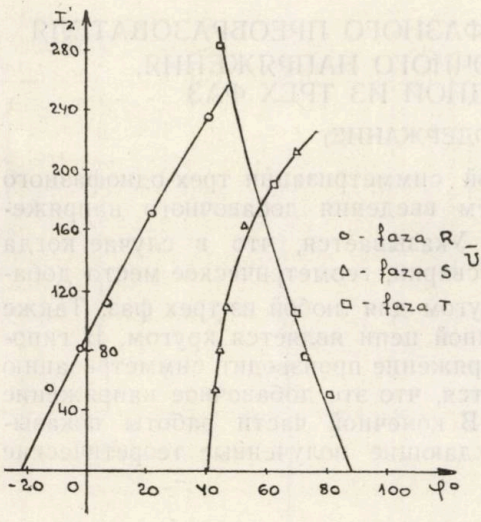


Fig. 5.

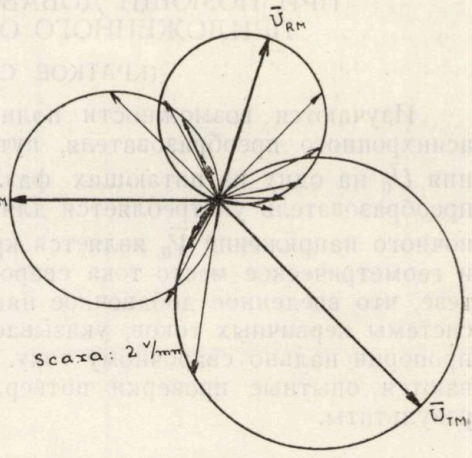


Fig. 6.

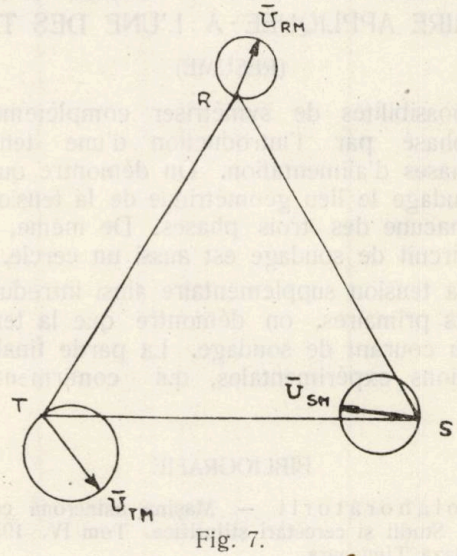


Fig. 7.

Fig. 6 şi 7 confirmă rezultatele teoretice expuse sub punctul 3 şi anume:

a) Locurile geometrice ale tensiunilor suplimentare $\bar{U}_0$ pe fiecare fază sînt cercuri.

b) Diametrele celor trei cercuri loc geometric diferă ca mărime între ele.

c) Cele trei diametre sînt rotite unul de faţă celălalt cu cîte $\frac{2\pi}{3}$, succesiunea lor fiind inversă succesiunii tensiunilor de alimentare.

СИММЕТРИЗАЦИЯ ТРЕХ-ОДНОФАЗНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ДОБАВОЧНОГО НАПРЯЖЕНИЯ, ПРИЛОЖЕННОГО ОДНОЙ ИЗ ТРЕХ ФАЗ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Изучаются возможности полной симметризации трех-однофазного асинхронного преобразователя, путем введения добавочного напряжения $\bar{U}_0$ на одну из питающих фаз. Указывается, что в случае когда преобразователь употребляется для сварки, геометрическое место добавочного напряжения $\bar{V}_0$ является кругом для любой из трех фаз. Также и геометрическое место тока сварочной цепи является кругом. В гипотезе, что введенное добавочное напряжение производит симметризацию системы первичных токов, указывается, что это добавочное напряжение пропорционально сварочному току. В конечной части работы показываются опытные проверки потверждающие полученные теоретические результаты.

SUR LES POSSIBILITÉS DE SYMÉTRISER LE CONVERTISSEUR ASYNCHRONE TRIMONOPHASÉ À L'AIDE D'UNE TENSION SUPPLÉMENTAIRE APPLIQUÉE À L'UNE DES TROIS PHASES

(RÉSUMÉ)

On étudie les possibilités de symétriser complètement le convertisseur asynchrone trimonophasé par l'introduction d'une tension supplémentaire U_0 dans l'une des phases d'alimentation. On démontre que si le convertisseur est utilisé pour le soudage le lieu géométrique de la tension supplémentaire U_0 est un cercle pour chacune des trois phases. De même, le lieu géométrique du courant dans le circuit de soudage est aussi un cercle.

Supposant que la tension supplémentaire ainsi introduite produit la symétrisation des courants primaires, on démontre que la tension supplémentaire est proportionnelle au courant de soudage. La partie finale du présent travail contient les verifications expérimentales, qui confirment les résultats théoriques obtenus.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Dordea şi colaboratorii — Maşina asincronă convertizoare din tri- în monofazat. Studii şi cercetări ştiinţifice. Tom IV, 1957, nr. 3—4. Academia R. P. R., Baza Timişoara.

2. I. S. Antoniu — *Chestiuni speciale de electrotehnică*. Ed. Academiei R. P. R., 1956.

3. T. Dordea şi colaboratorii — Simetrizarea convertizorului tri-monofazat prin cuplaj transformatoric. Buletinul Institutului Politehnic Timişoara, tom. 3 (17) — 1958.

CONSIDERAȚII PRIVIND TEORIA FUNCȚIONĂRII REDRESOARELOR MECANICE

DE

I. HEINRICH

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

INTRODUCERE

In tehnica modernă s-au afirmat în scop de redresare redresoarele ionice cu vapori de mercur. Ele însă nu corespund în mod general cerințelor. Astfel anumite ramuri ale industriei (electrochimice) cer curenți mari la tensiuni mici (10-20 Volt). In asemenea situație redresoarele ionice cu vapori de mercur lucrează la un randament scăzut, — obțin deci însemnătate redresoarele cu contacte, care în condițiile amintite au randamente ce depășesc 95%, aceasta datorită căderilor de tensiune mici provocate de sistemul de redresare.

GENERALITAȚI

Considerațiile făcute în prezenta lucrare au la bază redresorul mecanic realizat după schema din fig. 1. Mecanismul de redresare este reprezentat prin contactele a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 și c_2. Aceste contacte se închid și se deschid astfel, încît pun în legătură circuitul exterior de sarcină evidențiat prin parametrii R_s și L_s totdeauna cu acele faze, care au potențialul cel mai ridicat, respectiv cel mai scăzut. Astfel în punctul P (fig. 2) contactul b_1 trebuie să se închidă, respectiv a_1 să se deschidă. Are loc procesul de comutație între fazele A și B. Trebuie remarcat faptul, că momentul începerii comutației în caz general nu coincide cu punctul P, ci are loc cu o oarecare întîrziere față de momentul corespunzător punctului P.

In serie cu înfășurările de fază ale transformatorului se conectează cîte o bobină cu miez de fier (vezi fig. 1, bobina L_D), care lucrează după caracteristica de magnetizare indicată pe fig. 3. La curentul de sarcină miezul bobinei e suprasaturat. Deoarece sarcina poate varia într-un domeniu bine stabilit, între un curent maxim I_{gM} și curent minim I_{gm}, punctul de funcționare corespunzător sarcinii redresorului pe caracteristica de magnetizare se va găsi în domeniul indicat pe fig. 3. Presupunînd un curent de sarcină oarecare I_g, în miezul bobinei de comutație se va stabili inducția corespunzătoare B_g.

In momentul indicat cu *1* pe fig. 2 se închide contactul b_1. In prealabil contactele a_1 şi c_2 au fost închise, ele rămînînd şi mai departe închise. Sub acţiunea tensiunii e_B-e_A curentul pe faza *A* (care suporta pînă acum întregul curent de sarcină I_g) începe să scadă, iar curentul pe faza *B* începe să crească. In momentul închiderii contactului b_1 inducţia în miezul bobinei de comutaţie L_{DA} este B_g

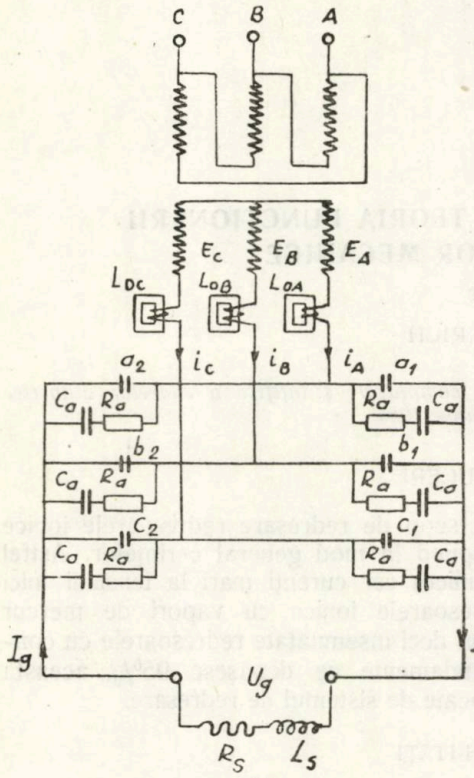


Fig. 1.

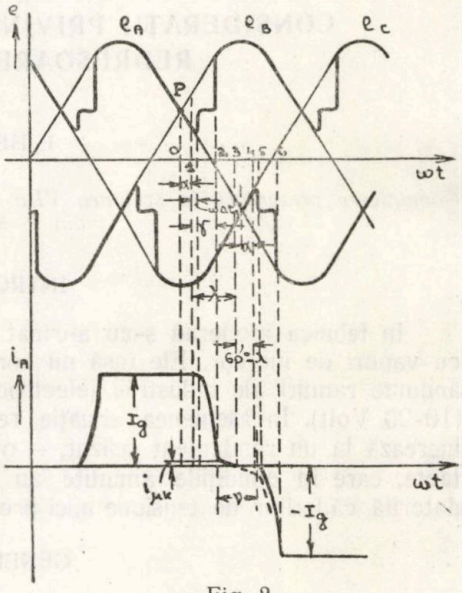


Fig. 2.

(vezi fig. 3) iar în miezul bobinei L_{DB} se presupune o stare iniţială de magnetizare caracterizată prin inducţia B_r. Curentul pe faza *A* va varia după curba indicată pe fig. 2. Se observă, că la închiderea contactului b_1 (momentul *1*) începutul variaţiei curentului suferă o întîrziere corespunzătoare intervalului $\omega\Delta t_e$. Această întîrziere apare din cauza inductivităţii bobinei L_{DB} şi e determinată de valoarea inducţiei B_r. Cu cît această inducţie este mai aproape de cotul caracteristicii de magnetizare, cu atît mai mică e întîrzierea $\omega\Delta t_e$. Procesul de comutaţie se consideră terminat, cînd curentul pe faza *A* atinge valoarea $i_{\mu k}$, care poate fi deja întrerupt fără să se formeze arc şi respectiv

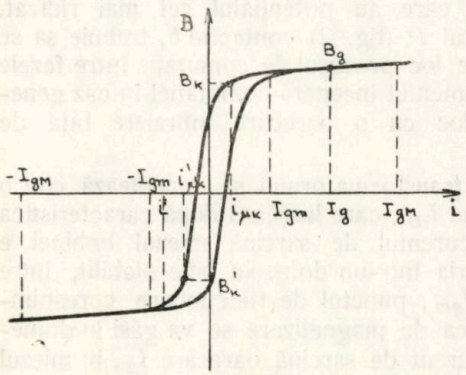


Fig. 3.

fără să se deterioreze elementele de contact. Începînd cu momentul *2*, curentul un anumit interval (ν) se menține la valori mici, cît timp punctul de funcționare al bobinei L_{DA} se mută din B_k spre B'_k. Acest interval în literatura tehnică poartă numele de treaptă de curent.

Durata comutației se poate calcula după [2] cu relația:

$$\cos\alpha-\cos(\alpha+\gamma)=\frac{2x}{\sqrt{3}E_m}\cdot(I_g-i_{\mu k})+\frac{w Q\omega}{\sqrt{3}E_m}[2B_g-B_k-B_r] \qquad (1)$$

iar durata treptei de curent e determinată după [2] de relația:

$$\cos(\alpha+\gamma)-\cos(\alpha+\gamma+\nu)=\frac{2x}{\sqrt{3}E_m}(i_{\mu k}-i'_{\mu k})+\frac{w Q\omega}{\sqrt{3}E_m}(B_k-B'_k). \qquad (2)$$

În relațiile de mai sus s-au folosit notațiile:

x — reactanța de dispersie a transformatorului plus reactanța determinată de liniile de cîmp ale bobinei de comutație, care nu se închid prin miezul feromagnetic

E_m — amplitudinea tensiunii de fază a transformatorului

$i_{\mu k}$ și $i'_{\mu k}$ — curenții ce limitează treapta de curent

w — numărul de spire al bobinei de comutație

Q — secțiunea miezului feromagnetic al bobinei de comutație.

Din considerațiile făcute rezultă rolul bobinelor de comutație și anume crearea treptei de curent, interval destul de larg în care contactul corespunzător, în cazul considerat contactul a_1 poate fi deschis, fără formare de scîntei. Presupunem că deschiderea contactului a_1 se produce în momentul *3*. Aceasta înseamnă că în intervalul λ ambele contacte a_1 și b_1 sînt închise. Determinarea unghiului λ se face în funcție de unghiul de reglaj α și de domeniul de încărcare dorit după modul indicat în literatură.

În momentul deschiderii contactului a_1 faza A e străbătută de un curent $i_{\mu a}$ și corespunzător inducția în miezul bobinei de comutație de pe faza A va avea valoarea B_a. Această pereche de valoare se poate determina după [2] cu relația:

$$\cos\alpha-\cos(\alpha+\lambda)=\frac{2x}{\sqrt{3}E_m}(I_g-i_{\mu a})+\frac{w Q\omega}{\sqrt{3}E_m}(2B_g+B_a-B_r) \qquad (3)$$

În mod asemănător procesului descris se vor desfășura fenomenele de comutație și la cele'alte contacte. Astfel în momentul *4* se închide contactul a_2 și începe comutația fazelor C și A. De data aceasta faza A însă preia curentul de sarcină în sens negativ.

Din relația (1) reiese, că la calculul duratei de comutație și prin aceasta la stabilirea reglajului redresorului joacă rol important inducția B_r. Această mărime trebuie să fie cunoscută. Ori valoarea lui B_r este determinată numai de procesele ce au loc în intervalul *3-4* (fig. 2) de durată $60°-\lambda$, adică cît timp faza respectivă, — în cazul studiat faza A — e deconectată de circuitul de utilizare. E avantajos, ca B_r să fie cît mai apropiată de saturație, deoarece astfel se reduce întîrzierea $\omega\Delta t_e$ și se reduce durata comutației.

In intervalul, în care un anumit contact este deschis, între cele două piese de contact apare tensiunea inversă. Dacă tensiunea inversă la un moment dat depăşeşte o anumită limită, poate provoca aprindere inversă. In special trebuie împiedicată apariţia prin salt a tensiunii inverse în momentul, cînd elementele de contact se despart.

Cele două probleme prezentate, adică determinarea modului de desfăşurare a fenomenelor în intervalul 3—4 (fig. 2) şi întîrzierea apariţiei tensiunii inverse la contactul ce se deschide se realizează prin aplicarea unor circuite auxiliare formate din R şi C ce shuntează contactele (fig. 1).

Trebuie menţionat, că sînt şi alte metode răspîndite, prin care se soluţionează problemele puse. Acestea însă nu vor fi studiate în prezenta lucrare.

In cadrul schemei de redresare cu punct nul, sau la schema prezentată în fig. 1, însă cu 6 bobini de comutaţie asigurarea inducţiei B_r la valoarea dorită se realizează prin circuite de premagnetizare ale miezurilor. La aceste scheme perioada, cît faza nu stă în contact cu circuitul de utilizare este de $240°-\lambda$. La schema din fig. 1 acest interval este de $60°-\lambda$. Intervalul fiind mic fenomenele tranzitorii pot fi hotărîtoare.

FENOMENE CE AU LOC IN INTERVALUL, CIT O FAZA NU ESTE CUPLATA CU CIRCUITUL DE UTILIZARE

In momentul deschiderii contactului a_1, redresorul ce funcţionează după schema din fig. 1, rămîne într-o stare caracterizată prin următoarea schemă echivalentă:

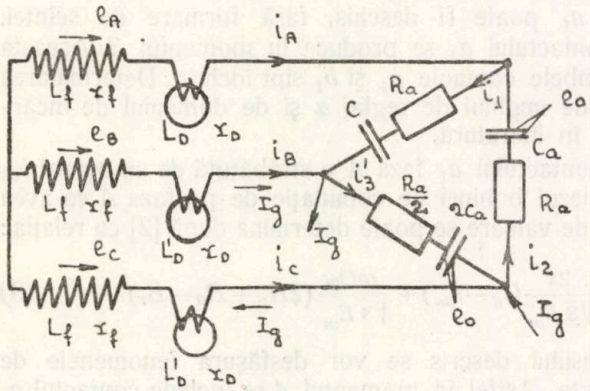


Fig. 4.

— e_A, e_B, e_C sînt valorile momentane ale tensiunilor de fază

— L_f şi r_f sînt parametrii transformatorului

— L_D este inductivitatea bobinei de comutaţie de pe faza A. Deoarece în intervalul studiat miezul acestei bobini rămîne nesaturat, această inductivitate corespunde pantei maxime a caracteristicii de magnetizare din domeniul nesaturat.

— L'_D este inductivitatea bobinelor de comutaţie pe fazele B şi C. In intervalul studiat miezul acestor bobini va fi puternic saturat şi inductivitatea corespunzătoare va fi foarte mică ($L'_D \ll L_D$).

Curenţii sînt indicaţi pe schema din fig. 4. Fazele B şi C sînt parcurşi de curenţii i_B+I_g, respectiv i_C-I_g, unde I_g este componenta corespunzătoare încărcării redresorului şi care se presupune constantă, din cauza prezenţei inductivităţii L_s (fig. 1).

Pe baza schemei din fig. 4 rezultă următoarele relații:

$$e_A - e_B - L_t \cdot \frac{di_A}{dt} + L'_t \cdot \frac{di_B}{dt} = i_A \cdot r_t + i_1 \cdot r_a + \frac{1}{C_a} \int i_1 \cdot dt - i_B \cdot r_t - I_g \cdot r_t \quad (4)$$

$$e_A - e_C - L_t \cdot \frac{di_A}{dt} + L'_t \cdot \frac{di_C}{dt} - e_0 = i_A \cdot r_t + i_1 \cdot R_a + \frac{1}{C_a} \int i_1 \cdot dt + i'_3 \cdot \frac{R_a}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2C_a} \int i'_3 \cdot dt - i_C \cdot r_t + I_g \cdot r_t \quad (5)$$

$$i_2 \cdot R_a + \frac{1}{C_a} \int i_2 \cdot dt + i_1 \cdot R_a + \frac{1}{C_a} \int i_1 \cdot dt + i'_3 \cdot \frac{R_a}{2} + \frac{1}{2C_a} \int i'_3 \cdot dt = 0 \quad (6)$$

$$i_A + i_2 = i_1 \quad (7)$$

$$i_C + i'_3 = i_2 \quad (8)$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (9)$$

In relațiile de mai sus s-au utilizat următoarele notații:

$$L_t = L_f + L_d; \quad L'_t = L_f + L'_D; \quad r_t = r_f + r_D$$

iar e_0 reprezintă diferența de potențial între armăturile a două condensatoare de pe fig. 4 în momentul inițial al perioadei studiate.

Sistemul de 6 ecuații prezentat mai sus determină curenții. Deoarece se urmărește desfășurarea fenomenelor de pe faza A, sistemul se va rezolva în raport cu curentul i_A. Rezultă:

$$3e_A = (2L_t + L'_t) \cdot \frac{di_A}{dt} + (3r_t + R_a) \cdot i_A + \frac{1}{C_a} \int i_A \cdot dt + e_0 \quad (10)$$

Din această relație rezultă că fenomenele vor fi determinate de parametrii:

$$L = 2 \cdot L_t + L'_t; \quad R = 3 \cdot r_t + R_a; \quad C = C_a$$

Deoarece fenomenele se studiază în intervalul, cît faza A nu e legată prin contactele corespunzătoare la circuitul de utilizare, se consideră originea timpului ($t = 0$) momentul deschiderii contactului a_1. Astfel pe baza fig. 2 se scrie:

$$e_A = E_m \cdot \sin(150° + \alpha + \lambda + \omega t). \quad (11)$$

Cu aceasta ecuația (10) după derivare în raport cu timpul ia forma:

$$\frac{d^2 i_A}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di_A}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i_A = \frac{3\omega E_m}{L} \cdot \cos(150° + \alpha + \lambda + \omega t) \quad (12)$$

Soluția particulară a ecuației diferențiale (12) determină componenta staționară a curentului i_A de forma:

$$i_{st} = I_{st} \cdot \sin(\omega t + 150° + \alpha + \lambda + \varphi_{st}) \quad (13)$$

unde

$$I_{st}=\frac{3\cdot E_m}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{şi} \quad \operatorname{tg}\varphi_{st}=\frac{\frac{1}{\omega C}-\omega L}{R}$$

Componenta tranzitorie e dată de ecuaţia diferenţială omogenă. Ea este aperiodică, dacă $R>2\sqrt{\frac{L}{C}}$ şi oscilatorie amortizată, dacă $R<2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

Curentul tranzitoriu aperiodic în caz de $R>2\sqrt{\frac{L}{C}}$ va fi:

$$i_{tr}=I_1\cdot e^{-(\Delta_1-\Delta_2)t}+I_2\cdot e^{-(\Delta_1+\Delta_2)}$$

unde (14)

$$\Delta_1=\frac{R}{2L} \quad \text{şi} \quad \Delta_2=\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2-\frac{4}{LC}}$$

Componentele I_1 şi I_2 se determină din condiţiile iniţiale. Curentul total este:

$$i_A=I_{st}\cdot\sin(\omega t+\theta+\varphi_{st})+I_1\cdot e^{-(\Delta_1-\Delta_2)\cdot t}+I_2\cdot e^{-(\Delta_1+\Delta_2)\cdot t} \tag{15}$$

unde

$$\theta=150^\circ+\alpha+\lambda$$

In momentul deschiderii contactului a_1 curentul i_A are o valoare bine determinată, care variază între $i_{\mu k}$ şi $i_{\mu k}'$ (din motive de siguranţă în funcţionare niciodată nu atinge chiar valoarea $i_{\mu k}'$). Acest curent depinde de sarcina redresorului şi se calculează pe baza relaţiei (3). Prima condiţie iniţială este deci:

$$t=0 \quad i_A=i_{\mu a} \tag{16}$$

In momentul deschiderii contactului a_1 prin neglijarea căderilor ohmice şi ţinînd cont de faptul că $L_t'\ll L_t$, se poate face aproximaţia:

$$e_A-e_B=L_t\cdot\frac{di_A}{dt} \tag{17}$$

adică

$$\left(\frac{di_A}{dt}\right)_{t=0}=\frac{e_{A0}-e_{B0}}{L_t}=-\frac{\sqrt{3}\cdot E_m\cdot\sin(\alpha+\lambda)}{L_t}=K \tag{18}$$

Expresia de mai sus este constantă. In continuare va fi notată cu K.

Aplicînd soluţiei generale (15) condiţiile iniţiale (16) şi (18) se formează un sistem de ecuaţii care determină pe I_1 şi I_2:

$$I_1 = \frac{1}{2\Delta}\left\{K + (\Delta_1 + \Delta_2)\left[i_{\mu a} - I_{st}\sin(\theta + \varphi_{st}) - \omega I_{st}\cos(\theta + \varphi_{st})\right]\right. \tag{19}$$

$$I_2 = i_{\mu a} - I_{st}\sin(\theta + \varphi_{st}) - I_1 \tag{20}$$

Curentul tranzitoriu în cazul $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ va fi oscilatoriu amortizat, avînd expresia:

$$i_{tr} = e^{-\Delta t} \cdot I_{tr}\sin(\omega_{tr} t + \varphi_{tr}) \tag{21}$$

unde:

$$\Delta = \frac{R}{2L} \text{ iar } \omega_{tr} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}$$

Curentul total este:

$$i_A = I_{st}\sin(\omega t + \theta + \varphi_{st}) + e^{-\Delta' t} \cdot I_{tr}\sin(\omega_{tr} + \varphi_{tr}) \tag{22}$$

Aplicînd aceleași condiții inițiale, ca și în cazul precedent, rezultă valorile constantelor:

$$\operatorname{tg}\varphi_{tr} = \frac{\omega_{tr}\left[i_{\mu a} - I_{st}\sin(\theta + \varphi_{st})\right]}{K - \Delta\left[i_{\mu a} - I_{st}\cdot\sin(\theta + \varphi_{st})\right] - \omega I_{st}\cdot\cos(\theta + \varphi_{st})} \tag{23}$$

$$I_{tr} = \frac{i_{\mu a} - I_{st}\cdot\sin(\theta + \varphi_{st})}{\sin\varphi_{tr}} \tag{24}$$

Relațiile stabilite permit urmărirea fenomenelor în perioada considerată. Se observă că aceste fenomene pot fi dirijate în mod convenabil prin alegerea potrivită a rezistențelor R_a și capacităților C_a de shuntare a contactelor.

Presupunem, că soluția optimă se obține alegînd R și C astfel, încît componenta tranzitorie a curentului i_A rezultă aperiodică. Deoarece la deschiderea contactului a_1 curentul $i_{\mu a}$ poate avea diferite valori, dirijarea fenomenelor va fi sigură, dacă în intervalul considerat de 60°—λ componenta aperiodică se va amortiza în mare măsură. Astfel curentul la sfîrșitul perioadei de 60°—λ va fi aproximativ numai cel staționar, deci independent de valoarea inițială a curentului total $i_{\mu a}$, — deci independent de sarcina redresorului.

Pe baza considerațiilor făcute se pun următoarele condiții: componenta staționară a curentului i_A, dată de relația (13), să aibă în momentul 4 (fig. 2) o valoarea i' (fig. 3) corespunzătoare cotului inferior al caracteristicei de magnetizare. In acest sens trebuie potrivită faza curentului i_{st} astfel, încît la momentul 4 acesta să fie în jurul amplitudinii negative, adică: $150° + \alpha + \lambda + \varphi_{st} + \omega t =$

$=270°\pm30°$. Deoarece în momentul (4) $\omega t+\lambda=60°$, rezultă $\alpha+\varphi_{st}=60°\pm30°$. Admiţind un reglaj al redresorului $\alpha=0\sim60°$, rezultă

$$\varphi_{st}=30° \text{ adică}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{st}=\frac{\frac{1}{\omega C}-\omega L}{R}=0{,}577 \tag{25}$$

Corespunzător consideraţiilor făcute, la sfîrşitul perioadei de $60°-\lambda$ curentul staţionar în funcţie de valoarea unghiului de reglaj α va avea expresia $i_{st}=I_{st}\cdot\sin\psi$ unde $270°-30°\leqq\psi\leqq270°+30°$ şi astfel curentul poate lua valori corespunzătoare limitelor I_{st} şi $0{,}866\cdot I_{st}$, unde $0{,}866\cdot I_{st}=I_{st}\cdot\sin(270°\pm30°)$. Pentru siguranţă e necesar ca circuitele auxiliare să fie astfel dimensionate, încît valoarea $0{,}866\cdot I_{st}$ să corespundă curentului necesar i'.

Cum s-a arătat deja, faţă de componenta tranzitorie se pune cerinţa, ca aceasta să se amortizeze în intervalul de $60°-\lambda$. Curentul tranzitoriu are două componente, cum reiese din relaţia (14). Componenta $I_1\cdot e^{-(\Delta_1-\Delta_2)t}$ este aceea, care se amortizează în urmă. Punînd condiţia, ca la sfîrşitul perioadei de $60°-\lambda$ această componentă să fie a zecea parte din valoarea sa iniţială, rezultă relaţia

$$e^{-(\Delta_1-\Delta_2)\frac{60-\lambda}{360}}\,0{,}02\leqq0{,}1 \tag{26}$$

adică

$$(\Delta_1-\Delta_2)\,\frac{60-\lambda}{360}\cdot0{,}02\geqq2{,}3 \tag{27}$$

In acest caz la sfîrşitul perioadei de $60°-\lambda$ curentul total aperiodic este de cca. 15% din valoarea sa iniţială, deci nu mai intluenţează valoarea totală a curentului, decît în măsură neglijabilă.

Rezultă deci condiţiile:

$$\frac{\frac{1}{\omega C}-\omega L}{R}=0{,}577 \tag{28}$$

$$I_{st}=\frac{3\cdot E_m}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}-\omega L\right)^2}}=\frac{i'}{0{,}866} \tag{29}$$

$$\left[\frac{R}{2L}-\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2-\frac{4}{LC}}\right]\frac{60°-\lambda}{360}\cdot0{,}02>2{,}3. \tag{30}$$

Eliminînd din relaţiile de mai sus pe R şi C, se obţine:

$$\left[\frac{1{,}3\cdot E_m}{L\cdot I_{st}}-\sqrt{\frac{1{,}68\cdot E_m^2}{L^2\cdot I_{st}^2}-\frac{1{,}5\cdot\omega\cdot E_m}{L\cdot I_{st}}-\omega^2}\right]\cdot\frac{60-\lambda}{360}\cdot0{,}02>2{,}3. \tag{31}$$

Relația (31) apare ca un criteriu și anume: Dacă valorile lui I_{st} determinate de inecuația (31) cuprind o valoare, care satisface condiția:

$$i' \cong 0{,}866 \cdot I_{st} \tag{32}$$

dimensionarea lui C și R se face în continuare pe baza relațiilor (25) și (26). Dacă însă inecuația (31) determină asemenea valori pentru I_{st}, care nu satisfac condiția (32), potrivirea desfășurării fenomenelor se va putea face numai la asemenea parametri R și C, la care componenta tranzitorie a curentului va fi oscilatorie. Pe cînd la cazul $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, după modul expus mai sus hotărîtoare e componenta staționară a curentului, — calculele dovedesc, că la $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ componenta tranzitorie a curentului va menține punctul de funcționare pe caracteristica de magnetizare în cot, componenta staționară obținînd o valoare neînsemnată, mică. In acest caz studiul fenomenelor, precum și dimensionarea lui R și C se va face pe baza expresiei curentului dată de relația (22). R și C trebuiesc astfel dimensionate, încît în intervalul $60° - \lambda$ să aibă loc o semiperioadă negativă a curentului tranzitoriu, de amplitudine cel puțin cît valoarea i' stabilită în fig. 3.

Pentru evitarea unor calcule inutile trebuie observat că valorile reale ale lui I_{st} ce sînt admise de relația (31) sînt limitate de condiția

$$I_{st} < \frac{E_m}{1{,}34 \cdot \omega \cdot L}. \tag{33}$$

CONSIDERAȚIUNI PRIVITOARE LA APARIȚIA TENSIUNII INVERSE

Contactul a_1 este shuntat de circuitul auxiliar format din C_a și R_a dintre punctele m și n din fig. 4. Tensiunea ca va apare deci la bornele contactului după deschiderea acestuia va fi

$$u_k = i_1 \cdot R_a + \frac{1}{C_a} \int i_1 \cdot dt. \tag{34}$$

Cunoașterea expresiei curentului i_A pentru cele două cazuri studiate $\left(R > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \text{ și } R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}\right)$ permite calculul variației tensiunii inverse la bornele contactului, care se deschide și astfel permite să se verifice, dacă tensiunea inversă rămîne permanent sub valoarea, care ar putea provoca străpungerea spațiului dintre elementele de contact.

К РАБОТЕ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНТАКТНЫХ ВЫПРЯМИТЕЛЕЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе даются теоретические предпосылки, касающиеся обеспечения правильного переключения механического выпрямителя. В первой части рассматриваются явления связанные с переключением выпрямителя. Затем устанавливается эквивалентная электрическая схема, по

которой можно рассматривать явления происходящие между двумя переключениями. Даются математические выражения по которым протекают явления в этом промежутке и указывается прием для размерности вспомагательных шунтирующих цепей контактов, чтобы явления протекали нужным образом, обеспечивая правильное переключение.

В продолжение даются указания касающиеся появления обратного напряжения.

CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LE FONCTIONNEMENT DES REDRESSEURS MÉCANIQUES A CONTACT

(RÉSUMÉ)

L'ouvrage présente des considérations théoriques concernant l'assurance d une commutation correcte du redresseur mécanique. Dans la première partie on présente les phénomènes concernant la commutation du redresseur. Ensuite on construit le schéma électrique équivalent, à l'aide du quel on peut étudier les phénomènes dans la période comprise entre deux commutations. On établit les expressions mathématiques qui régissent les phénomènes dans cet intervalle et on indique la manière dont on détermine les dimensions du circuit auxiliaire de shuntage des contacts afin que les phénomènes se déroulent de la manière désirée, en assurant la commutation correcte. On donne ensuite des indications concernant l'apparition de la tension inverse.

BIBLIOGRAFIE

1. Al. Goldstein: *Die Theorie der Kontaktumformer mit Schaltdrosseln.* Zürich 1948.
2. T. Tolstov: *Kontaktnîie preobrazovateli.* Moscova 1953.

OBSERVAȚII CU PRIVIRE LA APLICAREA LEGII INDUCȚIEI ELECTROMAGNETICE

DE

D. FRĂNKEL și I. DE SABATA

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

În literatură se întîlnesc și în prezent exemple de aplicare insuficient de riguroasă a legii inducției electromagnetice [4], [5], [6], [7], [8], [9]. Pe baza lor lucrarea de față insistă asupra folosirii riguroase a legii.

În teoria macroscopică Maxwell-Hertz, legea inducției electromagnetice valabilă pentru corpuri în mișcare poate fi formulată astfel: tensiunea electromotoare indusă în lungul unui contur închis e proporțională și de semn contrar cu derivata în raport cu timpul a fluxului magnetic prin orice suprafață limitată de contur. În sistemul MKSA:

$$\oint (dl\,\mathfrak{E}) = u^{Volt} = -\frac{d\psi}{dt}^{Weber} = -\frac{d}{dt}\int_S (ds\,\mathfrak{B}) \tag{1}$$

sensul pozitiv pe curbă se asociază sensului pozitiv prin suprafață după regula burghiului drept. Derivata se calculează considerînd suprafața antrenată de corpuri în mișcarea lor, adică se ia derivata substanțială. Derivata substanțială poate fi descompusă în doi termeni

$$u = \frac{d}{dt}\int_S (ds\,\mathfrak{B}) = -\int_S \left(ds\,\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}\right) + \oint (dl\,[v\mathfrak{B}]) \tag{2}$$

primul reprezintă derivata în raport cu timpul a fluxului prin suprafața considerată în poziția sa momentană fixă față de sistemul de referință ales, iar inducția magnetică variabilă în timp; al doilea reprezintă derivata în raport cu timpul a fluxului prin suprafața mobilă, presupunînd constantă valoarea momentană a inducției magnetice. În formulă, v este viteza punctelor materiale ale conturului în raport cu sistemul de referință considerat. Valoarea termenilor din relația (2) depinde de sistemul de referință, dar suma lor este independentă de acesta.

I. În unele cazuri lipsa de rigurozitate constă în afirmaţia că legea în forma (1) nu este universal valabilă şi numai în forma (2) dă întotdeauna rezultate confirmate de experienţă. Apare evident un paradox întrucît ambele forme exprimă una şi aceeaşi lege valabilă pentru corpuri în stare mobilă.

Tipic este exemplul explicării rezultatului experienţei lui Hering: se consideră un circuit feromagnetic omogen, de dispersie nulă, în care se stabileşte o inducţie magnetică $\mathfrak{B}$ constantă în timp.

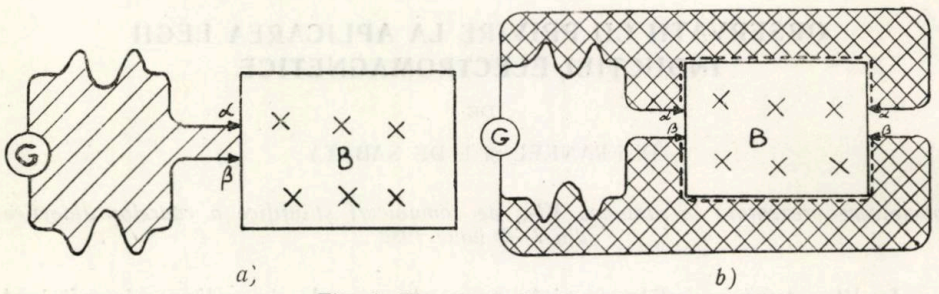


Fig. 1. Experienţa lui Hering.

Se constată că la deplasarea contactelor metalice α, β legate la galvanometrul G prin conductoare flexibile, din poziţia indicată în fig. 1, *a* în cea din fig. 1, *b*, galvanometrul nu deviază. Rezultatul experienţei este evident în concordanţă cu legea inducţiei în forma (2) dacă se alege ca sistem de referinţă miezul, deoarece $\mathfrak{B}$ este constant iar conductorul se deplasează în spaţiul în care $\mathfrak{B}$ este nul, însă în [6] şi [5] se afirmă că el este în contradicţie cu expresia (1). Astfel în [6] se spune: „Nu se induce nici o tensiune deşi fluxul prin conturul închis se schimbă în această experienţă„, iar în [5] se subliniază că expresia (1) nu este valabilă pentru conturul considerat, trasat cu linii groase în fig. 1, *a*, deoarece punctele materiale ce-l compun nu formează în orice moment al deplasării lor o curbă închisă.

În realitate forma (1) a legii este valabilă şi pentru astfel de cazuri cu observaţia [3] că se consideră în fiecare moment conturul închis format din punctele materiale şi din traiectoria contactelor (trasată punctat în fig. 1, *b*). Suprafaţa limitată de poziţia iniţială a conturului — haşurată în fig. 1, *a* — se măreşte deci cu suprafaţa măturată de punctele materiale în deplasarea lor — dublu haşurată în fig. 1, *b*. Se observă că prin suprafaţa totală şi prin orice suprafaţă limitată de contur fluxul nu variază şi deci tensiunea electromotoare e nulă.

Din limitarea nejustificată a valabilităţii expresiei (1) a legii inducţiei electromagnetice la contururi invariabile electric — contururi a căror continuitate nu suferă în urma deplasării — rezultă şi lipsa de rigurozitate în explicarea funcţionării generatorului unipolar. Astfel în [4] şi [5] se afirmă că generatoarele unipolare sînt maşini cu colector cu un număr infinit de lamele colectoare. Se ştie că prezenţa colectorului e necesară

pentru ca periile să culeagă tensiuni mereu tot după alte şi alte spire care ocupă în timp aceeaşi poziţie în cîmpul magnetic. Se consideră o spiţă conductoare legată rigid între un ax şi un inel metalic care rotesc într-un cîmp magnetic omogen şi constant în timp.

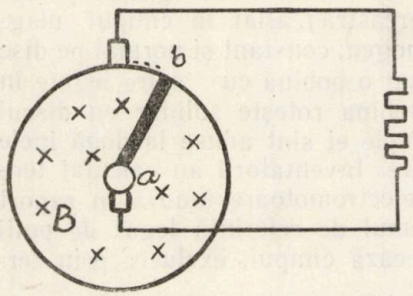


Fig. 2. Spiţă conductoare rotită într-un cîmp magnetic omogen.

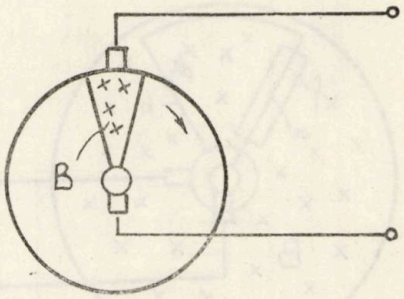


Fig. 3. Discul lui Faraday.

În conturul închis format de spiţă, traiectoria capătului *b* al spiţei, consumator şi peria *a*, se induce o tensiune electromotoare constantă. În adevăr fluxul prin suprafaţa limitată de contur creşte liniar şi nelimitat în timp deoarece spiţa măturâ suprafaţa cercului odată la fiecare rotaţie. Se observă că tensiunea se culege mereu după spiţă şi deci nu are rost să se vorbească de colector deşi maşina descrisă este un generator unipolar. Dacă se măreşte la infinit numărul de spiţe se ajunge la un disc plin rotitor cu elemente radiale legate în paralel.

Generatorul unipolar ar fi o maşină cu colector numai dacă s-ar realiza după modelul conceput încă de Faraday în 1831 ; adică în forma unui disc metalic rotit într-un cîmp magnetic diferit de zero şi constant pe un sector circular iar în rest nul.

În acest caz tensiunea se culege în fiecare moment după tot alte şi alte porţiuni ale discului.

II. În alte cazuri lipsa de rigurozitate constă în faptul că nu se indică concret sistemul de referinţă ales şi se calculează inexact termenii relaţiei (2). Este frecventă afirmaţia că al doilea termen al relaţiei (2) exprimă singur tensiunea electromotoare dacă se consideră *v*, viteza relativă a punctelor materiale „faţă de liniile inducţiei magnetice“ [4], [5], [9]. În realitate termenul al doilea al relaţiei (2) exprimă singur tensiunea electromotoare indusă dacă este calculat în raport cu un sistem de referinţă în punctele fixe ale căruia inducţia magnetică rămîne constantă în timp şi deci primul termen e nul. Dar astfel de sisteme de referinţă nu există în toate cazurile şi de aici izvoresc concluzii neprecise. La calculul termenilor expresiei (2) se fac erori îndeosebi în cazul cînd există corpuri feromagnetice mobile care prin mişcarea lor modifică reluctanţa şi deci inducţia magnetică. La acest caz primul termen trebuie calculat

presupunînd corpurile feromagnetice în mişcare şi numai conturul fix, iar al doilea termen trebuie calculat admiţînd mobil conturul dar menţinînd nemişcate corpurile feromagnetice.

Se pot cita două exemple concludente:

1. Pentru a crea tensiuni continue mari s-a imaginat maşina prezentată în fig. 4. Pe discul feromagnetic prevăzut cu fereastră f, aflat în cîmpul magnetic omogen, constant şi normal pe disc s-a aşezat o bobină cu spire legate în serie. Bobina roteşte solidar cu discul iar capetele ei sînt aduse la două inele colectoare. Inventatorii au calculat tensiunea electromotoare indusă în raport cu sistemul de referinţă legat de polii care creează cîmpul, exclusiv prin termenul $\oint (dl\,[v\mathfrak{B}])$. Cum laturile a ale spirelor, aflate deasupra ferestrei f se găsesc într-un cîmp magnetic mai slab decît laturile b, au tras concluzia infirmată de experienţă că tensiunea electromotoare pe spiră este diferită de zero. În [5] se afirmă fără să se demonstreze că tensiunea electromotoare e nulă deoarece viteza v_0 a laturilor a ale spirelor „faţă de liniile inducţiei magnetice" este mai mare decît viteza v_f a laturilor b, astfel încît este satisfăcută egalitatea $v_0 B_0 = v_f B_f$, unde B_0 respectiv B_f sînt valorile inducţiei magnetice în fereastră respectiv în fier. Este evident că de fapt tensiunea electromotoare indusă în laturile a şi b se calculează faţă de sisteme de referinţă diferite. O asemenea metodă nu este indicată.

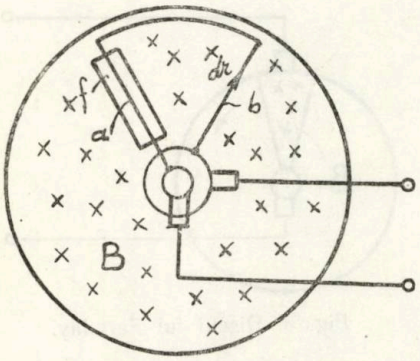


Fig. 4. Disc feromagnetic cu fereastră rotit într-un cîmp magnetic.

În realitate dacă se alege sistemul de referinţă legat de poli ambii termeni din expresia (2) sînt diferiţi de zero. La calculul primului termen considerînd spira fixă dar discul mobil se obţine:

$$-\int_S \left(ds \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}\right) = -\lim_{st \to 0} \frac{B_0 - B_t}{\Delta t} \cdot \frac{1}{2} R^2 \Delta\alpha = -(B_0 - B_t) \frac{1}{2} R^2 \omega.$$

La calculul celui de al doilea termen presupunînd spirele mobile iar discul fix rezultă:

$$\oint (dr\,[v\mathfrak{B}]) = \int_0^R v B_0\, dr - \int_0^R v B_t dr = (B_0 - B_f) \frac{1}{2} R^2 \omega.$$

Suma celor doi termeni e nulă.

În exemplul dat există un sistem de referinţă — cel legat de disc — în care inducţia magnetică e constantă în timp şi deci primul termen e nul. Viteza spirelor în acest sistem e nulă şi deci se anulează şi cel de al doilea termen.

2. În [4], [5], [9] se afirmă că tensiunea electromotoare indusă în bobinajul din ancoșele rotoarelor mașinilor de curent continuu se exprimă exclusiv prin termenul doi din relația (2) dacă se consideră v, viteza relativă a liniilor inducției magnetice și a conductorilor. În [8] se spune că luînd ca sistem de referință polii tensiunea electromotoare este de rotație, adică e dată numai de termenul doi.

În realitate față de sistemul de referință legat de rotor, tensiunea electromotoare indusă se exprimă prin primul termen al relației (2), viteza conductorului fiind nulă. Dar nu există nici un sistem de referință în care inducția magnetică să rămînă constantă pe întreaga suprafață limitată de bobină și deci tensiunea electromotoare indusă nu poate fi exprimată exclusiv prin cel de al doilea termen.

În raport cu sistemul de referință al polilor, calculul se face după cum urmează: dacă se neglijează inducția magnetică din ancoșe față de valoarea ei în dinte, se obține repartiția componentei normale a inducției pe periferia rotorului din fig. 5. Cel de al doilea termen al expresiei (2)

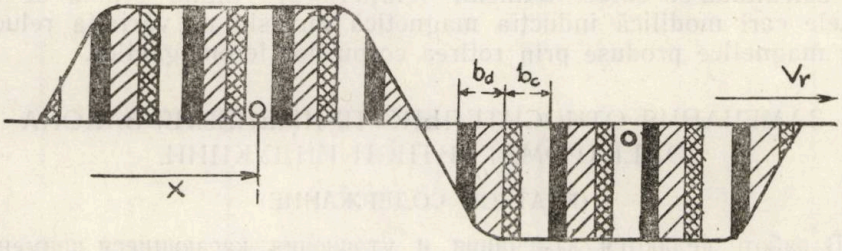


Fig. 5. Repartiția componentei normale a inducției magnetice pe periferia rotorului ancoșat.

este egal cu zero, deoarece latura de bobină se deplasează într-un cîmp nul. Primul termen se calculează considerînd spira fixă dar rotorul mobil. Prin deplasarea rotorului, fluxul prin spiră se reduce corespunzător suprafeței desenate plin — unde locul dintelui îl ocupă ancoșa — și crește corespunzător suprafeței dublu hașurate — unde locul ancoșei e ocupat de dinte. Tensiunea electromotoare este deci:

$$u = -\frac{d\psi}{dt} = Lv \sum_{k=1}^{n} \{B_{x+K(b_d+b_c)} - B_{x+K(b_d+b_a)+b_d}\}.$$

în care s-a notat prin:

b_d — lățimea dintelui exprimată în radiani
b_c — lățimea ancoșei exprimată în radiani
n — numărul de dinți pe lățimea bobinei
B_x — componenta normală la distanța x pe suprafața rotorului.

Dacă se descompune curba componentei normale a inducției magnetice în serie Fourier și se efectuează pentru fiecare armonică separat suma

diferenţelor din expresia de mai sus şi se fac transformări elementare se obţine :

$$u = 2Lv \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{\nu m} \frac{\sin \frac{\nu b_d}{2}}{\sin \nu \frac{b_d + b_c}{2}} \cos \nu \left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{bc}{2} \right)$$

unde ν, ordinul armonicei, este impar. Acest rezultat s-a obţinut mai laborios alegînd ca sistem de referinţă rotorul [10]. Evident că la acelaşi rezultat se ajunge şi dacă se calculează direct cu derivata substanţială a fluxului (1).

CONCLUZII

Pentru aplicarea riguroasă a legii inducţiei electromagnetice este necesar să se considere suprafaţa după care se calculează fluxul antrenat de corpuri în mişcarea lor şi să se precizeze sistemul de referinţă ales calculîndu-se corect termenii relaţiei (2), ţinînd seamă de toate cauzele cari modifică inducţia magnetică inclusiv de variaţia reluctanţelor magnetice produse prin rotirea corpurilor feromagnetice.

ЗАМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ.

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе делаются замечания и уточнения касающиеся применения закона электромагнитной индукции к движущимся телам, на основании нескольких типичных примеров, из которых некоторые считались парадоксами. Парадоксы и отсутствие точности в объяснении некоторых феноменов были исключены путем точного вычисления членов выражения (2) закона электромагнитной индукции. При вычислении первого члена в выражении (2) нужно учесть все причины определяющие изменение во времени магнитной индукции, включая движение ферромагнитных тел. При вычислении второго члена ферромагнитные тела считаются неподвижными, а скорость контура в соответствии с выбранной системой отношения.

OBSERVATIONS SUR L'APPLICATION DE LA LOI DE L'INDUCTION ELECTROMAGNÉTIQUE

(RÉSUMÉ)

Le présent travail contient les observations et les précisions données par l'auteur, concernant l'application de la loi d'induction électromagnétique pour les corps en mouvement. Ces observations ont été faites sur quelques exemples typiques, dont quelques uns ont été considérés comme paradoxes. Les paradoxes et le manque de rigourosité dans l'explication de différents phénomènes ont été éliminés par le calcul correcte des termes de l'expres-

ssion de la loi de l'induction électromagnétique. Pour le calcul du premier terme de l'expression on doit considérer toutes les causes qui déterminent la variation dans le temps de l'induction magnétique, le déplacement des corps ferromagnétiques y compris. Pour le calcul du deuxième terme on doit maintenir fixes les corps ferromagnétiques et considérer la vitesse du contour par rapport au système de référence choisi.

BIBLIOGRAFIE

1. Pl. Andronescu, *Bazele teoretice ale electrotehnicii,* vol. I şi II, Litografia I.P.T. 1953.
2. R. Răduleţ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii,* vol. II, Litografia învăţământului Bucureşti 1955.
3. I. E. Tamm, *Bazele teoriei electricităţii.* Editura tehnică 1957.
4. L. R. Neiman şi P. L. Kalantarov, *Bazele teoretice ale electrotehnicii,* vol. I. Editura energetică de stat 1955.
5. V. F. Mitchevici, Magnitnîi potok i evo preobrazovania. Izd. Acad. Nauk SSR 1946.
6. R. W. Pohl und F. Stockmann, Zum Induktionsgesetz. E.T.Z. AY vol. 72, 21 1959, p. 595.
7. R. W. Pohl, *Elektrizitätslehre.* Springer Verlag 1957.
8. *Manualul inginerului electrician,* vol. II.
9. Piotrovschi, *Maşini electrice,* Editura tehnică.
10. Richter, *Wicklungen elektrischer Maschinen* 1920.
11. Leonhard-Kneissler-Maixdorf, Bewegung von Induktionslinien und Maxwellsche Theorie. Archiv für Elektrotechnik 1924.
12. Leonhard-Maixdorf, Induktion und Kraftangriff in Nuten. Archiv für Elektrotechnik 1924.

COMPARAȚIE ÎNTRE METODELE DE DETERMINARE A CARACTERISTICII CUPLULUI LA MOTOARELE ASINCRONE CU ROTORUL ÎN SCURTCIRCUIT

DE

V. CRĂCIUNESCU, I. ȘORA

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. Pentru întreprinderile constructoare de mașini electrice este absolut necesar să se poată determina curbele caracteristice ale mașinilor construite. Pentru mașinile asincrone în scurtcircuit, are o deosebită importanță caracteristica cuplului. Aceasta poate fi determinată prin metode teoretice și experimentale indirecte și directe.

În lucrare se face o comparație între principalele metode de determinare a caracteristicii cuplului mașinilor cu rotorul în colivie.

2. Metodele teoretice se utilizează la calculul caracteristicilor pe baza datelor de proiectare verificate la stand.

a) Cu ajutorul parametrilor astfel cunoscuți se construiește locul geometric al curentului, din care se determină mărimile care interesează, raportul dintre cuplul de răsturnare M_{max} și cuplul nominal M_n și raportul dintre cuplul de pornire M_p și M_n.

α) Se recomandă utilizarea metodei indicate de L. M. Piotrovschi [2, pag. 677] în care se ține cont de efectul pelicular, fig. 1.

β) Obținerea rapoartelor M_{max}/M_n și M_p/M_n se mai poate face aplicînd relațiile de calcul indicate de I. A. Sîrominatnicov [3, pag. 27].

b) Metodele experimentale indirecte urmăresc determinarea caracteristicii cuplului pe baza încercării în gol și scurtcircuit, prin construirea diagramei curentului.

α) Diagrama clasică a cercului se poate ridica pe baza încercării în gol și scurtcircuit la frecvența nominală [2, pag. 646].

β) Diagrama cercului la frecvență redusă [4, pag. 287] se construiește pe baza încercării în gol la frecvența nominală f și în scurtcircuit la frecvența redusă f', fig. 2.

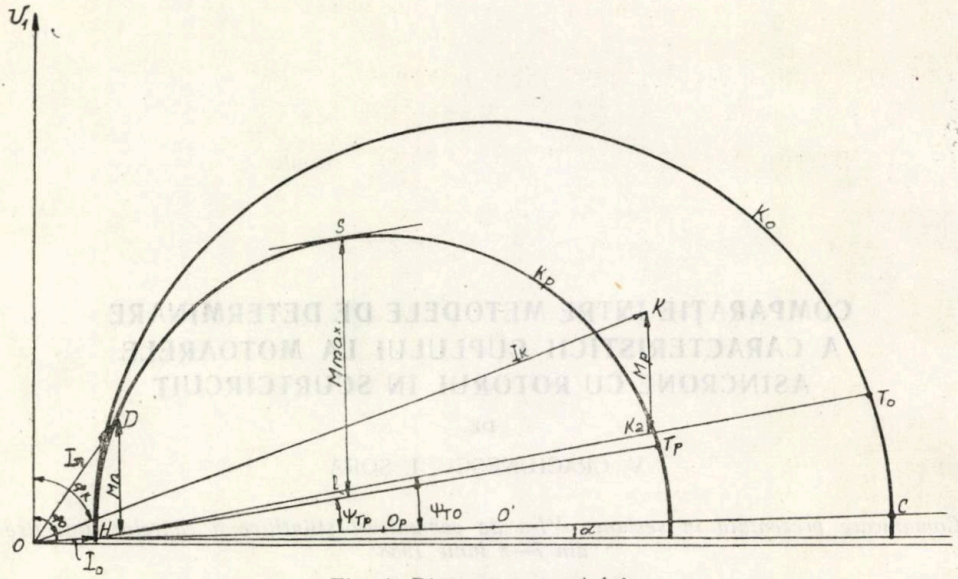


Fig. 1. Diagrama curentului.

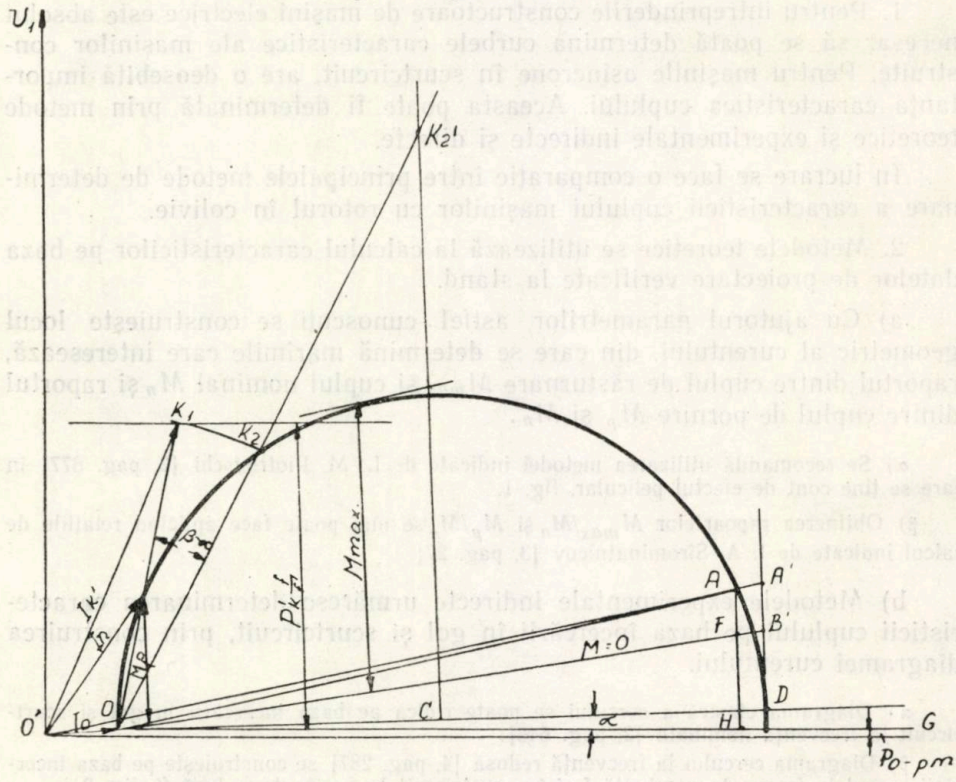


Fig. 2. Diagrama curentului la frecvenţă redusă.

In cadrul încercării în scurtcircuit la frecvența redusă se determină:

I'_n este curentul de scurtcircuit la frecvența redusă f', apropiat de curentul nominal.

U'_K — tensiunea de scurtcircuit corespunzătoare curentului I'_n.

P'_n — pierderile în scurtcircuit la frecvența redusă f'.

Pentru construcția diagramei cercului se calculează următoarele valori:

$$I'_K = I'_n \frac{U_n \cdot f'}{U'_K \cdot f} \tag{1}$$

$$P'_K = P'_n \cdot \left(\frac{I'_K}{I'_n}\right)^2 \tag{2}$$

$$\alpha = \text{arc tg} \cdot \frac{2 \cdot I_0 \cdot r_1}{U_1} \tag{3}$$

în care:

I_0 este curentul de mers în gol;

r_1 — rezistența statorului;

U_1 — tensiunea pe faza statorică.

$$\sin \beta = \frac{f}{f'} \cdot \sin \alpha \tag{4}$$

$$\overline{DA'} = 2 \cdot \overline{CK'_2} \cdot \frac{f'}{f} \tag{5}$$

$\overline{FH}$ — corespunde la scara puterii cu pierderile în înfășurarea statorului pentru curentul reprezentat prin segmentul $\overline{O'A}$.

Pentru construcția diagramei se parcurg următoarele etape: în planul de coordonate considerat se plasează I_0 și $I_{K'}$. Se obțin punctele O și K_1. Se rotește segmentul $\overline{OK_1}$ cu unghiul $(\beta - \alpha)$, ocupînd poziția $\overline{OK_2}$. Punctele O și K_2, aparțin diagramei cercului. Centrul cercului C se găsește pe dreapta $\overline{OD}$ dusă sub unghiul α. Construcția celorlalte elemente rezultă din diagramă și după relațiile de calcul prezentate mai sus.

Diagrama cercului la frecvență redusă se folosește pentru determinarea caracteristicilor de funcționare corespunzătoare regimului nominal și pentru determinarea cuplului de răsturnare.

c) Metodele experimentale directe permit determinarea caracteristicii cuplului pe baza încercărilor efectuate la standul de probă. Se utilizează următoarele metode:

α) Determinarea cuplului de pornire se poate face direct cu ajutorul balanței [1].

β) Oscilografierea caracteristicii cuplului dă posibilitatea cunoașterii acesteia din momentul pornirii pînă la mersul în regim staționar [5].

Pentru oscilografierea caracteristicii cuplului s-a folosit o schemă tip Ytterberg completată cu un circuit de filtrare pentru atenuarea pulsațiilor parazite, redată în fig. 3.

Motorul asincron M.A. care se studiază este cuplat cu un generator tahometric de curent continuu G.T. Pe axul motorului asincron este aplicat volanul V. În schemă se distinge circuitul de filtrare r, L, C_f în formă clasică. Înregistrarea curbelor cuplului $M = f(t)$ și turației $n = f(t)$ se face cu ajutorul unui oscilograf mecanic (buclele $B \cdot O_2$ și $B \cdot O_1$). Dacă căderea de tensiune pe elementele r, L, $B \cdot O_2$ este neglijabilă față de tensiunea de la bornele generatorului tahometric atunci curentul i ce străbate ramura

condensatorului C, fiind proporțional cu derivata tensiunii de la bornele generatorului tahometric va fi proporțional cu derivata turației și deci cu cuplul.

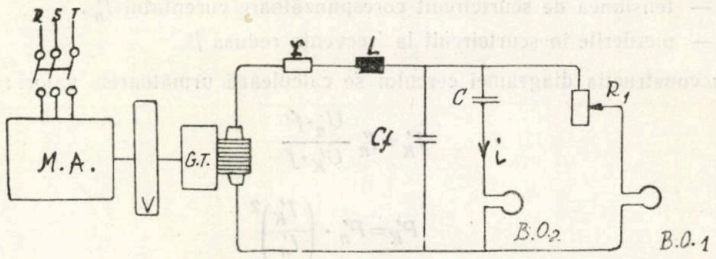


Fig. 3. Schema montajului pentru oscilografierea caracteristicii cuplului.

In fig. 4, *a* și *b* se prezintă oscilogramele curbelor $M=f(t)$ și $n=f(t)$ cu și fără circuit de filtrare.

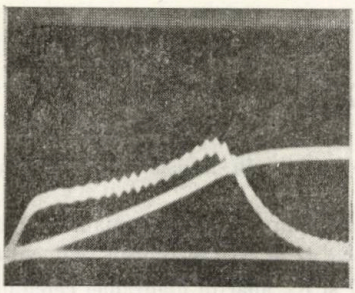


Fig. 4 *a*. Oscilogramele curbelor $M=f(t)$ și $n=f(t)$ cu circuit de filtrare.

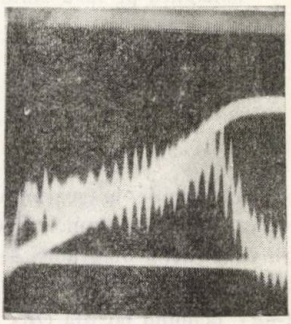


Fig. 4 *b*. Oscilogramele curbelor $M=f(t)$ și $n=f(t)$ fără circuit de filtrare.

Etalonarea oscilogramelor ridicate experimental se face aplicînd relația [6]:

$$\mu_M = \frac{375 \cdot F}{GD^2 \cdot \mu_t \cdot n^x} \tag{6}$$

în care:

μ_M este scara cuplului $\left(\frac{\text{mm}}{\text{kgm}}\right)$

F — aria mărginită de curba $M=f(t)$ și abscisă (mm^2);

GD^2 — momentul de girație al tuturor maselor în rotație (Kgm^2);

μ_t — scara de timp $\left(\frac{\text{mm}}{\text{sec}}\right)$;

n^x — turația la sfîrșitul pornirii $\left(\frac{\text{rot}}{\text{min}}\right)$.

3. Exemplu numeric.

Metodele expuse anterior au fost aplicate asupra unor tipuri de motoare asincrone în scurtcircuit, cu bare înalte, din seria curentă de fabricație. Rezultatele obținute sînt redate în tabela 1.

Tabela 1

Nr. crt.	Tipul motorului	Metodele de determinare									
		M_p/M_n					M_{max}/M_n				
		Metoda teoretică		Met. exp. indirect.	Metoda exp. directă		Metoda teoretică		Metoda exp. indirectă		Met. exp. directă
		$2a\alpha$	$2a\beta$	$2b\alpha$	$2c\alpha$	$2c\beta$	$2a\alpha$	$2a\beta$	$2b\alpha$	$2b\beta$	$2c\beta$
1	10 kw, 1 000 rot/min, 380 VΔ	1,05	1,23	1,64	0,88	0,874	2,18	2,21	2,78	2	1,96
2	7 kw, 1 000 rot/min, 380 VΔ	1,1	1,2	1,85	1,06	1,042	2,15	2,2	3,17	2,1	1,93
3	4,5 kw, 750 rot/min, 380 VΔ	1,05	1,25	1,5	0,882	0,88	2,1	2,25	2,35	1,85	1,75

Din tabela 1 se observă că, în cazul motoarelor asincrone în scurtcircuit datorită pe de o parte dificultăților de determinare a parametrilor care intervin, iar pe de altă parte datorită ipotezelor care se introduc în scopul de a simplifica calculele, relațiile deduse pe cale analitică duc în general la rezultate care diferă de cele reale.

Remarcăm, că tehnologia de fabricație a motoarelor și în mod deosebit turnarea coliviei rotorului, (străngulări, sufluri în bare etc.) constituie o sursă principală de erori, care determină diferențe între datele de calcul și cele rezultate pe cale experimentală.

Urmărind valorile obținute prin aplicarea metodelor de calcul teoretice expuse la punctele $2a\alpha$ și $2a\beta$, față de cele obținute prin metodele experimentale directe $2c\alpha$ și $2c\beta$ considerate ca valori reale, rezultă că în precizarea cuplului de pornire erorile pot atinge valori de (10—20%). Referitor la cuplul de răsturnare erorile ating valori mai mici. Dintre metodele teoretice analizate, metoda expusă la punctul $2a\alpha$ conduce la erori mai mici.

În ceea ce privește metodele experimentale indirecte, punctul $2b\alpha$, remarcăm faptul că în întreprinderile constructoare de mașini electrice se obișnuiește să se utilizeze în general diagrama clasică a cercului, care după cum se știe nu este valabilă decît la motoarele cu parametri constanți, în caz contrar aplicarea ei conduce la obținerea unor rezultate care sînt afectate de erori de 100%.

Se recomandă să se aplice în practică pentru precizarea caracteristicii cuplului metodele experimentale directe, dintre care metoda expusă la punctul $2c\beta$ permite obținerea întregii caracteristici a cuplului. În cazul cînd nu se dispune de aparatura necesară, determinarea cuplului de pornire se poate face cu balanță, pentru cuplul de răsturnare se poate utiliza încercarea motorului la frecvență redusă.

CONCLUZII

a) Referitor la metodele de determinare experimentală a caracteristicii cuplului se impune completarea STAS-ului 1 893-50 cu specificarea tipului metodei de încercare admise, pentru precizarea performanțelor cerute motoarelor asincrone în scurtcircuit.

b) Rezultatele arată necesitatea utilizării metodelor experimentale directe pentru determinarea caracteristicii cuplului.

СОПОСТАВЛЕНИЕ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЦЕПЛЕНИЯ У АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе предлагаются главные методы определения характеристики асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором.

Дается теоретическая часть применяемых методов, затем анализируется сравнение результатов полученных у некоторых типов двигателей из текущей серии изготовления.

COMPARAISON ENTRE LES MÉTHODES DE DÉTERMINATION DE LA CARACTÉRISTIQUE DU COUPLE, POUR LES MOTEURS ASYNCHRONES AU ROTOR EN COURT-CIRCUIT

(RÉSUMÉ)

Le travail présente les principales méthodes par lesquelles on peut déterminer la caractéristique du couple, pour les moteurs asynchrones en court-circuit. On expose la partie théorique des méthodes utilisées ; on fait l'analyse comparative des résultats obtenus pour quelques types de moteurs d'une série courante de fabrication.

BIBLIOGARFIE

1. R. Richter, *Elektrische Maschinen,* 1954, Band IV, Verlag Birkhäuser.
2. L. M. Piotrovschi, *Mașini electrice,* 1953, E.E.S.
3. I. A. Sîromiatnikov, *Regimurile de funcționare ale motoarelor asincrone,* 1952. Editura tehnică.
4. G. K. Jerve, *Incercările industriale ale mașinilor electrice,* 1951, MEEIE.
5. I. Șora, Determinarea pe cale experimentală a caracteristicii cuplului la motoarele asincrone cu rotorul în scurtcircuit, Electrotehnica, 1957, nr. 12, pag. 424.
6. I. Șora, Contribuțiuni privind etalonarea oscilogramei obținute la ridicarea experimentală a caracteristicii cuplului la motoarele asincrone cu rotorul în scurtcircuit. Electrotehnica 1958, nr. 4, pag. 138.

TRANSFORMATORUL DE LABORATOR REGLABIL CONTINUU SUB SARCINA CU INEL DE SCURTCIRCUIT MOBIL

DE

A. SEMLYEN

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. *Principiul de funcţionare* al transformatorului cu bobină mobilă este cunoscut de mult timp [1, 2]: înfăşurarea primară (fig. 1) este formată din două bobine *1'*, *1''* cu cîte N_1 spire, parcurse în serie de curentul primar şi conectate în aşa fel încît să creieze un flux Φ prin întrefierul în care se deplasează bobina mobilă scurtcircuitată *3*. Aceasta separă fluxul Φ în părţi practic proporţionale cu l_x şi $l - l_x$ (vezi fig. 1) şi prin urmare în înfăşurarea secundară *2* dispusă în dreptul bobinei *1'* se va induce în gol o tensiune proporţională cu l_x. In sarcină fenomenele sînt mai complicate: bobina mobilă fiind parcursă de un curent practic proporţional cu curentul secundar, se încălzeşte, curentul secundar şi cel din bobina mobilă modifică cîmpul magnetic în fier şi întrefier, apar căderi de tensiune. Cunoaşterea acestor fenomene — examinarea lor este obiectul acestei lucrări — este necesară pentru aprecierea acestui tip de transformator şi pentru stabilirea elementelor de bază pentru proiectare. Rezultatele calculelor au fost confruntate pentru verificare, cu rezultatele măsurătorilor directe.

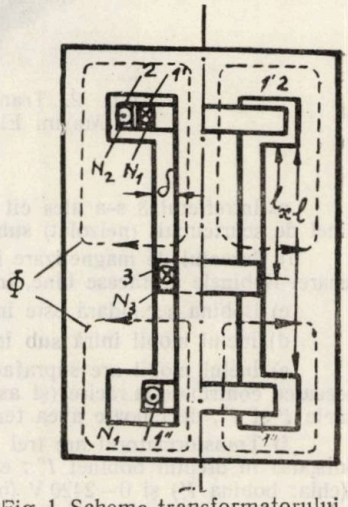


Fig. 1. Schema transformatorului.

2. *Construcţia transformatorului* cu bobină scurtcircuitată mobilă trebuie să corespundă următoarelor cerinţe:

a) Curent de magnetizare mic,
b) Economie de cupru şi fier,
c) Căderi nu prea mari de tensiune în sarcină,
d) Posibilitatea reducerii tensiunii prin reglare la valori mici (practic la zero),

e) Incălzirea bobinelor să nu întreacă limita admisibilă,

f) Să existe pe cît posibil mai multe domenii de reglare,

g) Bobina mobilă să se deplaseze uşor, continuu, suficient de rapid şi să se menţină în orice poziţie,

h) Construcţia să fie simplă, robustă, transformatorul să fie uşor deplasabil.

La construirea transformatorului cu bobină mobilă al Laboratorului de Maşini Electrice de la Facultatea de Electrotehnică din Timişoara*) (fig. 2.), s-a ţinut seama de considerentele înşirate, în felul următor:

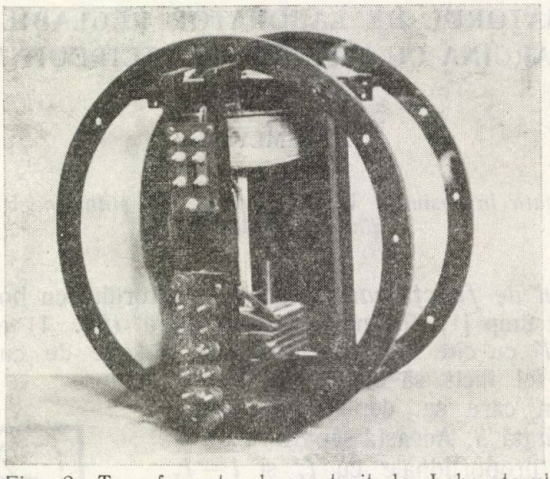


Fig. 2. Transformatorul construit la Laboratorul de Maşini Electrice al Facultăţii de Electrotehnică din Timişoara.

a) Intrefierul δ s-a ales cît mai mic (4,5 mm). Astfel bobina mobilă s-a redus la un inel de scurtcircuit (neizolat) subţire (4 mm) dar lat.

b) Curentul de magnetizare fiind determinat de întrefierul δ, inducţia în fier s-a ales, mare. Bobinele se răcesc bine, în special la capetele libere.

c) Bobina secundară este în cuplaj strîns cu bobina primară *1'*.

d) Inelul mobil intră sub înfăşurările *1'* şi *1''*.

e) Inelul mobil are suprafaţă mare de răcire iar în întrefier este în atingere cu fierul ceea ce contribuie la răcire (şi asigură ghidajul). In poziţiile extreme inelul nu atinge bobinele *1'* şi *1''*, deci poate avea temperatură relativ ridicată.

f) Transformatorul are trei domenii de reglare: 0—6,6 V (înfăşurare de curenţi mari, dispusă în dreptul bobinei *1''*; ea nu apare în schema de principiu din fig. 1), 0—220 V (chiar bobina *1'*) şi 0—2420 V (bobina *2*; ea are o priză la 1/20 din totalul spirelor pentru citirea tensiunii înalte fără transformator de tensiune). Alimentarea primarului se poate face la 110 sau 220 V, iar înfăşurarea de curenţi mari este divizată pentru a putea realiza diferite conexiuni (fig. 3).

g) Deplasarea bobinei se face cu o tijă filetată dispusă într-o parte. Forţele necesare sînt mici, iar acţionarea poate fi mecanizată uşor.

h) Mobilitatea transformatorului s-a asigurat prin montare pe roţi de rostogolire.

*) Executat ca proiect de diplomă de D. Bărgăuanu. Teoria şi calculele prezentate în lucrare sînt elaborate de autorul lucrării.

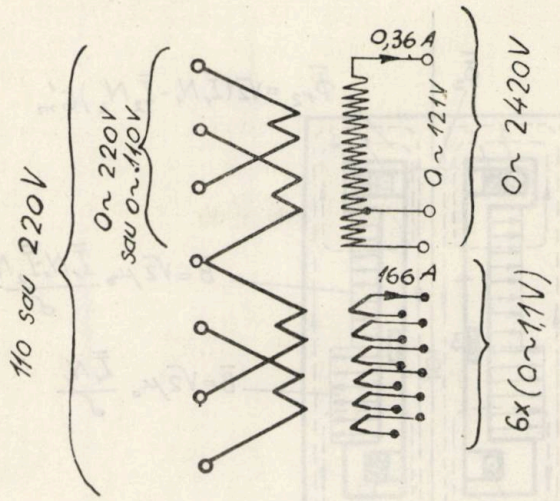


Fig. 3. Schema de conexiune.

3. *Calculul caracteristicilor de funcţionare.*

Notaţii:

$\bar{U}_1$, $\bar{U}_2$, $\bar{U}_3$ $(=0)$ — tensiuni la borne.

$\bar{Z}_{d1}$, $\bar{Z}_{d2}$, $\bar{Z}_{d3}$ — impedanţe formate din rezistenţă şi din reactanţa de dispersie.

$G_m = \frac{\mu_0 2lb}{\delta}$ — permeanţa totală a întrefierului (b reprezintă grosimea netă a pachetului de tablă de transformator).

$x = \frac{l_x}{l}$ — variabilă care indică poziţia inelului de scurtcircuit.

$G'_m = xG_m$ şi $G''_m = (1-x)\,G_m$ — permeanţele corespunzătoare lungimilor l_x şi $l - l_x$.

$\bar{\Phi}_0 = \sqrt{2}\,G_{m0}\,(\bar{I}_3 N_3 - \bar{I}_2 N_2)$ — fluxul care trece numai prin fier, înlănţuind toate înfăşurările (permeanţa acestui circuit magnetic este G_{m0}).

$\bar{\Phi}_{1'2}$, $\bar{\Phi}_{1''}$ — fluxurile prin G'_m şi G''_m (fig. 4).

$\bar{\Phi}_2$, $\bar{\Phi}_{inf}$ — fluxurile principale ale bobinelor *2* şi *1"*.

$\bar{Z}_e$ — impedanţa de sarcină.

semnul ' (prim) — indică reducerea mărimilor la primar.

semnul * (asterisc) — indică mărimi raportate la mărimi de bază.

$U_b = U_1$, $Z_b = \omega N_1^2 G_m$, $I_b = \frac{U_b}{Z_b}$, $\Phi_b = \frac{\sqrt{2}U_b}{\omega N_1}$ — mărimile fundamentale de bază la calculul cu unităţi relative.

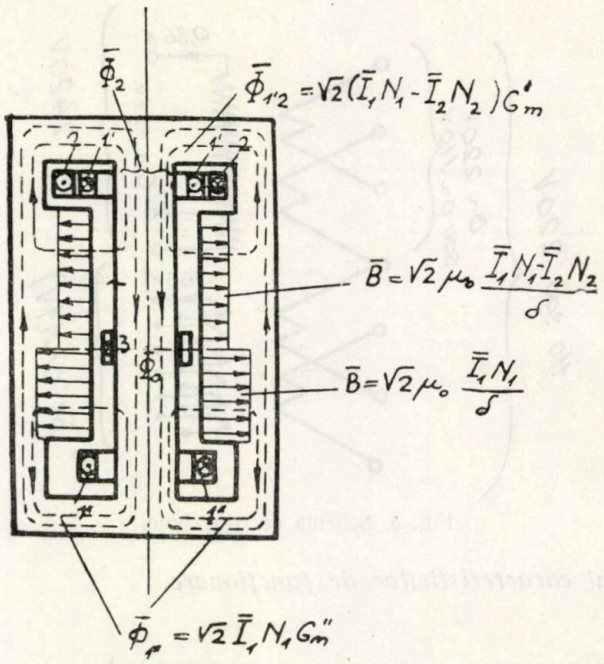


Fig. 4. Fluxurile principale şi inducţiile în întrefier.

Ţinînd seama că G_{m0} este mult mai mare decît G_m, iar Φ_0 fiind finit, din expresia lui Φ_0 rezultă

$$\bar{I}_3 N_3 = \bar{I}_2 N_2 \quad \text{sau} \quad \bar{I}'_3 = \bar{I}'_2 . \tag{1}$$

Pe baza acestei observaţii rezultă reprezentarea din fig. 4 a fluxurilor principale şi a inducţiilor din întrefier. Respectînd sensurile pozitive precizate în fig. 1 şi 4, rezultă:

$$\bar{U}_1 = I_1 \bar{Z}_{d1} + \frac{j\omega N_1}{\sqrt{2}} (\bar{\Phi}_{1'2} + \bar{\Phi}_{1''}) = \bar{I}_1 (\bar{Z}_{d1} + j\omega N_1^2 G_m) - \bar{I}_2 j\omega N_1 N_2 G'_m \tag{2}$$

$$\bar{U}_2 = \bar{I}_2 \bar{Z}_{d2} - \frac{j\omega N_2}{\sqrt{2}} (\bar{\Phi}_0 + \bar{\Phi}_{1'2}) = -\frac{j\omega N_2}{\sqrt{2}} \bar{\Phi}_0 - \bar{I}_1 j\omega N_1 N_2 G'_m +$$

$$+ \bar{I}_2 (\bar{Z}_{d2} + j\omega N_2^2 G'_m) \tag{3}$$

$$0 = \bar{U}_3 = \bar{I}_3 \bar{Z}_{d3} = \frac{j\omega N_3}{\sqrt{2}} \bar{\Phi}_0 . \tag{4}$$

Reducînd toate mărimile la primar, eliminînd $\bar{\Phi}_0$ din (3) şi (4) şi înlocuind $\bar{I}'_3$ prin $\bar{I}'_2$, se obţine:

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_1 (\bar{Z}_{d1} + j\omega N_1^2 G_m) - \bar{I}'_2 j\omega N_1^2 G'_m \tag{5}$$

$$-\bar{U}'_2 = \bar{I}_1 \cdot j\omega N_1^2 G'_m - \bar{I}'_2 (\bar{Z}'_{d2} + \bar{Z}'_{d3} + j\omega N_1^2 G'_m) = \bar{I}'_2 \bar{Z}'_e . \tag{6}$$

In unităţile relative:

$$\bar{U}_1^* = \bar{I}_1^* (\bar{Z}_{d1}^* + j) - \bar{I}_2^* jx \tag{7}$$

$$-\bar{U}_2^* = \bar{I}_1^* jx - \bar{I}_2^* (\bar{Z}_{d2}^* + \bar{F}_{d3}^* + jx) = \bar{I}_2^* \bar{Z}_e^* \cdot \tag{8}$$

Se presupune $\bar{U}_1$ real, deci $\bar{U}_1^* = 1$.

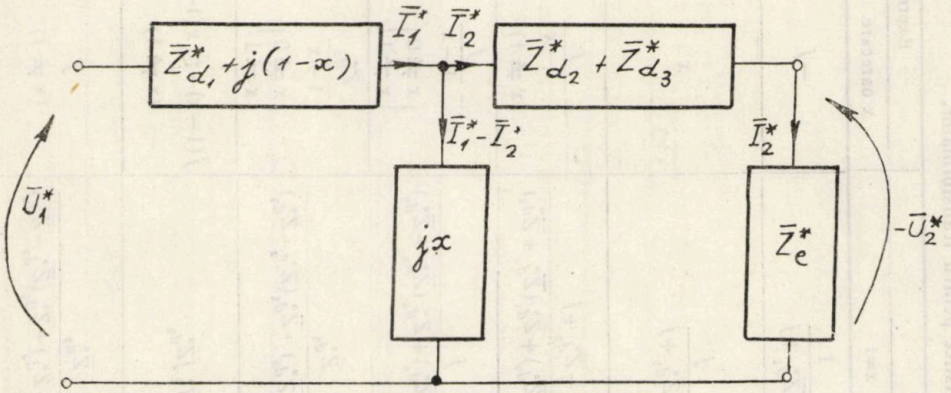


Fig. 5. Schema echivalentă în *T*.

Din (4), (7) şi (8) rezultă schema echivalentă în *T* din fig. 5 şi tabloul de la pag. 190 al mărimilor caracteristice (aproximaţiile rezultă din presupunerea, verificată în practică că $\bar{Z}_{d1}^*$, $\bar{Z}_{d2}^*$ şi $\bar{Z}_{d3}^*$ sînt mult mai mici decît unitatea; scopul lor este de a obţine relaţii simple, pe cît posibil funcţii numai ale variabilei x).

Din tabloul de expresii ale principalelor mărimi caracteristice rezultă următoarele:

— Curentul în gol este constant:

$$I_{10} \cong I_b = \frac{U_1}{\omega N_1^2 G_m} = \frac{U_1 \delta}{2\mu_0 \omega N_1^2 lb} \cdot \tag{9}$$

— Tensiunea indusă în secundar sau în bobina I' creşte proporţional cu x:

$$U_{20} \cong x \frac{N_2}{N_1} U_1 \cdot \tag{10}$$

— Curentul de scurtcircuit secundar este practic zero la $x=0$ şi poate atinge valori mari la $x \to 1$. La $x=0$, curentul primar de scurtcircuit este egal cu curentul în gol.

— Fluxul principal al bobinei secundare (sau al bobinei I') variază proporţional cu tensiunea indusă şi deci este maxim în gol, avînd valoarea cea mai mare la $x=1$:

$$\Phi_{2max} = \Phi_{20} \cong \Phi_b = \frac{\sqrt{2}\, U_1}{\omega N_1} \cdot \tag{11}$$

Expresiile principalelor mărimi caracteristice pentru transformator.

Mărimea	Expresia exactă			Expresia aproximativă		
	x oarecare	$x=0$	$x=1$	x oarecare	$x=0$	$x=1$
Curentul în gol $\bar{I}^*_{10}$	$\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	$\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	$\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	$-j$	$-j$	$-j$
Tensiunea și fluxul principal al înfășurării secundare în gol $-U^*_{20}=-j\bar{\Phi}^*_{20}$	$\dfrac{jx}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	0	$\dfrac{j}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	x	0	1
Curentul primar de scurt circuit $\bar{I}^*_{1sc}$	$\dfrac{\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}+jx}{(\bar{Z}^*_{d_1}+j)(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}+jx)+x^2}$	$\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	$\dfrac{\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}+j}{j(\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})+\bar{Z}^*_{d_1}(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})}$	$-\dfrac{j}{1-x}$ $(x\neq 1)$	$-j$	$\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}}$
Curentul secundar și terțiar de scurt circuit $\bar{I}^*_{2sc}=\bar{I}^*_{3sc}$	$\dfrac{jx}{(\bar{Z}^*_{d_1}+j)(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}+jx)+x^2}$	0	$\dfrac{j}{j(\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})+\bar{Z}^*_{d_1}(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})}$	$-\dfrac{j}{1-x}$ $\begin{pmatrix}x\neq 0\\ x\neq 1\end{pmatrix}$	0	$\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}}$
Fluxul $\bar{\Phi}^*_0$ în regim de scurt-circuit $\bar{\Phi}^*_{0sc}$	$\dfrac{-x\bar{Z}^*_{d_3}}{(\bar{Z}^*_{d_1}+j)(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}+jx)+x^2}$	0	$-\dfrac{\bar{Z}^*_{d_3}}{j(\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})+\bar{Z}^*_{d_1}(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})}$	$\dfrac{\bar{Z}^*_{d_3}}{1-x}$ $\begin{pmatrix}x\neq 0\\ x\neq 1\end{pmatrix}$	0	$\dfrac{j\bar{Z}^*_{d_3}}{\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}}$
Fluxul principal al bobinei $1''$ $\bar{\Phi}^*_{inf}(=\bar{\Phi}^*_0-\bar{\Phi}''^*_1)$	$-\dfrac{1-x}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}-\bar{I}^*_2\left(\dfrac{jx(1-x)}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}-j\bar{Z}^*_{d_3}\right)$	$-\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	$\bar{I}^*_2\, j\bar{Z}^*_{d_3}$	$j(1-x)-\bar{I}^*_2\, x(1-x)$ $(x\neq 1)$	j	$\bar{I}^*_2 j\bar{Z}^*_{d_3}$
Fluxul principal al bobinei $1''$ în regim de sc. c. $\bar{\Phi}^*_{inf\cdot sc}$	$-\dfrac{1-x}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}-\bar{I}^*_{2sc}\left(\dfrac{jx(1-x)}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}-j\bar{Z}^*_{d_3}\right)$	$-\dfrac{1}{\bar{Z}^*_{d_1}+j}$	$-\dfrac{\bar{Z}^*_{d_3}}{j(\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})+\bar{Z}^*_{d_1}(\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3})}$	j $(x\neq 1)$	j	$\dfrac{j\bar{Z}^*_{d_3}}{\bar{Z}^*_{d_1}+\bar{Z}^*_{d_2}+\bar{Z}^*_{d_3}}$

— Fluxul principal al bobinei *1″* (Φ_{inf}) variază în gol proporţional cu $1-x$. La $x=0$ (în gol) şi de asemenea şi în regim de scurtcircuit (la $x \ll 1$) acest flux are aceeaşi valoare ca fluxul principal maxim al bobinei secundare.

— Fluxul prin coloană în dreptul bobinei mobile, proporţional cu curentul secundar (proporţional cu curentul din bobină) este maxim în regim de scurtcircuit, la $x=1$ ($\Phi_{0\,max} < \Phi_{2\,max}$).

Prin urmare relaţia (11) va sta la baza calculului inducţiei maxime în miezul feromagnetic.

Variaţia lui I_{10}^*, I_{1sc}^*, I_{2sc}^*, $U_{20}^*=\Phi_{20}^*$, Φ_{0sc}^*, $\Phi_{inf_0}^*$ şi $\Phi_{inf_{sc}}^*$ în funcţie de poziţia bobinei mobile este reprezentată în fig. 6. Curbele s-au trasat pe baza relaţiilor aproximative prezentate în tablou. Ordonata $\left|\dfrac{\bar{Z}_{d_3}^*}{Z_{d_1}^*+Z_{d_2}^*+Z_{d_3}^*}\right|$ a fost aleasă la întîmplare (impedanţele $\bar{Z}_d^*$ putînd avea diferite valori).

4. *Incercări experimentale.* S-a determinat prin calcul:

$$G_m=\frac{\mu_0 2lb}{\delta}=\frac{4\pi 10^{-7}\cdot 2\cdot 0{,}252\cdot 0{,}078}{0{,}0045}=1{,}1\cdot 10^{-5}\,\text{H},$$

$$Z_b=\omega N_1^2 G_m=314\cdot 200^2\cdot 1{,}1\cdot 10^{-5}=138\,\Omega,$$

$$I_b=\frac{U_b}{Z_b}=\frac{220}{138}=1{,}59\,\text{A}.$$

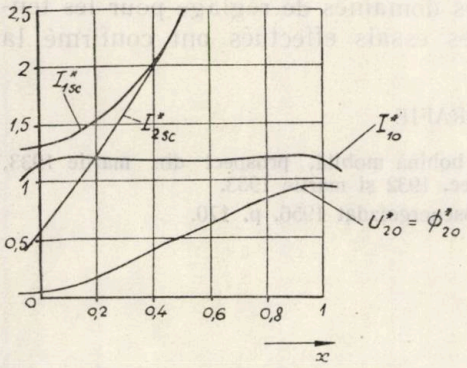


Fig. 6. Variaţia principalelor mărimi stabilită prin calcul, în funcţie de poziţia bobinei mobile.

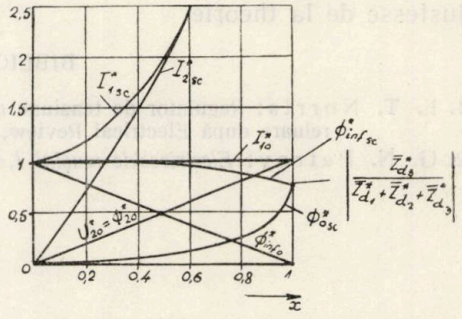


Fig. 7. Caracteristicile principale determinate experimental (a se compara cu fig. 6).

S-a măsurat în funcţie de x: curentul şi tensiunile în gol, curentul primar şi secundar de scurtcircuit. Rezultatele măsurării sînt reprezentate în fig. 7. Se constată, că I_{10}^* este mai mare decît valoarea calculată. Acest fapt se explică prin aceea, că în calcul s-au neglijat amperspirele necesare pentru magnetizarea fierului. Cum la $x=0$, $U_{20}^*\neq 0$, rezultă că şi curenţii de scurtcircuit vor fi mai mari (la $x\cong 0$) decît valori'e calculate.

Caracteristicile exterioare sînt rigide numai la $x \geqq 1$, căci numai în acest caz curentul de scurtcircuit secundar este mare.

Curenţii admisibili reali, indicaţi în fig. 3, au fost stabiliţi prin probe de încălzire.

ЛАБОРАТОРНЫЙ ТРАНСФОРМАТОР ПЛАВНО РЕГУЛИРУЕМЫЙ ПОД НАГРУЗКОЙ С ПОДВИЖНЫМ КОРОТКОЗАМКНУТЫМ ВИТКОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Рассматривается конструкция и характеристики лабораторного трансформатора плавно регулируемого под нагрузкой, с подвижным короткозамкнутым витком. Можно осуществить широкие области регулирования для високих напряжений и больших токов Произведенные испытания потвердили теоретические выводы.

TRANSFORMATEUR DE LABORATOIRE RÉGLABLE CONTINUELLEMENT SOUS CHARGE À ANNEAU DE COURT-CIRCUIT MOBILE

(RÉSUMÉ)

On étudie la construction et les caractéristiques du transformateur de laboratoire réglable continuellement sous charge à anneau de court-circuit mobile. On peut réaliser de larges domaines de réglage pour les tensions respectivement les courants. Les essais effectués ont confirmé la justesse de la théorie.

BIBLIOGRAFIE

1. E. T. Norris: Regulator de tensiune cu bobină mobilă, prospect din martie 1933, reluare după Electrical Review, dec. 1932 şi martie 1933.
2. G. N. Petrov: *Electriceskie maşinî I*, Gosenergoizdat 1956, p. 170.

APLICAREA UNOR ECUAȚII FUNCȚIONALE ÎN MECANICĂ

DE

GH. SILAȘ, M. RĂDOI, I. GROȘANU, L. BRÎNDEU

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

1. Să considerăm mărimile M_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ care sînt cunoscute în două stări oarecari prin valorile lor numerice X_i și x_i, pentru care avem :

$$\frac{X_i}{x_i}=K_i; \quad (K_i\neq 1,\ i=1,\ 2,\ldots,n). \tag{1}$$

Să mai presupunem că am pus în evidență, într-un mod oarecare, un invariant referitor la valorile numerice ale mărimilor M_i. În aceste condiții ne propunem să determinăm legea de legătură între mărimile M_i.

2. Să presupunem mai întîi că am determinat un invariant absolut, dat de ecuația funcțională

$$I(X_1,\ X_2,\ldots,X_n)=I(x_1,\ x_2,\ldots,x_n). \tag{2}$$

În acest caz, legea care leagă mărimile M_i (presupunînd că I este o funcție regulată) este de forma :

$$I(M_1,\ M_2,\ldots,M_n)=C \tag{3}$$

C fiind o constantă ce trebuie determinată într-un mod oarecare. De exemplu, fie mărimlie M_1 și M_2, anume perioada T de oscilație a unui pendul matematic și lungimea l a pendulului. Se poate pune în evidență, eventual experimental, că avem invariantul

$$\frac{T_1}{\sqrt{l_1}}=\frac{T_2}{\sqrt{l_2}}.$$

Aceasta înseamnă că legea care leagă perioada de oscilație de lungimea pendulului este

$$\frac{T}{\sqrt{l}}=C$$

unde C este o constantă. Valoarea ei se știe că este $\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$.

3. Să presupunem cunoscut un invariant relativ, dat de ecuaţia funcţională:

$$E(X_1, X_2, \ldots, X_n) = \gamma(K_1, K_2, \ldots, K_n) E(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{4}$$

În particular, dacă $\gamma = K_1^{a_1} K_2^{a_2} \ldots K_n^{a_n}$ atunci funcţia:

$$\frac{E(X_1, X_2, \ldots, X_n)}{X_1^{a_1}, X_2^{a_2} \ldots X_n^{a_n}} = I(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

este un invariant de forma (2).

Se găseşte astfel legea de legătură a mărimilor M_i:

$$E(M_1, M_2, \ldots, M_n) = C M_1^{a_1} M_2^{a_2} \ldots M_n^{a_n} \tag{5}$$

unde C este o constantă.

Se ştie, de exemplu, că lucrul mecanic $\mathfrak{L}$ al unei forţe, este o funcţie de forţa F şi de deplasarea d a punctului ei de aplicaţie. De asemenea se constată că dacă în locul valorilor (F', d'), considerăm valorile (F'', d'') de K_1 respectiv de K_2 ori mai mici, atunci

$$\mathfrak{L}(F', d') = K_1 K_2 \mathfrak{L}(F'', d'').$$

Deci după (5) rezultă:

$$\mathfrak{L}(F, d) = CFd$$

unde unităţile, în mod obişnuit, se aleg în aşa fel încît $C = 1$.

4. Fie acum un invariant dat de o ecuaţie funcţională de forma:

$$L(X_1, X_2, \ldots, X_n) = L^{\gamma}(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{6}$$

unde

$$\gamma = K_1^{a_1} K_2^{a_2} \ldots K_n^{a_n}.$$

Dacă se consideră

$$E(X_1, X_2, \ldots, X_n) = \log_a L(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

atunci (6) se reduce, prin logaritmare, la un invariant relativ de forma (4) şi deci legea care leagă mărimile M_i va fi

$$L(M_1, M_2, \ldots, M_n) = a^{C M_1^{a_1} M_2^{a_2} \ldots M_n^{a_n}} \tag{7}$$

unde C este o constantă.

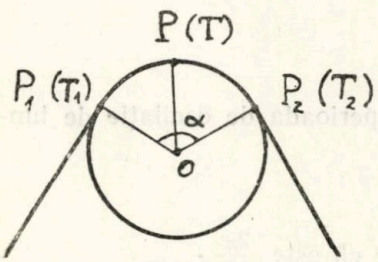


Fig. 1.

5. Ca aplicaţie să studiem frecarea firului pe un disc circular cu unghiul de înfăşurare α şi coeficientul de frecare f.

Raportul tensiunilor din cele două puncte extreme ale înfăşurării P_1 şi P_2 trebuie să fie funcţie de unghiul α

$$\frac{T_1}{T_2} = \varphi(\alpha). \tag{8}$$

Dacă se mai consideră punctul P, care împarte $\sphericalangle \alpha$ în două părți egale, în care tensiunea este T, atunci se poate scrie în mod asemănător

$$\frac{T_1}{T} = \varphi\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\frac{T}{T_2} = \varphi\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Deci $\varphi(\alpha)$ satisface ecuația funcțională:

$$\varphi(\alpha) = \varphi^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tag{9}$$

ceea ce înseamnă că este un invariant de forma (6) a cărui soluție este:

$$\varphi(\alpha) = a^{C\alpha}.$$

Considerînd baza logaritmelor e obținem: $\varphi(\alpha) = e^{C\alpha}$.

Avem astfel:

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{C\alpha}. \tag{10}$$

Printr-o experiență se poate determina C punîndu-se în evidență că $C = f$ (coeficientul de frecare).

6. Să considerăm acum un sistem de scripeți exponențiali ca în figură, și să determinăm funcția

$$\psi(n) = \frac{P_1}{Q} \tag{11}$$

n fiind numărul scripeților mobili.

Dacă se consideră un divizor p a lui n și se împart scripeții mobili în grupe de cîte p, atunci se poate scrie

$$\frac{P_1}{R_1} = \frac{R_1}{R_2} = \ldots\ldots = \frac{R_{p-2}}{R_{p-1}} = \frac{R_{p-1}}{R_p} = \psi\left(\frac{n}{p}\right)$$

P_1, ca în figură, tensiunea, în firul de sus, iar R_i tensiunea în firul imediat după grupa i.

Se observă că:

$$\psi(n) = \psi^p\left(\frac{n}{p}\right). \tag{12}$$

S-a ajuns astfel tot la un invariant de forma (6) a cărui soluție este

$$\psi(n) = a^{Cn}.$$

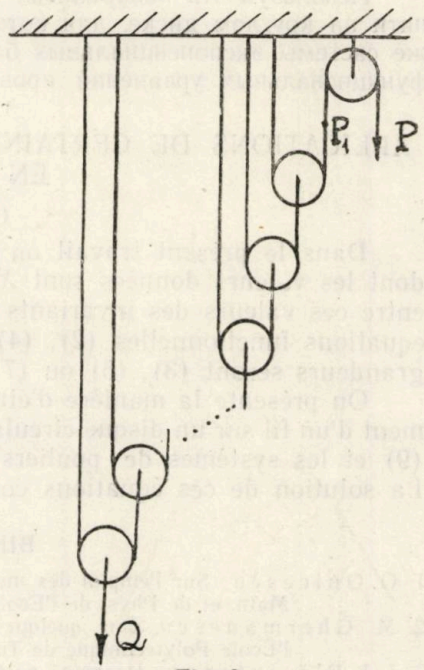


Fig. 2.

Ținînd seama că, în cazul firelor flexibile și a înlăturării frecărilor pe axe, avem :

$$P=P_1 \quad \text{și} \quad \psi(1)=a^c=\frac{1}{2}, \quad \text{rezultă} \quad P=\frac{Q}{2^n}. \tag{13}$$

Dacă se ține seama de inflexibilitatea firului și de frecările pe axe atunci avem :

$$\psi(1)=\frac{\xi}{1+\xi} \qquad (\xi \geqq 1)$$

$$P=\xi P_1$$

și deci :

$$P=\frac{\xi^{n+1}}{(1+\xi)^n}Q. \tag{13'}$$

ПРИМЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИИ В МЕХАНИКЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе дается система величин M_i данных их значениями X_i, x_i, и т. д. Если между этими значениями можно выявить инварианты разных категорий, данные функциональными уравнениями (2), (4) или (6), законы связи между величинами будут (3), (5) или (7).

Используя эти инварианты, указываются как можно изучить трение нити на круглом диске, для которого определяется инвариант (9), а также системы экспоненциальных блоков с инвариантом (12). Решение этих функциональных уравнений проводит к известным в механике законам.

APLICATIONS DE CERTAINES ÉQUATIONS FUNCTIONNELLES EN MÉCANIQUE

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail on considère un systéme de grandeurs M_i, dont les valeurs données sont X_i, x_i, etc. Si l'on peut mettre en évidence entre ces valeurs des invariants de différentes catégories donnés par les equations functionnelles (2), (4) ou (6), les lois de liaison entre les grandeurs seront (3), (5) ou (7).

On présente la manière d'étudier, à l'aide de ces invariants, le frottement d'un fil sur un disque circulaire pour lequel on a déterminé l'invariant (9) et les systèmes de pouliers exponnentiels avec l'invariant (12)-s. La solution de ces équations conduit à des lois, connues en mécanique.

BIBLIOGRAFIE

1. O. Onicescu: Sur l'emploi des methodes fonctionnelles dans la mécanique, Buli. de Math. et de Phys. de l'Ecole Polytechnique, Bucarest, vol. I, p. 33, 1929.
2. M. Ghermănescu, Sur quelques équations fonctionnelles, Bull. Scientifique de l'Ecole Polytechnique de Timișoara, t. 11, fasc. 3—4, 1944.
3. I. I. Plăcinţeanu, *Mecanică vectorială și analitică*, Ed. tehnică 1958.
4. A. Stoenescu și Gh. Silaș, *Curs de mecanică teoretică*, Ed. tehnică 1957.

POZIȚIILE CENTRULUI DE PERCUȚIE A UNEI PLĂCI PLANE

DE

GH. SILAȘ, M. RADOI, I. GROȘANU, L. BRINDEU

Comunicare prezentată în sesiunea VII de comunicări științifice a cadrelor didactice din 28—29 noiembrie 1959

1. Să considerăm un corp mobil în jurul unei axe OO_1, articulată în punctele O și O_1, și să raportăm acest corp la sistemul $Oxyz$, astfel ales ca OO_1 să fie axa Ox, iar planul xOy să conțină centrul de greutate G al corpului.

Dacă în punctul $A(x_A, y_A, z_A)$ se aplică o percuție exterioară $\bar{P}$, atunci vor apărea în punctele O și O_1 percuțiile de legătură $\bar{P}'$ și $\bar{P}''$.

Pentru ca percuțiile $\bar{P}'$ și $\bar{P}''$ să fie nule, e necesar să fie îndeplinite condițiile:

$$I_{xz}=0 \tag{1}$$

iar percuția $\bar{P}$ aplicată corpului să fie perpendiculară pe planul xOy și aplicată într-un punct $A(x_A, y_A, z_A)$, numit centru de percuție, de coordonate

$$x_A=\frac{I_{xy}}{My_G} \qquad y_A=\frac{I_x}{My_G} \tag{2}$$

2. Considerînd în particular o placă în planul xOy, atunci condiția (1) este identic verificată și centrul de percuție este dat de relațiile (2).

In lucrarea de față vom studia distribuția centrelor de percuție a unei plăci plane cînd axa de rotație Ox are toate pozițiile trecînd prin O.

3. Fie placa (S) raportată la axele principale centrale de inerție, pentru care elipsa centrală de inerție

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \tag{3}$$

se presupune cunoscută.

Să găsim centrul de percuție $A(x, y)$ atunci cînd placa se rotește în jurul unei axe $O\xi$ din plan, ce trece prin punctul $O(X, Y)$ și care face cu axa Ox un unghi φ ($\sphericalangle Gx, O\xi=\varphi$).

Față de sistemul $\xi O\eta$ coordonatele unui punct $M(x, y)$ sînt:

$$\begin{aligned}\xi &= (x-X)\cos\varphi+(y-Y)\sin\varphi\\ \eta &= -(x-X)\sin\varphi+(y-Y)\cos\varphi\end{aligned} \tag{4}$$

și deci pentru centrul de greutate G:

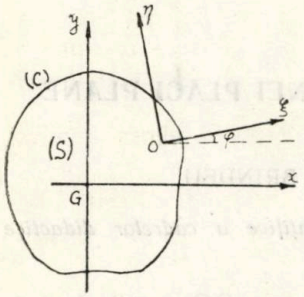


Fig. 1.

$$\begin{aligned}\xi_G &= -X\cos\varphi-Y\sin\varphi\\ \eta_G &= X\sin\varphi-Y\cos\varphi.\end{aligned} \tag{4'}$$

Coordonatele centrului de percuție față de axele $\xi O\eta$ sînt:

$$\begin{aligned}\xi_A &= \frac{I_{\xi\eta}}{M\eta_G}\\ \eta_A &= \frac{I_\xi}{M\eta_G}\end{aligned} \tag{2'}$$

unde

$$I_\xi = M[(b^2+Y^2)\cos^2\varphi+(a^2+X^2)\sin^2\varphi-2XY\sin\varphi\cos\varphi] \tag{5}$$

$$I_{\xi\eta} = M[(-a^2+b^2-X^2+Y^2)\sin\varphi\cos\varphi+XY(\cos^2\varphi-\sin^2\varphi)].$$

Notînd $\operatorname{cotg}\varphi = K$ și ținînd seama de (4) și (4'), relațiile (2') devin:

$$\begin{aligned}&(b^2+Yy)K^2-(Xy+Yx)K+a^2+Xx=0\\ &xYK^2+(b^2-a^2-Xx+Yy)K-Xy=0.\end{aligned} \tag{6}$$

unde x și y sînt coordonatele centrului de percuție A, în raport cu sistemul de axe xGy.

Sistemul de ecuații (6) se poate scrie mai simplu astfel

$$\begin{aligned}x-Ky &= \frac{a^2+b^2K^2}{YK-X}\\ Kx+y &= \frac{(a^2-b^2)K}{YK-X}\end{aligned} \tag{6'}$$

și dacă se rezolvă se găsesc coordonatele centrului de percuție

$$\begin{aligned}x &= -\frac{a^2}{X-KY}\\ y &= \frac{Kb^2}{X-KY}.\end{aligned} \tag{7}$$

Din formulele (7) se vede dacă axa $O\xi$ trece prin punctul $G\left(\operatorname{cotg}\varphi = K = \frac{X}{Y}\right)$ atunci centrul de percuție este la infinit, adică nu există.

4. Să presupunem că axa $O\xi$ ia diferite poziţii ce trec prin O şi să căutăm locul geometric al centrelor de percuţie.

Folosind relaţiile (7) se găseşte că acest loc geometric este dreapta

$$\frac{Xx}{a^2}+\frac{Yy}{b^2}+1=0. \tag{8}$$

Dacă se consideră punctul $O'(-X, -Y)$ simetric cu punctul $O(X, Y)$ în raport cu centrul de greutate G al plăcii; atunci se vede că dreapta (8) este chiar polara punctului O' în raport cu elipsa centrală de inerţie. Rezultă că locul geometric al centrelor de percuţie corespunzătoare axei $O\xi$ ce ia diferite poziţii trecînd prin O este polara punctului O' faţă de elipsa centrală de inerţie.

Ţinînd cont de relaţiile (7) găsim că centrul de percuţie corespunzător unui unghi φ se găseşte şi pe dreapta

$$y=-\frac{Kb^2}{a^2}x \tag{9}$$

care este chiar ecuaţia diametrului conjugat direcţiei $O\xi$.

Am ajuns astfel la următorul rezultat: centrul de percuţie al unei direcţii $O\xi$ se găseşte la intersecţia polarei punctului O' simetric cu O faţă de G şi diametrul conjugat direcţiei $O\xi$ în raport cu elipsa centrală de inerţie.

5. Fie

$$F(x, y)=0. \tag{10}$$

Ecuaţia conturului (C) al plăcii.

Poziţiile limită ale centrului de percuţie se vor găsi la intersecţia curbei (C) cu dreapta centrelor de percuţie şi sînt date de ecuaţia:

$$F\left[x, -\frac{b^2}{Y}\left(\frac{Xx}{a^2}+1\right)\right]=0 \tag{11}$$

Dacă ecuaţia (11) are rădăcini imaginare înseamnă că pentru axele ce trec prin punctul $O(X, Y)$ nu există centre de percuţie.

Să presupunem că dreapta centrelor de percuţie intersectează curba (C) în două puncte $A_1(x_1, y_1)$ şi $A_2(x_2, y_2)$; atunci din (9) se găsesc valorile corespunzătoare K_1 şi $K_2 (K_1 < K_2)$.

Din relaţiile (7) se observă că pentru $K \to \infty$ centrul de percuţie este $A\left(0, -\frac{b^2}{Y}\right)$.

Din acestea rezultă că pentru axele cărora le corespund centre de percuţie situate pe segmentul A_1A_2 trebuie să fie verificate simultan condiţiile:

$$K_1 \leqq K \leqq K_2 \quad \text{şi} \quad F(0, 0)F\left(0, -\frac{b^2}{Y}\right)<0$$

sau (12)

$$K \leqq K_1 \quad \text{ori} \quad K \geqq K_2 \quad \text{şi} \quad F(0, 0)F\left(0, -\frac{b^2}{Y}\right)>0$$

In particular dacă ecuaţia (11) are o rădăcină dublă, atunci există o singură direcţie pentru care avem un centru de percuţie pe placă.

6. Să considerăm o placă $ABCD$, de formă dreptunghiulară ($AB = 2\alpha$, $BC = 2\beta$) şi să studiem distribuţia centrelor de percuţie.

Ţinînd seama că avem

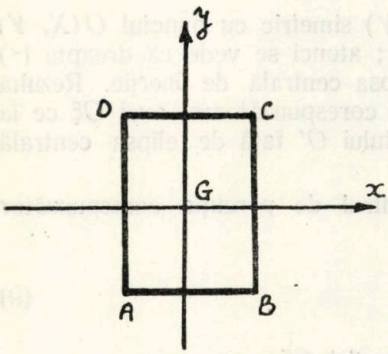


Fig. 2.

$$a^2 = \frac{\alpha^2}{3}$$

$$b^2 = \frac{\beta^2}{3}$$

dreapta centrelor de percuţie relativ la punctul $O(X, Y)$ este

$$\frac{3Xx}{a^2} + \frac{3Yy}{b^2} + 1 = 0.$$

Dacă alegem punctul O astfel ca

$$-1 \leqq \frac{\alpha}{\beta} \frac{3Y \pm \beta}{3X} \leqq 1$$

atunci dreapta centrelor de percuţie intersectează pe AB şi CD, deci se poate lua

$$F(x, y) = y^2 - \beta^2 = 0.$$

Rezolvînd sistemul de ecuaţii (8) şi (10) coordonatele centrelor de percuţie extreme A_1 şi A_2 sînt:

$$x_{1,2} = \mp \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{3Y \pm \beta}{3X}$$

$$y_{1,2} = \pm \beta.$$

iar valorile corespunzătoare a lui K.

$$K_{1,2} = \frac{3X}{3Y \pm \beta}$$

care în condiţiile de mai sus satisfac inegalităţile

$$-\frac{\beta}{\alpha} \leqq \frac{1}{K_{1,2}} \leqq \frac{\beta}{\alpha}$$

Avînd în vedere că

$$F(0, 0)\, F\left(0, -\frac{b^2}{Y}\right) = \frac{\beta^4}{Y^2}\left(Y^2 - \frac{\beta^2}{9}\right)$$

rezultă pentru K valorile

$$K_1 \leqq K \leqq K_2 \quad \text{dacă} \quad -\frac{\beta}{3} < Y < \frac{\beta}{3}$$

şi

$$\begin{matrix} K \leqq K_1 \\ K \geqq K_2 \end{matrix} \quad \text{dacă} \quad Y < -\frac{\beta}{3} \quad \text{sau} \quad Y > \frac{\beta}{3}$$

ПОЛОЖЕНИЯ УДАРНОГО ЦЕНТРА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе изучается распределение ударных центров для плоской пластины тогда, когда ось вращения занимает все положения проходящие через неподвижную точку O пластины.

Ударный центр находится в пересечении прямых (8) и (9) : полярная точки симметричной O по отношению к центру тяжести G и сопряженный диаметр оси вращения по отношению к центральному инерционному элипсу пластины.

После этого определяются направления, для которых существуют ударные центры на пластине. Условия, которые должны быть выполнены являются (12).

LES POSITIONS DU CENTRE DE PERCUTION D'UNE PLAQUE PLANE

(RÉSUMÉ)

Les auteurs du présent travail étudient la distribution des centres de percution d'une plaque plane, quand l'axe de rotation ocuppe toutes les positions qui passent par un point fixe O de la plaque.

Le centre de percution se trouve à l'intersection des droites (8) et (9); la polaire du point symétrique au point O par rapport au centre de gravité G et le diamètre conjugué de l'axe de rotation par rapport à l'élipse centrale d'inertie de la plaque.

Puis on déterminé les directions pour lesquelles il existe sur la plaque des centres de percution. Les conditions à satisfaire sont (12).

BIBLIOGRAFIE

1. V. Vîlcovici, St. Bălan, R. Voinea; *Mecanică teoretică,* Ed. Tehnică 1959
2. G. Vrînceanu; *Geometrie analitică şi proiectivă,* Ed. Tehnică 1954.
3. A. Stoenescu şi G. Silaş. *Curs de mecanică teoretică.* Ed. Tehnică 1957.

ASUPRA CIOCNIRII CENTRICE A TREI SFERE

DE

GH. SILAŞ şi I. GROŞANU

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Intr-o lucrare anterioară [2] am studiat viteza ultimului corp v_n^1 după ciocnire, în cazul cînd masele celor n corpuri ce se ciocnesc centric sînt în progresie geometrică.

După cum se arată în lucrarea [1] o creştere a vitezei ultimului corp se obţine şi atunci cînd corpurile intermediare repetă şocul de mai multe ori asupra ultimului corp.

Să studiem acum cazul a trei sfere de mase m_1, m_2 şi m_3, cînd masele lor nu sînt în progresie geometrică, şi să căutăm relaţia ce trebuie să existe între aceste mase pentru ca corpul intermediar să repete şocul axial de mai multe ori asupra ultimului corp cît şi viteza acestui corp după ciocnire.

Convenim ca în tot restul lucrării să notăm cu v_i^j viteza corpului de masă m_i după ce s-a ciocnit de j ori cu corpurile vecine.

Punînd

$$m_2=\lambda m_1\,; \quad m_3=\mu m_1\,; \quad k_1=k_2=k$$

cu aceste notaţii găsim:

$$v_1^1=\frac{1-k\lambda}{1+\lambda}v_1\,; \quad v_2^1=\frac{1+k}{1+\lambda}v_1\,; \quad v_2^2=\frac{1+k}{1+\lambda}\cdot\frac{\lambda-k\mu}{\mu+\lambda}v_1 \tag{1}$$

$$v_3^1=\frac{(1+k)^2}{1+\lambda}\cdot\frac{\lambda}{\mu+\lambda}v_1\,; \quad v_2^3=\frac{1+k}{(1+\lambda)^2}\cdot\frac{(1-k)\lambda^2+(1-k-2\mu k)\lambda+\mu(1+k^2)}{\mu+\lambda}v_1$$

Pentru ca şocul axial între cele trei corpuri să se repete trebuie să avem îndeplinite condiţiile:

$$v_1^1>v_2^2\,; \quad v_2^3>v_3^1 \tag{2}$$

Punînd în (2) valorile corespunzătoare ale vitezelor din (1) deducem:

$$\lambda<\frac{-k(1+\mu)+\sqrt{k^2(1+\mu)^2+4k\mu(1+k+k^2)}}{2k}$$

$$\lambda<\frac{-k(1+\mu)+\sqrt{k^2(1+\mu)^2+2k\mu(1+k^2)}}{2k} \tag{3}$$

A doua inegalitate din (3) o conţine pe prima, din care cauză ea este relaţia ce trebuie să o satisfacă masele m_1, m_2 şi m_3 pentru ca ciocnirea să se repete de două ori.

Inlocuind în a doua inegalitate din (3) valorile lui λ şi μ găsim:

$$m_2 < \frac{-k(m_1+m_3)+\sqrt{k^2(m_1+m_3)^2+2km_1\cdot m_3(1+k^2)}}{2k} \tag{3'}$$

Dacă ciocnirea este elastică şi $m_1=m_3$, (3') devine:

$$m_2 < (-1+\sqrt{2})m_1 \tag{3''}$$

In mod analog pentru ca ciocnirea să se repete de n ori va trebui să avem îndeplinite următoarele condiţii:

$$v_1^n > v_2^{2n}; \quad v_2^{2n+1} > v_3^n \tag{4}$$

In cele ce urmează considerăm cazul cînd $m_1=m_3=m$

Cu această consideraţie relaţiile (1) devin:

$$\begin{gathered} v_1^1=\frac{1-k\lambda}{1+\lambda}v_1; \quad v_2^1=\frac{1+k}{1+\lambda}v_1; \quad v_2^2=\frac{(1+k)(\lambda-k)}{(1+\lambda)^2}v_1 \\ v_3^1=\left(\frac{1+k}{1+\lambda}\right)^2\lambda v_1; \quad v_2^3=\frac{(1+k)[(1-k)\lambda^2+(1-3k)\lambda+1+k^2]}{(1+\lambda)^3}v_1 \end{gathered} \tag{1'}$$

Vitezele celor trei corpuri sînt legate între ele prin relaţiile:

$$\begin{gathered} v_1^n=v_1^{n-1}-(v_1^{n-1}-v_2^{2(n-1)})\varepsilon\lambda \\ v_2^{2n-1}=v_2^{2(n-1)}+(v_1^{n-1}-v_2^{2(n-1)})\varepsilon \\ v_2^{2n}=v_2^{2n-1}-(v_2^{2n-1}-v_3^{n-1})\varepsilon \\ v_3^n=v_3^{n-1}+(v_2^{2n-1}-v_3^{n-1})\varepsilon\lambda \end{gathered} \tag{5}$$

Sistemul (5) poate fi adus la forma:

$$\begin{gathered} v_1^n=\frac{v_2^{2n+1}-av_2^n}{\varepsilon} \\ v_2^{n+3}=av_2^{n+2}+bv_2^{n+1}+cv_2^n \\ v_3^n=\frac{v_3^{2(n+1)}-av_2^{2n+1}}{\varepsilon} \end{gathered} \tag{5''}$$

Unde am notat:

$$\frac{1+k}{1+\lambda}=\varepsilon; \quad v_2^1=\varepsilon v_1=v; \quad 1-\varepsilon=a; \quad 1-\lambda\varepsilon=b; \quad \lambda\varepsilon+\varepsilon-1=c$$

Cu ajutorul relaţiilor de recurentă (5′) găsim:

$$v_2^1=v;\quad v_2^2=av;\quad v_2^3=(a^2+b)v$$

$$v_2^4=(a^3+2ab+c)v$$

$$v_2^5=(a^4+3a^2b+2ac+b^2)v$$

$$v_2^6=(a^5+4a^3b+3a^2c+3ab^2+2bc)v$$

$$v_2^7=(a^6+5a^4b+4a^3c+6a^2b^2+6abc+b^3+c^2)v$$

— — — — — — — — — — — —

$$v_1^1=bv_1$$

$$v_1^2=(a^2b+ac+b^2)v_1$$

$$v_1^3=(a^4b+a^3c+3a^2b^2+3abc+b^3+c^2)v_1$$

— — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — —

$$v_3^1=(ab+c)v_1$$

$$v_3^2=(a^3b+a^2c+2ab^2+2bc)v_1$$

$$v_3^3=(a^5b+a^4c+4a^3b^2+6a^2bc+3ab^3+2vc^2+3b^2c)v_1$$

— — — — — — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — — — — — —

Continuînd în acest mod este greu de calculat viteza v_3^n din care cauză determinăm mai înainte viteza corpului intermediar, ţinînd seama că şirul vitezelor acestui corp este un şir recurent de ordinul trei, cu ecuaţia caracteristică:

$$q^3-aq^2-bq-c=0 \tag{6}$$

Urmează de aici că v_2^n va fi de forma:

$$v_2^n=Aq_1^{n-1}+Bq_2^{n-1}+Cq_3^{n-1} \tag{7}$$

In relaţia (7) q_1, q_2, q_3, sînt rădăcinile ecuaţiei (6) iar A, B, C constante care se determină din sistemul:

$$\begin{aligned} A+B+C&=v_2^1\\ Aq_1+Bq_2+Cq_3&=v_2^2\\ Aq_1^2+Bq_2^2+Cq_3^2&=v_2^3 \end{aligned} \tag{8}$$

Rezolvînd ecuaţia (6) şi sistemul (8) găsim:

$$q_1=1;\quad q_{23}=\frac{-\varepsilon\pm\sqrt{\varepsilon^2-4k}}{2};\quad A=\frac{v_1}{2+\lambda}$$

$$B=\frac{\varepsilon+k-\sqrt{\dfrac{(\varepsilon+k)^2(\varepsilon^2-4k)+4\varepsilon k^2(2+\lambda)}{\varepsilon^2-4k}}}{2(2+\lambda)}v_1$$

$$C=\frac{\varepsilon+k+\sqrt{\dfrac{(\varepsilon+k)^2\ \varepsilon^2-4k)+4\varepsilon k^2(2+\lambda)}{\varepsilon^2-4k}}}{2(2+\lambda)}v_1$$

Inlocuind aceste rezultate în (7) avem:

$$v_2^n=\frac{v_1}{(2+\lambda)2^n}\left[2^n+\left(\varepsilon+k-\sqrt{\frac{(\varepsilon+k)^2(\varepsilon-4k)+4\varepsilon k^2(2+\lambda)}{\varepsilon^2-4k}}\right)(-\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2-4k})^{n-1}+\right.$$

$$\left.+\left(\varepsilon+k+\sqrt{\frac{(\varepsilon+k)^2(\varepsilon-4k)+\varepsilon k^2(2+\lambda)}{\varepsilon^2-4k}}\right)(-\varepsilon-\sqrt{\varepsilon^2-4k})^{n-1}\right] \tag{9}$$

O dată viteza corpului intermediar determinată cu relaţiile (5′) se pot determina vitezele primului şi ultimului corp după un număr oarecare de ciocniri.

In cazul ciocnirii elastice avem:

$$v_2^n=\frac{v_1}{2+\lambda}\left\{1+\frac{1}{2(1+\lambda)^n}\left[3+\lambda+(1-\lambda)i\sqrt{\frac{2+\lambda}{\lambda}}\right](-1+i\sqrt{\lambda(2+\lambda)})^{n-1}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2(1+\lambda)^n}\left[3+\lambda-(1-\lambda)i\sqrt{\frac{2+\lambda}{\lambda}}\right](-1-i\sqrt{\lambda(2+\lambda)})^{n-1}\right\} \tag{10}$$

$$v_1^n=\frac{v_1}{2(2+\lambda)}\left\{2+\frac{1}{(1+\lambda)^{2n-1}}[(-1+i\sqrt{\lambda(2+\lambda)})^{2n}+(1+i\sqrt{\lambda(2+\lambda)})^{2n}]\right\}$$

$$v_3^n=\frac{v_1}{2\ 2+\lambda)}\left\{2+\frac{1}{(1+\lambda)^{2n}}[(-1+i\sqrt{\lambda(2+\lambda)})^{2n-1}+(-1-i\sqrt{\lambda(2+\lambda)})^{2n-1}]\right\}$$

Folosind polinoamele lui Cebişev definite de relaţiile:

$$T_n(x)=\cos(n\arccos x)=\frac{1}{2}[(x+\sqrt{x^2-1})^n+(x-\sqrt{x^2-1})^n]$$

în cazul ciocnirii elastice vitezele celor trei corpuri devin:

$$v_1^n=\frac{v_1}{2+\lambda}\left[1+(1+\lambda)\,T_{2n}\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)\right]$$

$$v_2^n=\frac{v_1}{2+\lambda}\left\{1+\frac{3+\lambda}{1+\lambda}\,T_{n-1}\left(-\frac{1}{1+\lambda}\right)+\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\sqrt{\frac{2+\lambda}{\lambda}}\left[1-T_{n-1}^2\left(-\frac{1}{1+\lambda}\right)\right]\right\} \tag{11}$$

$$v_3^n=\frac{v_1}{2+\lambda}\left[1-(1+\lambda)\,T_{2n+1}\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)\right]$$

Condiția pe care trebuie să o îndeplinească masa corpului intermediar pentru ca ciocnirea să se repete de n ori este:

$$(1+\lambda)\,T_{2n+1}\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)+(3+\lambda)\,T_{2n}\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)>(1-\lambda)\sqrt{\frac{2+\lambda}{\lambda}\left[1-T_{2n}^{2}\left(\frac{1}{1+\lambda}\right)\right]} \quad (12)$$

Presupunînd că ciocnirea se repetă de o infinitate de ori atunci avem:

$$v_3^{\infty}=\frac{v_1}{2+\lambda}\left[1-(1+\lambda)\,\theta\right]$$

unde:

$$-1\leqq\theta\leqq 1$$

cînd

$$\theta=1 \quad (13)$$

$$v_3^{\infty}=\frac{\lambda v_1}{2+\lambda}<v_1$$

iar cînd

$$\theta=-1$$

$$v_3^{\infty}=v_1$$

Deci viteza maximă pe care o poate atinge ultimul corp după ciocnirea elastică este egală cu viteza primului corp înainte de ciocnire.

О ЦЕНТРИЧЕСКОМ СОУДАРЕНИИ ТРЕХ ШАРОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе рассматриваются три шара с массами m_1, m_2 и m_3 с центрами расположенными на одной прямой, и предлагается соотношение существующее между этими массами так, чтобы промежуточное тело повторяло несколько раз ссевое соударение с последним телом.

Таким образом приходим к соотношениям (10) дающим скорость шаров после некоторого числа соударений и соотношению (12) дающему условия при которых масса промежуточного тела соударяется упруго n раз.

SUR LE CHOC CENTRAL DE TROIS SPHÈRES

(RÉSUMÉ)

On considère dans cet ouvrage trois sphères de masses m_1, m_2 et m_3 aux centres colinéaires et on cherche la relation qui doit exister entre ces masses, grâce à laquelle le corps intermédiaire répète le choc axial plusieurs fois sur le dernier corps.

Ainsi on aboutit aux relations (10) qui nous donnent les vitesses des sphères après un nombre quelconque de chocs et à la relation (12) qui nous indique la condition à laquelle la masse du corps intermédiaire doit satisfaire afin que le choc élastique se répète n fois.

BIBLIOGRAFIE

1. P Regnould, Choc de plusiers corps elastiques sous l'action de l'un d'entre eux, comment varient les vitesses finales lorsqu'on change les masses des corps intermediaires. Mecanique, 25, 167–168 (1941).
2. Gh. Silaș și I. Groșanu, Asupra ciocnirii centrice a mai multor sfere. Buletinu Stiințific și Tehnic I. P. T., Tomul 3 (17), 1958.
3. A. Ștoenescu și Gh. Silaș, *Curs de mecanică teoretică*. Editura Tehnică 1957.
4. A. I. Morcușevici, *Șiruri recurente*. 1953 Bibl. Soc. de Stiințe Mat. și Fizice din R. P. R. Ed. Tehn. Traducere din limba rusă.
5. N. N. Lebedev. *Funcții speciale și aplicațiile lor*. 1957. Ed. Tehn. Traducere din limba rusă.

ELEMENTE DE BETON SLAB ARMAT SOLICITATE EXCENTRIC

DE

I. FILIMON

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

I. DOMENIUL BETONULUI SLAB ARMAT IN CAZUL ELEMENTELOR SOLICITATE EXCENTRIC

Rolul armăturii într-un element de beton armat sau slab armat este acela de a prelua eforturile de întindere predate de beton în momentul apariției fisurilor. Problema calculului armăturii necesare pentru preluarea acestor eforturi se pune în cazul elementelor comprimate excentric cu mare excentricitate și în cazul elementelor întinse excentric cu mare și mică excentricitate. Dubla armare, care la elementele de beton armat comprimate și întinse excentric cu mare excentricitate se prevede din alte considerente decît cele arătate mai sus, nu este necesară în cazul elementelor slab armate, deoarece prin întrebuințarea acestui material urmărim economia de oțel. Elementele comprimate excentric cu mică excentricitate nu se armează, în schimb elementele întinse excentric cu mică excentricitate se armează dublu ca și elementele întinse centric.

1. Procentul maxim de armare al unui element de beton slab armat solicitat excentric

Procentul maxim de armare al unui element de beton slab armat solicitat excentric este în același timp și procentul minim de armare al unui element de beton armat solicitat excentric. Prin analogie cu încovoierea simplă ([5], [6]) acest procent de armare se deduce pe două căi :

a) Din condiția ca în momentul ruperii elementului (cînd lucrează numai betonul comprimat cu rezistența R_i și armătura întinsă la limita de curgere $\sigma_f = \sigma_c$) elementul de beton armat să poată prelua un efort (M, N) egal cu efortul pe care îl poate prelua același element fără armătură.

b) Din condiția ca în stadiul I a capacitatea de rezistență a elementului armat, să fie egală cu capacitatea de rezistență a elementului în

stadiul III (cînd lucrează numai betonul comprimat cu rezistența R_i și armătura întinsă la limita de curgere $\sigma_f = \sigma_c$).

În mod practic procentul de armare dedus din cele două condiții este același din cauză că influența armăturii în stadiul I a la aceste procente de armare este foarte mică.

În cazul compresiunii excentrice și a întinderii excentrice cu mare excentricitate (fig. 1) scriem momentele forțelor interioare și exterioare pentru cele două stadii, egalăm expresiile acestor momente și scoatem în evidență valoarea coeficientului de armare μ într-o ecuație de forma:

$$0{,}5\varepsilon_t E_b \frac{\left(\frac{x}{h}\right)}{\left(1-\frac{x}{h}\right)}\left(\frac{e_0}{h} \mp 0{,}5 \pm \frac{1}{3}\frac{x}{h}\right) - R_t\left(1-\frac{x}{h}\right)\left(\frac{e_0}{h} \pm 0{,}5\frac{x}{h}\right) -$$

$$-210\mu\frac{h_0}{h}\frac{\left(\frac{h_0}{h}-\frac{x}{h}\right)}{\left(1-\frac{x}{h}\right)}\left(\frac{e_0}{h} \pm 0{,}5 \mp \frac{a}{h}\right) = R_t\frac{x}{h}\left(\frac{e_0}{h} \mp 0{,}5 \pm 0{,}5\frac{x}{h}\right) -$$

$$-\mu\sigma_c\frac{h_0}{h}\left(\frac{e_0}{h} \pm 0{,}5 \mp 0{,}5\frac{x}{h}\right). \qquad (1)$$

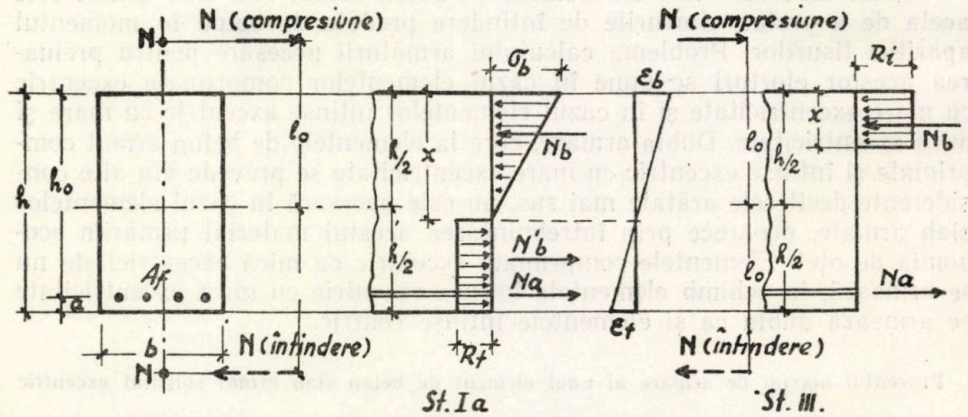


Fig. 1. Calculul unui element de beton slab armat solicitat la compresiune și întindere excentrică cu mare excentricitate.

În formula (1) valorile lui $\frac{x}{h}$ din membrul întîi sînt calculate în stadiul I a, iar valorile lui $\frac{x}{h}$ din membrul al doilea sînt calculate în stadiul III. Toate mărimile din formula (1) se iau în kg și cm. Acolo unde sînt două semne, primul se referă la compresiune excentrică, iar cel de al doilea se referă la întindere excentrică.

Pentru cazul particular B140 ($R_i = 135$ kg/cm^2), OL00 ($\sigma_c = 2\,500$ kg/cm^2 și $h_0/h = 0{,}9$, valorile procentului de armare $\mu\%$ calculate

după ecuaţia (1) sînt trecute în tabela 1 şi fig. 2. În cazul întinderii excentrice cu mică excentricitate ($e<0{,}5h-a$), după apariţia fisurilor axa neutră nu mai intersectează secţiunea şi elementul simplu armat îşi pierde stabilitatea, aşa că în acest caz se impune dubla armare. Din aceleaşi condiţii ca în cazul solicitărilor excentrice cu mare excentricitate se determină şi pentru mica excentricitate valoarea procentului de armare $\mu\%$ dat în tabela 1.

Tabela 1

Valorile procentului maxim de armare al elementelor de beton slab armat solicitate excentric, sau ale procentului minim de armare al elementelor de beton armat solicitate excentric. Caz particular B140, OL00, $h_0/h=0{,}9$

	e_0/h		0,5	1	2	3	4	∞
mare excentricitate	compresiune excentrică		0,024	0,053	0,108	0,149	0,187	0,197
	întindere excentrică		0,285	0,281	0,255	0,224	0,213	0,197
	e_0/h		0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0
mică centricitate	întindere excentrică	$\mu\%$	0,290	0,297	0,305	0,314	0,316	0,3125
		$\mu'\%$	0,00	0,078	0,156	0,243	0,273	0,3125

2. **Procentul minim de armare al unui element de beton slab armat solicitat excentric**

Ca şi în cazul încovoierii simple ([5], [6]), limita inferioară a betonului slab armat se deduce din condiţia ca distrugerea elementului să se producă prin ruperea armăturii întinse. Scriind că în stadiul I a capacitatea de rezistenţă a elementului armat este egală cu capacitatea de rezistenţă a elementului în stadiul III (cînd lucrează numai betonul comprimat cu rezistenţa R_i şi armătura întensă la limita de rupere $\sigma_f=\sigma_r$ obţinem o ecuaţie de forma ecuaţiei (1) în care σ_c se înlocuieşte cu σ_r Pentru cazul particular B140 ($R_i=135$ kg/cm^2), OL00 ($\sigma_r=5\,000$ kg/cm^2) şi $h_0/h=0{,}9$ aceste valori sînt trecute în tab. 2 şi fig. 2.

Tabela 2

Valorile procentului minim de armare al elementelor de beton slab armat solicitate excentric. Caz particular B140, OL00, $h_0/h=0{,}9$

	e_0/h		0,5	1	2	3	4	∞
mare excentricitate	compresiune excentrică		0,011	0,026	0,051	0,071	0,094	0,098
	întindere excentrică		0,136	0,134	0,122	0,107	0,102	0,098
	e_0/h		0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0
mică centricitate	întindere excentrică	$\mu\%$	0,137	0,144	0,150	0,157	0,158	0,156
		$\mu'\%$	0,00	0,039	0,078	0,121	0,137	0,156

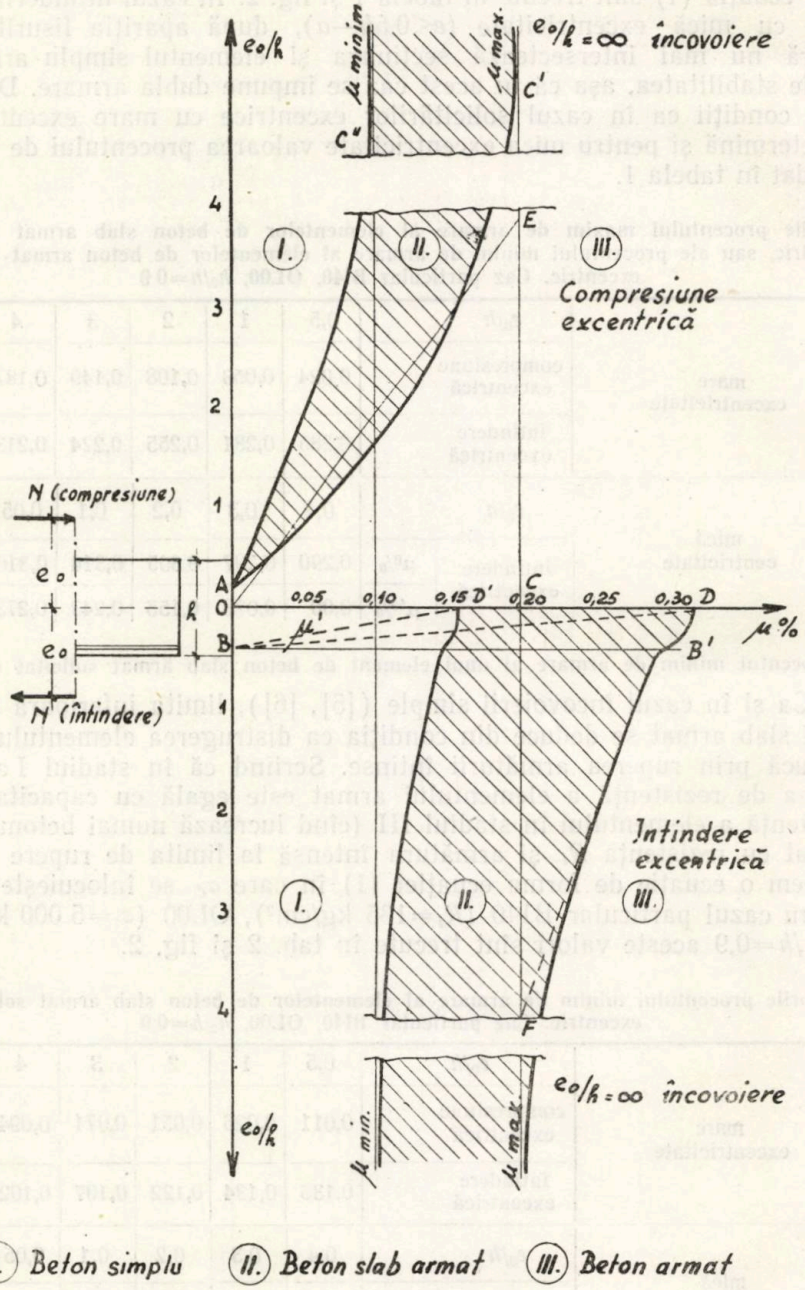


Fig. 2. Domeniul betonului slab armat în cazul elementelor solicitate excentric.

Din tabelele 1 şi 2 şi din graficul fig. 2 se poate constata că procentul minim de armare în cazul elementelor de beton armat comprimate şi întinse excentric cu mare excentricitate nu este acelaşi cu procentul minim de armare din cazul elementelor încovoiate, aşa cum admit normele oficiale pentru calculul elementelor de beton armat: STAS 1546-50 şi N şi TU 123-55. In realitate procentul minim de armare în cazul elementelor solicitate excentric variază o dată cu excentricitatea e_0/h şi anume valorile lui $\mu\%_{min}$ în cazul compresiunii excentrice sînt mai mici decît în cazul încovoierii simple şi variază de la zero ($e_0/h=0{,}166$) pînă la valoarea lui $\mu\%_{min}$ obţinută pentru elementele încovoiate ($e_0/h=\infty$), iar în cazul întinderii excentrice sînt mai mari şi variază de la valoarea lui $\mu\%_{min}$ obţinută pentru încovoierea simplă ($e_0/h=\infty$) pînă la valoarea lui $\mu\%_{min}$ obţinută pentru cazul întinderii centrice ($e_0/h=0$). Acest lucru are o mare importanţă în ceea ce priveşte economia de oţel în cazul elementelor masive comprimate excentric care se întîlnesc foarte frecvent în construcţii şi care pot fi armate cu procente de armare mai mici decît cele prevăzute de normele oficiale pentru calculul elementelor de beton armat. Pe de altă parte procentele minime de armare admise de norme pentru elementele de beton armat întinse excentric sînt prea mici, nu sînt în concordanţă cu ipotezele de calcul admise de aceste norme deoarece în momentul fisurării elementului acesta se distruge brusc prin ruperea armăturii întinse.

II. FISURAREA ELEMENTELOR DIN BETON SLAB ARMAT

Pentru a putea studia comportarea şi calculul elementelor de beton slab armat este necesar să ne referim mai întîi la cele două limite ale sale: betonul simplu şi betonul armat. Avînd în vedere că rezistenţa la întindere a betonului R_t este mică în raport cu rezistenţa la compresiune, folosirea elementelor din beton simplu supuse la întindere centrică şi excentrică nu este economică şi nu se recomandă. Elementele comprimate excentric din beton simplu se întrebuinţează destul de des în construcţiile masive ca: ziduri de sprijin, fundaţii, baraje, ecluze etc.

1. Calculul elementelor din beton simplu supuse la compresiunea excentrică

La noi în ţară nu sînt norme de calcul pentru elementele de beton simplu solicitate excentric, singura lucrare în acest domeniu fiind anteproiectul de standard întocmit în 1958 de către I.P.C.I. „Proiectarea construcţiilor de beton slab armat şi beton simplu", anteproiect care nu dă însă nici o indicaţie pentru calculul acestor elemente. Normele sovietice N şi TU 123-55, [11] ocupîndu-se de calculul elementelor de beton simplu, prevăd două cazuri de solicitare şi de calcul:

a) Elemente comprimate excentric cu mică excentricitate la care ruperea se produce prin distrugerea zonei comprimate şi are loc cînd:

$$S_b < 0{,}8\, S_0 . \qquad (2)$$

b) Elemente comprimate excentric cu mare excentricitate la care ruperea se produce prin distrugerea zonei întinse și are loc cînd :

$$S_b \leqq 0{,}8\, S_0 . \tag{3}$$

Luînd ca bază ipotezele admise de normele N și TU 123-55 și calculînd poziția axei neutre pentru diferite valori ale lui e_0/h se ajunge la concluzia că atunci cînd $e_0/h \geqq 0{,}5$, deci forța N iese din limitele secțiunii, elementul se distruge prin fisurarea (ruperea) zonei întinse. Pentru această valoare a lui e_0/h corespunde însă o poziție a axei neutre $x/h = 0{,}67$ și un raport $S_b/S_0 = 0{,}89$. De asemenea se ajunge la concluzia că la o valoare $x/h \cong 0{,}9$, deci un raport $S_b/S_0 = 0{,}99$, ruperea se produce prin distrugerea zonei comprimate .

Avînd în vedere aceste limite înseamnă că atunci cînd avem satisfăcută inegalitatea :

$$S_b > 0{,}99\, S_0 , \tag{4}$$

ruperea elementelor de beton simplu comprimate excentric se produce prin distrugerea zonei comprimate.

Cînd S_b este cuprins între valorile :

$$0{,}89 S_0 \leqq S_b \leqq 0{,}99\, S_0 , \tag{5}$$

ruperea elementelor se produce începînd cu fisurarea betonului din zona întinsă, dar se termină și este determinată de distrugerea betonului din zona comprimată.

Cînd avem satisfăcută inegalitatea :

$$S_b < 0{,}89\, S_0, \tag{6}$$

ruperea se produce datorită fisurării zonei întinse a betonului.

Aceste trei cazuri de rupere stabilite de noi au fost verificate pe cale experimentală pe cîteva din elementele a căror rezultate sînt trecute în tabela 3.

Avînd cazurile de rupere stabilite, calculul elementelor de beton simplu se poate face luînd ca bază ipotezele admise de normele N și TU 123-55, cu observația că în cazul cînd ruperea se produce datorită fisurării zonei întinse de beton trebuie să se țină seama de plasticizarea parțială a zonei întinse de beton, care depinde atît de înălțimea secțiunii h cît și de excentricitatea e_0/h. Valoarea forței de fisurare în acest caz va fi :

$$N_f = k_e b h R_t \frac{2\xi - 1}{1 - \xi} , \tag{7}$$

unde $\xi = \frac{x}{h}$ se poate obține din formula :

$$0{,}166\,\xi^3 - 0{,}5\,\xi^2 - \left(2\,\frac{e_0}{h} - 0{,}5\right)\xi + \frac{e_0}{h} = 0, \tag{8}$$

Tabela 3

Valorile experimentale şi teoretice ale forţei de fisurare N_f şi ale forţei de rupeere N_r pentru elementele comprimate excentric

Nr.	Tipul probei	$\mu\% = 100\frac{A_f}{bh_0}$	N_f exp. kg	N_f teor. (11) kg	$\frac{3-4}{3}100$	N_r exp. kg	N_r teor. (19) kg	$\frac{6-7}{6}100$
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	S01	0	1 950	1 880	+ 3,60	1 950	—	—
2	S02	0	3 200	3 200	0,00	3 200	—	—
3	S03	0	8 750	8 650	+ 1,14	8 750	—	—
4	S11	0,051	1 950	1 960	− 0,51	1 000	920	+8,00
5	S12	0,051	3 500	3 300	+ 5,70	1 800	1 720	+4,45
6	S13	0,051	9 250	8 700	+ 5,40	10 500	11 300	−8,55
7	S21	0,103	2 200	2 600	+ 6,35	1 700	1 750	+2,94
8	S22	0,103	3 600	3 420	+ 5,00	3 000	3 070	−3,33
9	S23	0,103	10 000	9 000	+10,00	16 000	15 630	+2,31
10	S31	0,155	2 150	2 160	− 0,46	2 300	2 310	−0,43
11	S32	0,155	3 700	3 540	+ 4,33	3 800	4 070	−7,11
12	S33	0,155	9 250	9 250	0,00	19 000	18 600	+2,14
13	S41	0,205	2 500	2 260	+ 9,60	2 850	2 950	−3,50
14	S42	0,205	4 000	3 360	+ 8,50	5 500	5 100	+7,27
15	S43	0,205	11 000	9 350	+15,00	21 500	21 080	+1,95
16	S51	0,256	2 400	2 350	+ 2,08	3 500	3 320	+5,15
17	S52	0,256	4 200	3 770	+ 9,75	6 500	6 170	+5,09
18	S53	0,256	11 000	9 500	+13,63	23 500	23 220	+1,19
19	P01	0	1 100	1 090	+ 0,91	1 100	—	—
20	P02	0	2 100	1 990	+ 5,25	2 100	—	—
21	P03	0	8 020	7 450	+ 6,87	8 020	—	—
22	P11	0,073	1 100	1 155	− 5,00	600	560	+6,66
23	P12	0,073	2 100	2 065	+ 1,66	1 200	1 200	0,00
24	P13	0,073	7 500	7 570	− 0,93	14 500	14 230	+1,86
25	P21	0,145	1 200	1 210	− 0,84	900	930	−3,34
26	P22	0,145	2 100	2 110	− 0,47	2 000	2 000	0,00
27	P23	0,145	8 020	7 680	+ 4,00	15 500	15 270	+0,84
28	P31	0,218	1 300	1 260	+ 3,08	1 400	1 330	+5,00
29	P32	0,218	2 300	2 165	+ 5,65	2 600	2 500	+3,85
30	P33	0,218	8 750	7 780	+11,20	16 000	16 000	0,00
31	P41	0,291	1 400	1 315	+ 6,06	1 700	1 630	+4,11
32	P42	0,291	2 400	2 230	+ 7,10	3 100	3 180	−2,58
33	P43	0,291	9 000	7 850	+12,80	17 500	17 000	+2,94
34	P51	0,363	1 400	1 365	+ 2,50	1 900	2 010	−5,70
35	P52	0,363	2 400	2 290	+ 4,60	3 450	3 480	−0,87
36	P53	0,363	8 500	7 980	+ 6,10	17 500	17 730	−1,32

iar k_e este coeficientul de scară sau coeficientul de plasticizare parţială al zonei întinse de beton pentru cazul compresiunii excentrice :

$$k_e = k + (1-k)\, e^{-k^2 \cdot \frac{e_0}{h}} \tag{9}$$

unde k este coeficientul de scară al zonei întinse de beton pentru cazul încovoierii simple :

$$k = 1 - 0{,}34\,[1 - e^{-(0{,}07h - 0{,}7)}], \tag{10}$$

şi variază o dată cu înălţimea secţiunii de la $k=1$ pentru $h=10$ cm pînă la $k=0{,}66$ pentru $h=\infty$ (h se ia în cm).

2. Calculul la apariţia fisurilor al elementelor de beton armat

Calculul la apariţia fisurilor al elementelor de beton armat solicitate excentric a fost studiat în lucrările ([2], [3]) şi îl considerăm ca bază pentru limita superioară a betonului slab armat.

3. Calculul la apariţia fisurilor al elementelor de beton slab armat

Avînd în vedere că elementele întinse excentric cu mică excentricitate nu se execută din beton slab armat şi că la elementele comprimate excentric cu mică excentricitate ruperea se produce prin distrugerea zonei comprimate, singurul caz care rămîne de studiat este acela al compresiunii şi întinderii excentrice cu mare excentricitate.

Avînd ca bază fig. 1, valoarea forţei de fisurare este dată de expresia :

$$\pm N_f = k_{1e} bh R_t \frac{2\xi(1-n\mu) - 2n\mu\left(\frac{h_0}{h}+1\right)}{1-\xi}, \tag{11}$$

unde valoarea lui ξ se deduce din ecuaţia :

$$\xi^3\left(\pm 0{,}333 \mp 0{,}5\right) \pm 0{,}5\xi^2 + \left[2\frac{e_0}{h} \mp 0{,}5 + 2n\mu\left(\frac{e_0}{h} \mp 0{,}5 \pm \frac{a}{h}\right)\right]\xi - \frac{e_0}{h} - 2n\mu\frac{h_0}{h}\left(\frac{e_0}{h} \pm 0{,}5 \mp \frac{a}{h}\right) = 0 \tag{12}$$

iar valoarea coeficientului de scară k_{1e} pentru cazul elementelor de beton slab armat este :

$$k_{1e} = k_1 \pm (1-k_1)\, e^{-k_1^2 \frac{e_0}{h}} \tag{13}$$

unde k_1 este dat în graficul din fig. 3 [7].

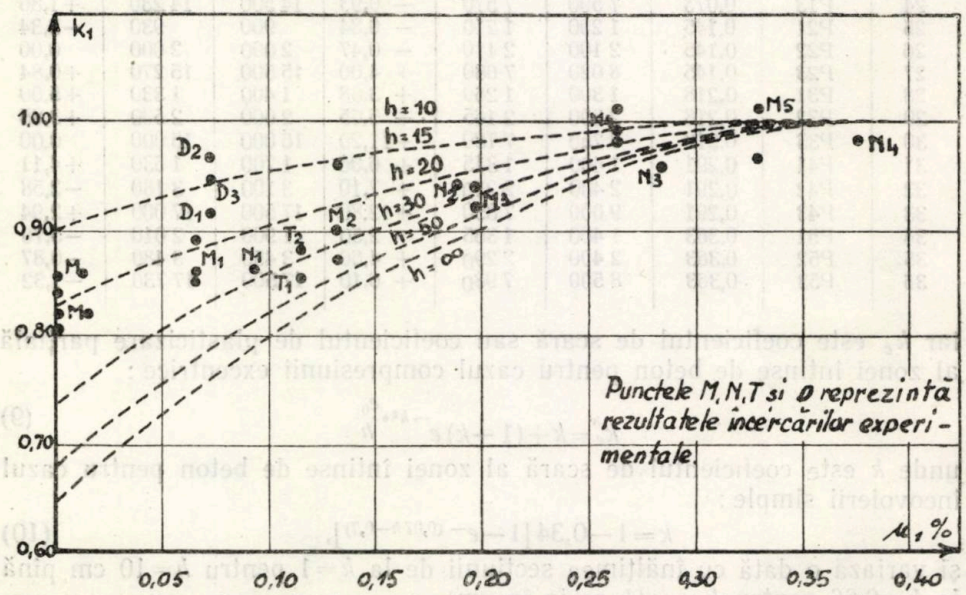


Fig 3. Valorile coeficientului k_1 la diferite valori ale procentului de armare μ % şi h cm.

În formulele (11), (12) şi (13) primul semn se referă la compresiune excentrică, iar cel de al doilea semn se referă la întindere excentrică.

III. RUPEREA ELEMENTELOR DE BETON SLAB ARMAT SOLICITATE EXCENTRIC

Ruperea elementelor din beton slab armat solicitate la compresiune şi întindere excentrică cu mare excentricitate se produce prin distrugerea betonului comprimat indiferent de excentricitatea forţei N, efortul unitar în armătura întinsă fiind mai mare decît limita de curgere $\sigma_f > \sigma_c$. Valoarea acestui efort în momentul ruperii elementului depinde nu numai de procentul de armare, ca în cazul încovoierii, ci şi de valoarea forţei axiale N. Cazul întinderii excentrice cu mică excentricitate nu se întîlneşte la asemenea elemente din motivele arătate mai sus. Avînd ca bază ipotezele din fig. 1, prin analogie cu calculul elementelor încovoiate [6], poziţia axei neutre rezultă din ecuaţia de proiecţii :

$$x = \frac{A_f \pm \frac{cN}{\sigma_f}}{bh_0} \frac{\sigma_f}{R_i} h_0 = \alpha h_0 \tag{14}$$

unde :

$$\alpha = \mu \frac{\sigma_f}{R_i} \pm \frac{cN}{bh_0 R_i} = \mu \frac{\sigma_f}{R_i} \pm n_1 \tag{15}$$

şi :

$$n_1 = \frac{cN}{bh_0 R_i}. \tag{16}$$

Din ipoteza secţiunilor plane avem

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{bi} \frac{1-\alpha}{\alpha}. \tag{17}$$

Eliminînd pe α din ecuaţiile (15) şi (17), rezultă expresia efortului unitar în armătura întinsă :

$$\sigma_f = \frac{\varepsilon_{bi} \mp (\varepsilon_a + \varepsilon_{bi}) n_1}{\mu (\varepsilon_a + \varepsilon_{bi})} R_i. \tag{18}$$

Ecuaţia (18) reprezintă o iperbolă C în axele de coordonate $\sigma_f - \varepsilon_a$, a cărei intersecţie cu curba eforturi-deformaţii a oţelului folosit ne dă valoarea reală a efortului unitar în armătură întinsă în momentul ruperii elementului (fig. 4).

Pentru o marcă de oţel şi beton dată se vede că valoarea efortului σ_f depinde de procentul de armare μ şi de valoarea n_1.

In formulele (14—18) primul semn se referă la compresiune excentrică, iar cel de al doilea semn se referă la întindere excentrică. Se poate observa că pentru aceeaşi valoare a lui n_1 efortul σ_f în cazul compresiunii excentrice este mai mic decît în cazul încovoierii (cînd $n_1 = 0$), iar în cazul

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

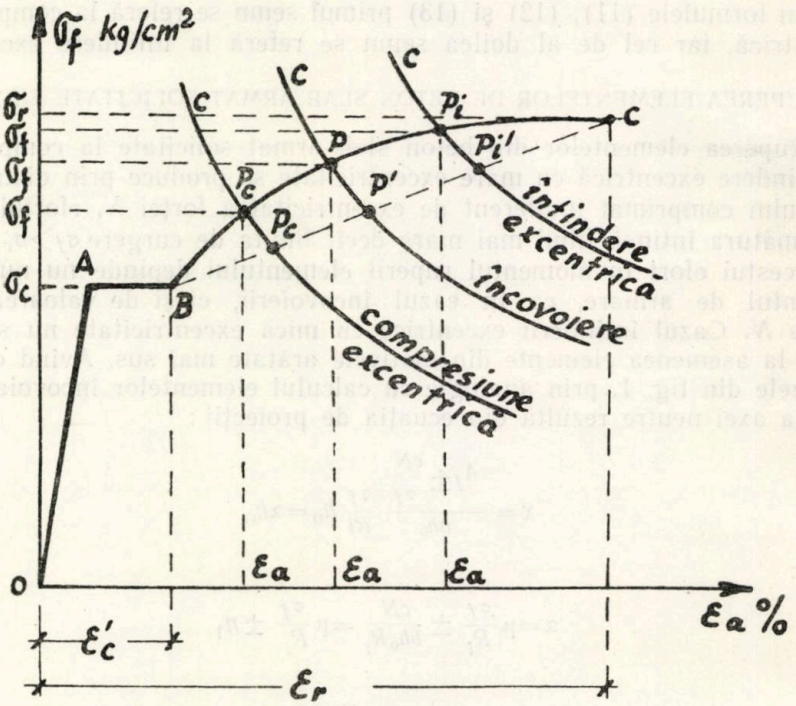


Fig. 4. Efortul unitar în armatura întinsă în cazul solicităților excentrice.

întinderii excentrice este mai mare decît în cazul încovoierii. In mod similar cu calculul elementelor de beton armat, valoarea σ_f poate fi intabulată în funcție de n_1 și μ, sau valoarea lui n_1 în funcție de μ și diferite valori ale lui σ_f. Cunoscînd valoarea efortului unitar în armătură întinsă, din ecuația de momente în raport cu rezultanta N_a obținem valoarea forței de rupere :

$$cNe = R_i b h_0^2 \alpha (1 - 0{,}5\alpha). \tag{19}$$

IV. LUCRARI EXPERIMENTALE

Pentru verificarea presupunerilor teoretice au fost încercate la laboratorul comun de Beton Armat al Institutului Politehnic Timișoara și al Ministerului Construcțiilor — Baza I.P.C.M.C. Timișoara un număr de 42 elemente constituind trei tipuri de stîlpi și prisme solicitate la compresiune și întindere excentrică.

Primul tip S se compune din șase serii a cîte trei stîlpi fiecare, cu secțiunea transversală de 20/30 cm și 2,00 m lungime ; stîlpii au fost încercați la compresiune excentrică.

Al doilea tip P se compune din şase serii a cîte trei prisme fiecare cu secţiunea transversală de 15/20 cm şi 1,00 m lungime; prismele au fost încercate la compresiune excentrică.

Excentricitatea cu care s-a aplicat forţa la aceste elemente a avut următoarele valori:

Stîlpii Si1 $(i=0\div5)$: $e_{0/h}=1{,}5$ Prismele Pi1 $(i=0\div5)$: $e_{0/h}=1{,}375$

Stîlpii Si2 $(i=0\div5)$: $e_{0/h}=1{,}0$ Prismele Pi2 $(i=0\div5)$: $e_{0/h}=0{,}875$

Stîlpii Si3 $(i=0\div5)$: $e_{0/h}=0{,}5$ Prismele Pi3 $(i=0\div5)$: $e_{0/h}=0{,}375$

Al treilea tip Pt constă din trei serii a cîte două prisme de aceleaşi dimensiuni cu tipul doi, încercate la întindere excentrică. Procentul de armare $\mu\%$ a fost diferit la fiecare serie în parte variind de la $\mu\%=0$ (elemente de beton simplu) pînă la procente de armare ce se situează în domeniul betonului armat.

Tabela 4

Valorile experimentale şi teoretice ale forţei de fisurare N_f şi ale forţei de rupere N_r pentru elementele întinse excentric

Nr.	Tipul probei	%	N_f exp. kg	N_f teor. (11) kg	$\frac{3-4}{3}100$	N_r exp. kg	N_r teor. (19) kg	$\frac{6-7}{6}100$
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Pt21	0,145	1 100	1 150	− 4,65	750	732	−2,40
2	Pt22	0,145	1 600	1 800	−12,50	1 300	1 320	−1,54
3	Pt31	0,218	1 100	1 160	− 5,45	1 050	1 080	−2,86
4	Pt32	0,218	2 000	1 910	+ 4,50	1 900	1 900	0,00
5	Pt41	0,292	1 200	1 220	− 1,67	1 400	1 380	+1,42
6	Pt42	0,292	1 700	2 090	−17,60	2 400	2 500	−4,60

Excentricitatea forţei N la prismele Pt21, Pt31 şi Pt41 a fost $e_0/h=1$, iar la prismele Pt22, Pt32 şi Pt42 a fost $e_0/h=0{,}5$.

Rezultatele măsurătorilor precum şi calculele teoretice comparative sînt trecute în tabelele 3 şi 4 şi graficul din fig. 5. Studiind aceste rezultate putem trage următoarele concluzii:

1) Valorile teoretice ale forţei de fisurare N_f calculate după formula (11) propusă de noi sînt mai apropiate de rezultatele experimentale decît valorile teoretice calculate după teoria de calcul a elementelor de beton armat. Înseamnă că introducerea coeficientului de scară k_{1e}, prin luarea în considerare a fenomenului de plasticizarea parţială a zonei întinse de beton, ne dă un calcul mai apropiat de realitate.

2) Fenomenul de consolidare al armăturii întinse se face simţit în cazul elementelor solicitate excentric de beton slab armat, depinzînd atît

de procentul de armare, de excentricitatea e_0/h, cît şi de natura solicitării. Punctele P şi S din fig. 5 dau valorile experimentale ale lui σ_f şi ε_a obţinute prin măsurarea forţei de rupere N_r.

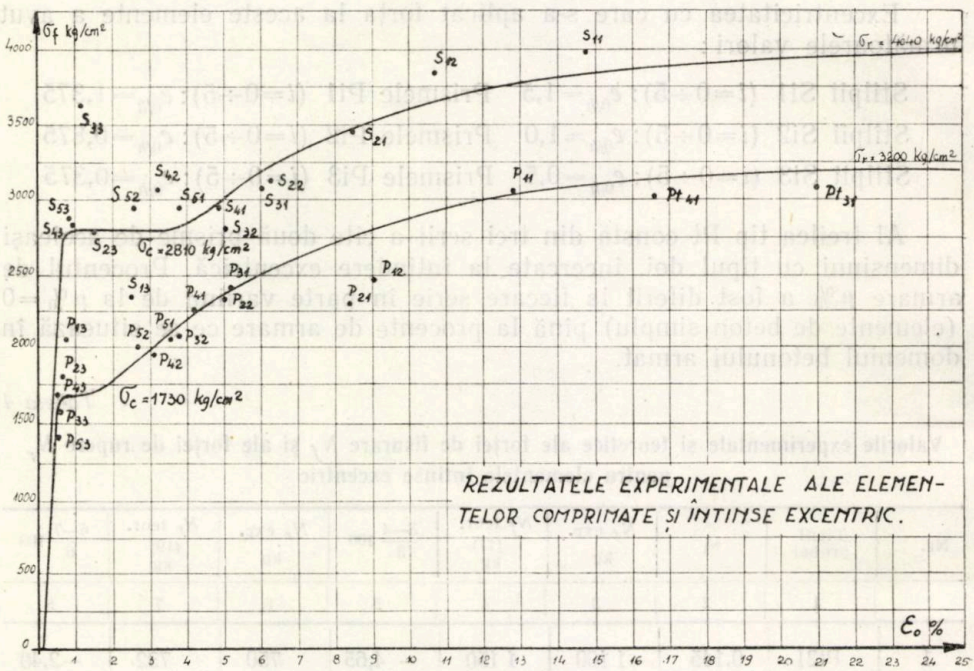


Fig. 5. Rezultatele experimentale ale elementelor comprimate şi întinse excentric.

ВНЕЦЕНТРЕННО НАГРУЖЕННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ АРМОБЕТОНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе устанавливается область армобетона в случае внецентренно нагруженных элементов для материалов используемых обычно в армобетонных строениях: мягкая сталь и бетон марок В 110 и В 200. Устанавливаются формулы для вычисления внецентренно нагруженных элементов из простого бетона и армобетона, выявляя два феномена, с которыми не считаются при расчетах железобетонных элементов, а именно:

— феномен частичной пластификации натянутой зоны бетона и его влияние на растрескивание элементов.

— феномен упрочнения растянутой арматуры и его влияния на разрыв элементов.

Даются результаты испытаний произведенных с 42 элементами, подвергнутыми сжатию и внецентренному растяжению. Эти результаты вполне подтверждают теоретические расчеты.

ÉLÉMENTS EXCENTRIQUEMENT SOLLICITÉS EN BÉTON FAIBLEMET ARMÉ

(RÉSUMÉ)

Le travail commence par l'établissement du domaine du béton faiblement armé (matériel intermédiaire entre le béton simple et le béton armé) pour le cas des éléments soumis à la compression ou à la traction excentrique et pour les matériaux courrament utilisés dans pareilles constructions : acier doux et bétons B110—B200. On établit ensuite les formules de calcul pour les éléments excentriquement sollicités en béton simple et béton faiblement armé, en mettant en évidence deux phénomènes qu'on ignore dans le calcul du béton armé :

— le phénomène de plastification partielle de la zone tendue du béton et son influence sur la fissuration des éléments ;

— le phénomène de raffermissement de l'acier après épuisement du palier de ductilité et son influence sur la rupture des éléments.

Les résultats des éssais réalisés sur 42 éléments soumis à la compression et à la traction excentrique confirment les formules de calcul proposées.

BIBLIOGRAFIE

1. N. C.-tin Avram, *Betonul armat. Proiectarea şi dimensionarea secţiunilor,* (Bucureşti, Ed. Tehnică, 1952).
2. N. C.-tin Avram şi I. Pescaru, Calculul la apariţia fisurilor al elementelor de beton armat solicitate excentric în conformitate cu STAS 1546-50 (Ind. Constr. şi a Mat. de Construcţii, nr. 6, iunie 1956.)
3. N. C-tin Avram şi I. Pescaru, Calculul elementelor de beton armat la apariţia fisurilor după metoda stărilor limită. (Buletinul ştiinţific şi tehnic al Inst. Politehnic Timişoara. Tom (15), Fascicola 2, 1956.)
4. R. Chambaud, Le calcul a la rupture par flexion de poutres en béton armé à faible pourcentage d'armature tendue (Annalles Inst. Tech. Bat. et Tr. Publics, nr. 78, 1954.)
5. I. Filimon, Calculul elementelor încovoiate din beton slab armat la apariţia fisurilor (Buletinul ştiinţific şi tehnic al Inst. Politehnic Timişoara. Tom 2 (16), Fascicola 1, 1957.)
6. I. Filimon, Asupra momentului de rupere al elementelor încovoiate din beton slab armat. (Buletinul Academiei R.P.R., Baza Timişoara, nr. 3, 1958.)
7. I. Filimon, Cîteva aspecte ale ruperii chesoanelor de beton armat supuse la încovoiere. (Ind. Constr. şi a Mat. de Constr., nr. 12, 1958, pg. 594—601.)
8. I. Filimon, *Unele probleme ale betonului slab armat.* Autoreferat al lucrării de dizertaţie. (Litografia învăţămîntului, Timişoara 1959.)
9. V. I. Muraşev, *Trescinoustoicivosti, jestcosti i procinosti jelezobetona.* (Messtroizdat, Moscova, 1950.)
10. G. D. Tiskreli, *Soprotivlenie rastogenia nearmirovanîh i armirovanîh betonov.* (Moscova, Gostroizdat, 1954.)
11. * * * Normî i tehniceskie uslovia proectirovania betonîh i jelezobetonîh construcţii. NiTU 123-55.
12. * * * STAS 1546-50. Construcţii civile şi industriale. Calculul elementelor de beton armat.

METODA GRAFICĂ PENTRU STABILIREA REPARTIZĂRII PRESIUNILOR ÎN TEREN ÎN CAZUL PROBLEMEI PLANE

DE

N. MAIOR

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Știm că, în cazul unei suprafețe în fîșie, încărcată cu o sarcină uniform distribuită p_z, efortul unitar vertical în punctul M, la adîncimea z, p_z se exprimă prin formula :

$$p_z = \frac{p_0}{\pi}[\sin(\beta_2-\beta_1)\cos(\beta_2+\beta_1)+(\beta_2-\beta_1)]. \qquad (1)$$

Unghiurile se iau pozitive dacă segmentele MA respectiv MB, față de verticala MC, se rotesc în același sens ca arătătoarele ceasornicului. Se vede din fig. 1 că pentru punctele M', dintre verticalele punctelor A și B, sensul unghiurilor β_1 și β_2 este contrar, iar pentru punctele M și M'' situate în afara verticalelor prin A și B, sensul lor este același.

Formula de sub (1) poate fi scrisă și sub forma :

$$p_z = \frac{p_0}{2\pi}(\sin 2\beta_2 + 2\beta_2) - \frac{p_0}{2\pi}(\sin 2\beta_1 + 2\beta_1). \qquad (1a)$$

Notăm :

$$p_0\frac{(\sin 2\beta_1+2\beta_1)}{2\pi} = p'_z = p_0\sigma'_z$$

$$p_0\frac{(\sin 2\beta_2+2\beta_2)}{2\pi} = p''_z = p_0\sigma''_z. \qquad (1b)$$

Cu aceste notații presiunea p_z pentru un punct M', cuprins între verticalele prin A și B va fi :

$$p_z = p'_z + p''_z \qquad (1c)$$

iar pentru punctele M' și M'', situate în afară de verticalele prin marginea fundației :

$$p_z = \mp p'_z \pm p''_z. \qquad (1d)$$

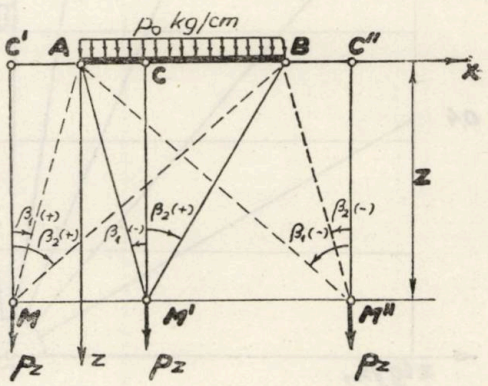


Fig. 1.

In expresia efortului unitar p_z nu este cuprins simbolul z care reprezintă adîncimea punctului considerat, deşi este evidentă dependenţa mărimii efortului de adîncime. Dependenţa dintre efortul unitar p_z şi adîncime este exprimată prin mărimea unghiurilor β_1 , β_2.

Să dăm uneia din expresiile :

$$\sigma'_z = \frac{\sin 2\beta_1 + 2\beta_1}{2\pi}$$

$$\sigma''_z = \frac{\sin 2\beta_2 + 2\beta_2}{2\pi}$$

succesiv valorile $\frac{m}{n}$ unde n este un număr întreg pe suprafaţă 50 sau 100, iar $m = 1, 2, 3...$ Unghiul β_1 respectiv β_2 putînd lua mărimi pînă la cel mult 90°, valoarea raportului $\frac{m}{n}$ poate fi de maximum $\frac{1}{2}$, în consecinţă putem da lui m valori de numere întregi pînă la $\frac{n}{2}$.

Din expresiile de mai sus calculăm valorile unghiurilor β_{1m} respectiv β_{2m} corespunzătoare raportului $\frac{m}{n}$, şi cu ajutorul acestor valori să construim graficele din fig. 2.

Pe axa z reprezentăm adîncimea de la 0 pînă la 10 m, iar pe abscisă în dreapta şi stînga măsurăm lungimile $z\,\mathrm{tg}\beta_x$ în scara axei z. Unim toate punctele primite prin segmente de dreaptă cu originea sistemului

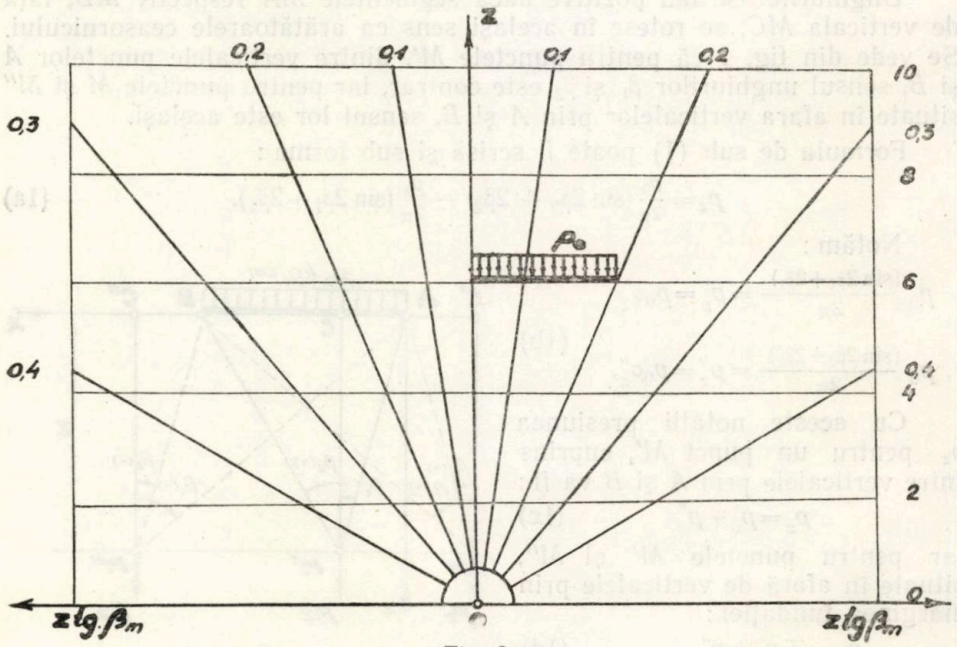


Fig. 2.

de coordonate O. Segmentele de dreaptă, trasate în felul arătat mai sus, includ cu axa z unghiurile β_{1m} respectiv β_{2m}. În dreptul fiecărui segment de dreaptă scriem raportul $\frac{m}{n}$, corespunzător unghiurilor β_{1m} și β_{2m}.

Pentru a primi efortul unitar p_z, sub unul din punctele marginale a fundației în fîșie, de exemplu sub punctul A, punem lățimea fundației, în scara corespunzătoare, la nivelul de adîncime considerat cu punctul A pe axa z și citim raportul $\frac{m}{n}$ la cealaltă margine a fundației vom avea :

$$p_z = p_0 \frac{m}{n}. \qquad (2)$$

Dacă dorim să stabilim valoarea efortului unitar p_z într-un punct cu verticala situată între punctele A, B sau în afara lor, suprapunem verticala trasată prin punctul considerat axei z, și în primul caz, adunăm, în al doilea, scădem, cele două citiri făcute la marginile fundației, iar rezultatul îl înmulțim cu p_0.

Metoda descrisă are avantajul de a putea stabili foarte rapid diagrama de presiuni la diferite nivele sub fundația în fîșie.

Metoda poate fi utilizată nu numai pentru sarcini uniform distribuite dar și pentru o diagramă de încărcare cu sarcini variabile. În acest caz trebuie să împărțim lățimea fundației în mai multe părți considerîndu-le încărcate cu valoarea medie a sarcinei de pe porțiunea respectivă și stabilim efortul unitar din teren pentru fiecare porțiune în parte. Efortul unitar p_z îl primim prin însumare.

Dăm un exemplu pentru a elucida mai bine aplicarea metodei.

Să stabilim diagrama de presiuni la nivelul de 3,00 m sub talpa a două fundații în fîșie, paralele situate la distanța, măsurată din ax în ax, de 3,5 m, lățimea lor fiind de 0,8 m și 1,2 m încărcarea $p_0 = 2{,}5$ kg/cm².

Să determinăm diagrama de presiuni pe o lățime care să întreacă cu cîte 1,0 m marginile extreme ale fundațiilor.

Tabela 1

Poziția	Adîncimea	Citirile la marginile fundațiilor în dreptul punctelor				σ'_z	σ''_z	σ_z	p_z	p_z^*
		2	4	6	8					
1	3,0	0,200	0,313	0,455	0,467	0,113	0,012	0,125	0,31	0,30
2	„	0,000	0,160	0,425	0,460	0,160	0,035	0,195	0,49	0,47
3	„	0,090	0,090	0,405	0,450	0,180	0,045	0,225	0,56	0,53
4	„	0,160	0,000	0,380	0,440	0,160	0,060	0,220	0,55	0,51
5	„	0,340	0,240	0,240	0,380	0,100	0,140	0,240	0,60	0,50
6	„	0,425	0,380	0,000	0,230	0,045	0,230	0,275	0,66	0,50
7	„	0,445	0,416	0,126	0,126	0,029	0,252	0,281	0,70	0,53
8	„	0,460	0,440	0,230	0,000	0,020	0,230	0,250	0,62	0,46
9	„	0,477	0,463	0,355	0,210	0,014	0,145	0,159	0,40	0,30

$p_0 = 2{,}5$ kg/cm² $\quad p_{01} = 2{,}5$ kg/cm² $\quad p_{02} = 1{,}824$ kg/cm².

Pentru a putea desena diagrama eforturilor unitare cu suficientă exactitate ne impunem să stabilim valorile p_z în 9 puncte la nivelul de 3,0 m sub talpa fundațiilor (fig. 3).

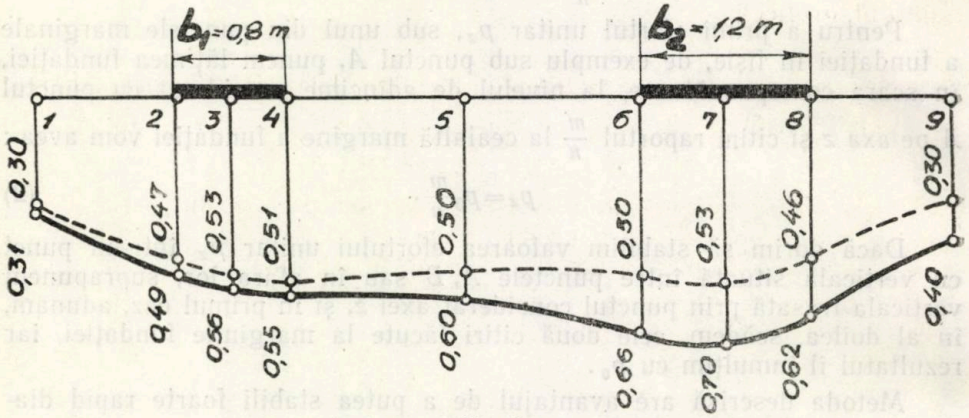


Fig. 3.

În tablou am notat cu σ'_z, σ''_z și σ_z eforturile unitare provocate, la 3,0 m adîncime, în fundația primă, a doua, respectiv de ambele împreună.

Se vede din diagrama fig. 3 că sub fundația de lățime mai mare, pe lîngă aceeași presiune $p_0=2{,}5$ kg/cm², avem eforturi unitare mai mari. Cu scopul de a avea aceleași tasări sub cele două fundații este de dorit ca presiunile la aceeași adîncime să fie egale. Să ne punem întrebarea ce presiune putem admite pe fundația de lățimea $b_2=1{,}20$ m ca diagrama de eforturi unitare să aibe aceleași valori în axa celor două fundații, pe fundația mai mică păstrînd presiunea $p_0=2{,}5$ kg/cm². Care va fi diagrama corectată ?

Cu ajutorul datelor din tabloul de mai sus problema se poate ușor rezolva.

Pe fundația primă presiunea rămîne $p_0=p_{01}=2{,}5$ kg/cm² iar pe fundația a doua $p_{02}=p_0-x$.

Urmează să stabilim valoarea lui x. Condiția ce ne-o impunem este

$$(p_0-x)\,\sigma''_{z7}+p_0\cdot\sigma'_{z7}=p_0\sigma'_{z3}+(p_0-x)\,\sigma''_{z3}$$

$$p_0\,[\sigma''_{z7}+\sigma'_{z7}-(\sigma'_{z3}+\sigma''_{z3})]=x\,(\sigma''_{z7}-\sigma''_{z3})$$

$$x=\frac{p_0\,(\sigma_{z7}-\sigma_{z3})}{\sigma_{z7}-\sigma_{z3}}=\frac{2\cdot 50\cdot 056}{0\cdot 207}$$

$$x=0\cdot 676\approx 0{,}68\,;\quad p_{02}=2{,}5-0{,}676=1{,}824\ \text{kg/cm}^2.$$

Ca să corectăm graficul din fig. 3 formăm valorile :

$$p^*_z=p_z-x\sigma''_z.$$

Făcînd calculele, pentru toate poziţiile, primim valorile trecute în tablou în coloana p_z^*. În diagrama presiunii din fig. 3 am dat cu linie punctată diagrama corectată, care arată o repartizare foarte simetrică a presiunilor la adîncimea de 3 m. Rezultatul se obţine foarte rapid cu ajutorul graficelor din fig. 2.

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ДЛЯ УСТАНОВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЙ В ПОЧВЕ В СЛУЧАЕ ПЛОСКОСТНОЙ ЗАДАЧИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Проводится простой метод, при помощи которого можно очень быстро установить распределение давлений в случае плоскостной задачи на разных глубинах. При помощи этого метода возможно легко установить давления на уровне фундамента разной ширины при условии наличия равных давлений на определенной глубине, где предвидится уплотняющийся слой.

LA MÉTHODE GRAPHIQUE POUR L'ÉTABLISSEMENT DE LA RÉPARTITION DES PRESSIONS DANS LE SOL, AU CAS DU PROBLÈME PLANE

(RÉSUMÉ)

On donne une méthode simple par laquelle on peut rapidement établir la répartition des pressions à différentes profondeurs, dans l'hypothèse du problème plane. À l'aide de cette méthode on peut établir, d'une manière simple, les pressions au niveau des fondations de différents largeurs, en posant la condition des pressions égales, à une certaine profondeur où l'on prévoit l'existence d'une couche tassable.

RĂȘINI ALCHIDICE MODIFICATE, CU CONȚINUT MARE DE ESTER FTALIC

II. NOI POLIESTERI OLEO-GLICERO-FTALICI

DE

I. NANU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Intr-o lucrare anterioară [1] am propus ca în grupa rășinilor sintetice de tip glicero-ftalic-modificat, cînd modificatorii sînt acizi grași sau uleiuri vegetale, să se utilizeze drept indice de control și de clasificare, cifra de acizi grași (C.A.G.). Am definit acest indice ca „grame de acizi grași cuprinși în 100 g rășină" și motivele propunerii pot fi rezumate astfel:

— acizii grași constituie singurul element practic invariabil, în condițiile sinteze;

— acest indice poate servi în mod avantajos la alcătuirea recepturii de preparare;

— se regăsește direct în analiza combinațiilor oleo-glicero-ftalice, după saponificare;

— corespunde mai exact realității și e mai propriu decît denumirile „lungimea de ulei" adoptată de școala americană (oillenght) sau „conținut de ulei", folosit în parte în literatura germană (Ölgehalt), chiar în studii recente [2], [3].

In orice caz, uleiul introdus în reacție și legat, nu se mai găsește ca triglicerid în rășină, ci ca resturi de acizi grași repartizați în macromoleculă.

Plecînd de la acest indice, în domeniul poliesterilor oleo-glicero-ftalici cu conținut mare sau mediu de ester ftalic, se poate aplica un sistem de calcul al reactanților, util atît în studiile în care se efectuează serii de sinteze, cît și în organizarea recepturii de fabricație. Principiul ce stă la baza calculului propus de noi se deduce din ipoteza că legătura teoretic obligată a acizilor grași introduși sub forma de monoglicerid, se poate aprecia pînă la raportul molar 1 : 1 : 1 între anhidrida ftalică : acidul gras : glicerină, în desfășurare lineară, ceea ce corespunde unei cifre de acizi grași de 58 (respectiv ca 60% ulei). Un conținut mai mare în ulei presupune existența uleiului liber, amestecat în rășină, fapt care dealtfel a fost considerat ca probabil în rășinile bogate în modificator [4]. Există desigur mai multe propuneri de formulare a rășinilor alchidice în general și a glicero-ftalaților modificați în particular.

Considerăm însă, referindu-ne la unele publicații cunoscute și reproduse, că atît metoda de calcul propusă de Earhard [5] sau Petit [6] cît și formula aproximativă de calcul dată de Wright și Du Puis [7], sînt practic neoperative sau chiar foarte greoaie. Primele două presupun, în fiecare caz, refacerea raționamentului complicat, iar ultima nu oferă posibilitatea unui control al calculelor și depinde de constante arbitrare.

In lucrarea noastră precedentă [1] am justificat un sistem de calcul, pe care l-am verificat de repetate ori în laborator și uzină. Intr-o formă nouă, foarte operativă, arătăm în tabela 1 relațiile de calcul, dispuse după necesitatea operațiilor de sinteză.

In acest mod se dispune de mijlocul direct de a găsi componenţii în vederea dozajului, posibilitate pe care nu o oferă nici unul din procedeele de calcul propuse în literatură.

Relaţiile simple, cuprind coeficienţi care nu sînt empirici şi care se regăsesc imediat prin calcule stoichiometrice.

Tabela 1

Calcul teoretic al răşinilor oleo-glicero-ftalice cu conţinut mic sau mediu de acizi graşi

Relaţia fundamentală : $U+E=100$.

Reactanţi necesari pentru 100 p. răşină cu cifra de acizi graşi A în ordinea introducerii în reactor :

a) sinteza de la ulei : $U+Gmg+af+Ge$

b) sinteza de la monoglicerid : $Mgl+af+Ge$

Relaţiile principale pentru calculul reactanţilor :

Teoretic	Operativ	
$U=\frac{100\,A}{95{,}70}$	$U=1{,}0446\,A$	$\log 1{,}0446=0{,}01895$
$Gmg=\frac{20{,}81\,U}{100}$	$Gmg=0{,}2081\,U$	$\log 0{,}2081=\bar{1}{,}31814$
$af=\frac{77{,}35\,E}{100}$	$af=0{,}7735\,E$	$\log 0{,}7735=\bar{1}{,}88847$
$G=\frac{32{,}06\,E}{100}$	$G=0{,}3206\,E$	$\log 0{,}3206=\bar{1}{,}50591$

Relaţii secundare

$E=100-U$

$Ge=G-Gmg$

$H_2O=\frac{12{,}16\,af}{100}=0{,}1216\,af$ $\quad \log 0{,}\bar{1}216=1{,}08501$

$Mgl=U+Gmg$

Relaţii de control

$U+G+af-H_2O=100$ sau $Mgl+af+Ge-H_2O=100$.

Notaţii

A = cifra de acizi graşi (grame acizi graşi în 100 gr. răşină).

U = cantitatea de ulei în care se găsesc A acizi graşi (ca acid oleic, $M=282{,}27$).

E = cantitatea teoretică de ester gliceroftalic ($M=574$) în răşină.

af = anhidrida ftalică (100%) necesară la obţinerea cantităţii E de ester gliceroftalic.

G = glicerina (100%) necesară la obţinerea cantităţii E de ester ftalic, în acelaşi timp glicerina totală necesară teoretic în sinteză.

Gmg = glicerina necesară transformării uleiului în monoglicerid prin reesterificare.

Ge = glicerină de adăugat în procesul policondensării.

Mgl = cantitatea de monoglicerid în care se găsesc A acizi graşi.

* * *

In sinteza obişnuită a răşinilor glicero-ftalice modificate, cu conţinut mic de acizi graşi, uleiul se transformă în prealabil în monoglicerid. Acest procedeu este aproape obligator pentru a evita concurenţa între reacţia acizi graşi — glicerină şi anhidrida ftalică — glicerină, care s-ar produce în cazul folosirii directe a acizilor graşi. Cantităţile de componenţi se succed de aceea în reactor pentru două faze : a) obţinerea monogliceridului şi în continuare b) policondensarea cu anhidrida ftalică şi restul de glicerină.

In notaţiile noastre apar deci : $U+Gmg+af+Ge$.

Efectuînd sinteze în serie, cu acelaşi ulei, am experimentat şi posibilitatea utilizării directe a monogliceridului, preparat de la început în cantităţi mai mari. Acest sistem de lucru, care nu e amintit în literatură, s-a dovedit foarte util şi comod în lucrările de laborator, cu condiţia omogenizării prin uşoară încălzire şi bună amestecare a monogliceridului care la răcire e neomogen, de fiecare dată cînd se preia o probă.

In notaţiile noastre, cantitatea de monoglicerid necesară în sinteza a 100 p. răşină cu *A* acizi graşi este dată de suma $U+Gmg$, ordinea introducerii în reactor fiind: $Mgl+af+Ge$.

Este necesar să se sublinieze că şi acest sistem de calcul, ca şi altele care încearcă a pune capăt empirismului recunoscut ca existînd pînă în zilele noastre [8], reprezintă numai o bază de plecare. Condiţiile efective ale sintezei, mărimea sarjelor, construcţia reactorului ş. a. obligă la suplimentări în glicerină şi anhidridă ftalică. Cu ajutorul analizelor asupra răşinii finite se pot însă verifica plusurile necesare compensării pierderilor, pentru un reactor dat.

In lucrarea de faţă, folosind această metodă de calcul a reactanţilor, s-a alcătuit o receptură pentru cinci variante de răşini cu conţinut mare de ester ftalic. Limitele între care trebuie să încadrăm aceste răşini denumite „slabe", ţinînd seama de desfăşurarea proprietăţilor lor pe măsură ce conţinutul de acizi graşi creşte, este între C. A. G. 25 şi 45 [1]. Observăm însă că termenii superiori (CAG 40—45) formează o tranziţie pronunţată către răşinile medii, în timp ce termenii inferiori (C. A. G. (25—30) sînt răşini mai greu de realizat şi de prelucrat, din care cauză sînt evitate. Acestea din urmă sînt însă deosebit de interesante, deoarece lasă să se surprindă adevăratele caracteristici ale clasei.

Calculul de bază este acelaşi pentru orice ulei vegetal cu compoziţia apropiată de a trioleinei. Variaţiile mici în compoziţia lor nu afectează practic receptura.

In tabelele 2 şi 3 se arată calculul relaţiilor, calculul reactanţilor şi verificarea lor, pentru răşinile cu C.A.G. 25 la 45.

Calculul relaţiilor pentru răşinile cu C.A.G. 25 la 45.

Tabela 2

A	25	30	35	40	45
U	26,12	31,35	36,57	41,80	47,02
Gmg	5,436	6,25	7,61	8,70	9,784
E	73,88	68,65	63,43	58,20	52,98
G	23,68	22,03	20,35	18,67	17,00
Ge	18,25	15,51	12,74	9,97	7,72
af	57,15	53,10	49,06	45,02	40,98
H_2O	6,949	6,457	5,966	5,474	4,983

Calculul relaţiilor pentru răşinile cu C. A.G. 25 la 45.

Tabela 3

Acizi graşi în răşină	Reactanţi			Suma react.	Răşina (react. $-H_2O$)
	Monoglicerid	*af*	*Ge*		
25	31,556	57,15	18,25	106,95	100,00
30	37,87	53,10	15,51	106,48	100,02
35	44,18	49,06	12,74	105,98	100,01
40	50,50	45,02	9,97	105,49	100,01
45	56,80	40,98	7,22	105,00	100,02

Calculul reactanţilor şi verificarea recepturii pentru răşinile cu C. A.G 25 la 45.

Uleiurile folosite de noi în vederea modificării aparţin tipurilor sicativ şi semisicativ, provenind din producţia industrială indigenă şi s-au utilizat sub forma de uleiuri tehnice, nerafinate. În unele cazuri s-a procedat însă la albire cu pămînt activat în proporţie de 8—10%, la temperaturi de 120—135 °C, timp de 2—3 ore, urmat de sedimentare şi filtrare. În sintezele noastre s-a lucrat cu următoarele uleiuri: ulei de tutun, ulei de germeni de porumb, ulei de floarea soarelui şi pentru comparaţie, ulei de in, după metoda cu monoglicerid. Au rezultat 20 răşini sintetice cu conţinut mare de ester ftalic, dintre care sînt cunoscute din practica industrială numai răşinile cu C. A. G. 30—32 şi ca, 45 modificate cu ulei de in. În literatură se aminteşte şi răşina cu C. A. G. 35 modificată cu floarea soarelui [9]. S-au încercat în diverse lucrări şi patente, un număr foarte mare de uleiuri. Nu e deci surprinzător că folosirea uleiurilor cu care am lucrat noi este cunoscută în literatură. S-au sintetizat însă, ca şi cu uleiul de in, în special răşini cu conţinut mediu sau mare de acizi graşi sau făcînd cel mai adesea amestecuri. Noi socotim însă că mecanismul de uscare al răşinilor alchidice nu promovează, în orice condiţii, întrebuinţarea uleiurilor semisicative sau nesicative şi că locul de întrebuinţare al acestor uleiuri poate fi deplasat tocmai către răşinile cu conţinut mare de ester ftalic.

Seriile de răşini preparate, sînt notate în continuare cu indicative literale după cum urmează:

T=răşini modificate cu ulei din seminţe de tutun;

Fl. S=răşină modificată cu ulei de floarea soarelui;

P=răşini modificate cu ulei de germeni de porumb;

L= răşini modificate cu ulei de in.

Pentru fiecare răşină în parte s-au notat indici numerici reprezentînd cifra de acizi graşi.

PARTEA EXPERIMENTALĂ

Materia primă

Anhidrida ftalică întrebuinţată a fost produsul industrial cu puritate 98—99%, aglomerată în plăci sau în formă de praf. Glicerina folosită a avut concentraţia 96%. Uleiurile vegetale au fost produse tehnice şi anume:

— ulei de tutun, din producţia industrială indigenă, obţinut prin presare.
— ulei de porumb, din producţie industrială indigenă, obţinut prin extracţie, albit.
— ulei de floarea soarelui, tehnic, albit.
— ulei de in, produs tehnic, depozitat îndelung.

Principalii indici ai uleiurilor întrebuinţate sînt arătaţi în tab. 4.

Tabela 4

	d_{15}	$n_D^{20°}$	I. I.	I. A.
Ulei de tutun	0,924	1 4743	132	1,1
Ulei de porumb	0,922	1 4747	119	7,3
Ulei de floarea soarelui	0,926	1 4738	131	2,7
Ulei de in	0,933	1 4802	173	3,4

După cum se ştie uleiurile semisicative de tutun [10], [11], porumb [12], floarea soarelui [13] conţin ca acizi graşi nesaturaţi aproape numai acid oleic şi linoleic, din care cauză utilizarea lor ca uleiuri pentru pediculogene se face de obicei în amestec

cu uleiuri foarte sicative. Pentru răşinile sintetizate de noi în vederea studierii proprietăţilor grupei şi pentru cercetări asupra mecanismului de formare a filmului în această serie de poliesteri, s-au ales întenţionat uleiuri a căror uscare proprie e cunoscută ca fiind defectuoasă.

Aparatura şi metoda de lucru

Monogliceridele s-au preparat în cantităţi mai mari, suficiente pentru mai multe sinteze, prin încălzirea rapidă a uleiului în vase metalice, emailate sub agitare uşoară, după o propunere mai veche a noastră, intrată în uzul industrial [14]. Uleiul şi glicerina s-au încălzit la 280 °C, dar la atingerea temperaturii de 265° şi după ca 10′ la 275 °C s-a adăugat în două porţiuni aproximativ egale, drept catalizator, glicerolat de potasiu 10%. Cantitatea de catalizator a variat între 0,07 g KOH la 100 g ulei (la floarea soarelui) pînă la 0,128 g KOH la 100 g ulei (la tutun). Proba de transformare s-a făcut prin solvire în alcool etilic (1 : 10). Această încercare a fost o garanţie suficientă de compatibilitate chiar pentru răşinile cele mai sărace în acizi graşi. Monogliceridele s-au conservat în vase închise ermetic.

Sinteza răşinilor s-a executat în balon de 750 ml cu un gît larg (65 mm) şi două gîturi de diametru mai mic, adaptîndu-se un agitator cu supapă, de tip semiancoză cu turaţie lentă, termometru, refrigerent scurt, ţeavă pentru CO_2.

Avînd în vedere cantităţile mari de anhidridă ftalică, în urma probelor preliminare, am introdus de la început toţi componenţii în reactor, la rece. Încălzirea s-a făcut electric, după necesitatea menţinerii curbelor de fierbere propuse. Solvirea completă a anhidridei ftalice s-a terminat către 180 °C, sub agitare lentă. Ţinînd seama de studiile anterioare [1], s-a ales ca temperatură de condensare pragul de 210 °C pentru toate sintezele, terminînd reacţia la 235 °C unde s-au menţinut un timp variind de la 3 minute pentru probele C. A. G. 25, pînă la 15—25 minute la probele cu C. A. G. 40—45.

Evoluţia indicilor de aciditate s-a urmărit în timpul sintezei şi este înscrisă în tabelele 5, 6, 7, 8. Timpul 1 reprezintă proba după 30′ la 210 °C, timpul 4 fiind proba finală a răşinii scoase din reactor la cald, iar timpii 2 şi 3 intermediari.

Tabela 5

	L 45	L 40	L 35	L 30	L 25
Timpul 1	99,7	96,2	—	85,2	115,5
Timpul 2	96	83,2	84,9	76,3	97,1
Timpul 3	69,7	80,3	70	73	93,8
Timpul 4	48,2	50,3	52,1	54,4	74,8

Variaţia indicilor de aciditate ai răşinilor cu ulei de in.

Tabela 6

	T 45	T 40	T 35	T 30	T 25
Timpul 1	86,9	82,1	82,4	88,5	88,1
Timpul 2	78,6	76,4	75,8	74,4	75,9
Timpul 3	60,1	52,7	64,4	58,8	65,1
Timpul 4	50,6	51,1	53,5	53,0	60,3

Variaţia indicilor de aciditate ai răşinilor cu ulei de tutun.

Tabela 7

	P 45	P 40	P 35	P 30	P 25
Timpul 1	89,7	111,4	109,6	97,2	113,2
Timpul 2	81,1	100,7	92,5	89,4	101,4
Timpul 3	76,2	81,5	80,3	81 5	94,8
Timpul 4	65,3	67,3	62,7	69,2	71,3

Variaţia indicilor de aciditate ai răşinilor cu ulei de porumb.

Tabela 8

	FIS 45	FIS 40	FIS 35	FIS 30	FIS 25
Timpul 1	79,1	92	81,1	81,9	116,1
Timpul 2	67,3	78,3	66,3	61,2	88,5
Timpul 3	56,4	53,3	53,2	57,7	68,2
Timpul 4	44,7	45,2	46,2	49,8	53

Variaţia indicilor de aciditate ai răşinilor cu ulei de floarea soarelui.

Se constată, cum era de aşteptat, o scădere continuă în timp a acidităţii, dar faptul important şi caracteristic seriei, este că indiferent de natura modificatorului, răşinile rămîn puternic acide. Este adevărat că seria 45 ar suporta o încălzire mai îndelungată sau chiar o temperatură mai ridicată care ar reduce întrucîtva aciditatea, în detrimetrul vîscozităţii şi culorii, dar deja răşinile cu C. A. G. 40 ar risca în acest caz gelifierea.

După cum am mai arătat [1], condiţiile sintezei în acest grup de poliesteri sînt cu mult mai sensibile decît la oleo-gliptalii cu conţinut mare de acizi graşi. În privinţa unei specificităţi a sensibilităţii la gelificare în funcţie de natura modificatorului, nu s-au putut trage concluzii. Cazuri de gelificare s-au constatat în seria 25 şi 30 C. A. G., la răşini modificate cu ulei de floarea soarelui, respectiv cu ulei de porumb, numai în cazul depăşirii pragului al doilea de temperatură (235°) sau la menţinerea unui timp mai îndelungat la aceste temperaturi (10—15′).

Caracterizarea răşinilor

Culoarea răşinilor obţinute arată diferenţe foarte mari în funcţie de natura modificatorului. Cele mai închise la culoare sînt răşinile cu ulei de in, care au o nuanţă brun roşcată caracteristică. Culoarea mai închisă se păstrează atît în forma de lacuri, cît şi în pelicule, iar filmele întărite la 130° timp de o oră, au aspectul lacului de ulei ars. În ordinea descrescîndă a intensităţii culorii proprii, răşinile cu ulei de tutun sînt cu ceva mai deschise la culoare, dar de aceeaşi nuanţă roşcată ca cele cu ulei de in. Rezistenţa termică a peliculelor e însă excelentă. După $1^1/_2$ oră la 130°, au aceeaşi culoare ca cele uscate la aer. La 180° suferă o uşoară îngălbenire după ca 30 minute. Răşinile modificate cu ulei de porumb, deşi încă destul de închise la culoare, se diferenţiază net prin nuanţa gălbuie. Soluţiile lor au o coloraţie apreciabil mai deschisă, decît cele cu in, iar peliculele chiar după o oră la 130° rămîn cu mult deasupra celor cu ulei de in. Rezistenţa culorii la încălzire e mai mică decît a peliculelor din alchide cu ulei de tutun. Diferenţa apare frapant la temperatura de 180° cînd se obţine un lac auriu intens, în timp ce la 130° diferenţa e foarte mică.

Răşinile modificate cu ulei de floarea soarelui fac o notă aparte, fiind de o culoare deschisă, în nuanţă gălbuie. Lacurile obţinute prin solvire, au ecelaşi aspect ca uleiul folosit în sinteză. Peliculele uscate la aer şi cele întărite la cuptor, chiar în prezenţa de sicativ (naftenat de cobalt), au arătat după $1^1/_2$ oră la 130° o foarte mare stabilitate, prezentîndu-se neobişnuit de rezistente la îngălbenire. In general modificarea nuanţei în funcţie de conţinutul în acizi graşi din răşini se observă net numai în pelicula menţinută mai mult timp la temperaturi înalte. Sînt mai sensibile răşinile cu conţinut mare de acizi graşi.

Solubilitatea acestor răşini este o problemă legată de dificultăţi. Răşinile de tip 25,30 şi chiar 35 se amestecă cu solvenţi numai după o prealabilă încălzire la cel puţin 100 °C. Solvenţii sînt hidrocarburile aromate cu punct de fierbere mai ridicat (xilen, solventnafta). Am preparat soluţii şi în toluen. Cantităţi mici de butanol (pînă la 10% pe solvent) sînt tolerate şi aduc o scădere importantă a vîscozităţii soluţiilor. Dat fiind faptul că lacurile acestor răşini se utilizează pentru întărire la cuptor, folosirea butanolului ca solvent suplimentar nu produce dificultăţi. Unele soluţii, la păstrare îndelungată, au arătat tendinţă de gelificare, mai ales în seria 25—30.

Consistenţa răşinilor creşte pe măsură ce scade conţinutul în acizi graşi. In timp ce răşinile tip 45 sînt relativ moi, răşinile tip 25 sînt răşini tari, casante, totuşi cu caracter lipicios. Intre aceste două extreme, celelalte tipuri formează tranziţii în gradaţie continuă. Nu se observă deosebiri după natura modificatorului.

Uscarea la aer a filmelor arată atît o diferenţiere după conţinutul de acizi graşi, cît şi după natura uleiului. In timp ce toate răşinile tip 25 şi 30 dau filme aparent uscate, chiar fără sicativizare, răşinile tip 40 şi 45 dau filme lipicioase. Tipul 35 se situează mai aproape de limita joasă de modificator. Sicativarea nu a ameliorat uscarea la aer, decît la răşinile cu ulei de in. Comportarea la uscarea în cuptor la 120°, 130° şi 180°, la timpuri diferite de menţinere, arată predominanţa caracterului sicativ sau semisicativ al uleiului şi se constată că întărirea termo-chimică întîmpină mari dificultăţi pentru a compensa acest caracter. In general filmele răşinilor T, P, L, au tendinţa de a rămîne termoplastice, iar la rece sînt puţin rezistente la zgîriere, cînd cantitatea de acizi graşi e maximă.

CONCLUZII

In vederea studierii proprietăţilor şi posibilităţilor de utilizare a răşinilor cu conţinut mare de ester ftalic, sînt necesare sinteze de răşini în serie. Pentru a păstra o procedură consecventă s-a propus un calcul teoretic al reactanţilor care este aplicabil pînă în domeniul răşinilor cu conţinut mediu de acizi graşi şi care spre deosebire de alte propuneri formulate, are avantajul de a fi operativ.

S-au realizat răşinile cu cifră de acizi graşi scăzută, ale uleiurilor semisicative de tutun, porumb şi floarea soarelui, care au fost caracterizate prin comparaţie cu răşinile analoage sintetizate cu ulei de in.

ИЗМЕНЕННЫЕ АЛКБИДНЫЕ СМОЛЫ С БОЛЬШИМ СОДЕРЖАНИЕМ ФТАЛЕИНОВОГО ЭФИРА

II. НОВЫЕ ОЛЕО — ГЛИЦЕРОФТАЛЕИНОВЫЕ ПОЛИЭФИРЫ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В виду исследования свойств и возможностей употребления смол с богатым содержанием фталеинового эфира необходим серийный синтез смол. Для сохранения последовательности метода предложен теоретический расчет реактивов, который применяется вплоть до области смол со средним содержанием жирных кислот; настоящий метод, в отличие от других, обладает преимуществом оперативности.

Были реализированы смолы с малой цифрой жирных кислот, полусиккативных масел табака, кукурузы и подсолнечника, которые были охарактеризированы сопоставлением с аналогичными смолами синтетизированными льняным маслом.

RÉSINES ALKYDES MODIFIÉES A GRANDE PROPORTION D'ESTÉR PHTALIQUE

(RESUMÉ)

L'étude des propriétes et des possibilités d'utilisation des résines alkydes modifiées à grande proportion d'ester phtalique nécessite la synthèse des résines en série.

Pour obtenir des résultats comparables on propose un systhéme d'évaluation théorique des réctants applicable jusqu'au domaine des résines a proportion moyemme d'acides gras et qui présente l'avantage d'être opératif.

Les auteurs ont obtenu des résines à chiffre réduit d'acides gras des huiles dèmisicatives de tabac, maïs et tournesol caractérisées par comparaison à des résines analogues synthétisées à l'aide de l'huile de lin.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Nanu, R. Burgermeister, Studii şi cercetări ştiinţifice, Acad. R.P.R., Baza Timişoara, nr. 1—4, 67 (1953).
2. F. Lebock, I. Behrend, Fette, Seifen, Anstr. *57*, 68 (1955).
3. B. Suppan, P. Wertheimer, Farbe u. Lack, *42*, 268 (1956).
4. R. Houwink, Chemie und Techn. d. K. Stoffe, Ed. II, vol. 2, p. 109 (1942) Leipzig.
5. K. Earhart, Ind. Eng. chem., *41*, 417 (1949).
6. J. Petit, Peint. Pig. Ver., *25*, 300 (1949).
7. Wright, Du Puis. Paint, Oil and Chem. Rev. *110*, 19 (1947).
8. J. Bourry, *Resines alkydes-polyesters*, p. 116 (1952) Dunod Pari.
9. A. Drinberg, *Tehnologia substanţelor peliculogene* (trad. IDT din l. rusă). (1948) cap. XVII.
10. V. Arghirescu, I. Vlădescu, Bul. culturii şi ferm. tutunului 25 (1936).
11. D. Mangramé, *Chim. anal. et phys. des huiles et graisses.*, p. 68 (1933) Dunod, Paris.
12. G. Jamiesen, W. Baughman, Oil and Soap, *9*, 136 (1932).
13. A. Eibner, Farbe u. Lack, *31*, 463 (1926).
14. I. Nanu, R. Burgermeister, Certif. MIC 29405 (1953).

O NOUĂ METODĂ GRAFICĂ ŞI DE CALCUL A ANALIZELOR INDIRECTE

DE

V. COCHECI şi I. HORESCU

Comunicare prezentată în Sesiunea VI-a de comunicări Ştiinţifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

In cazul unui amestec de două substanţe cu un ion comun, sau cu un radical comun, este suficientă o determinare pentru a se stabili compoziţia amestecului.

In toate cazurile de mai sus, se poate folosi următorul sistem de ecuaţii:

$$x(a+b)+y(a+c)=G$$
$$x+y=N$$

x = numărul de moli din speţa AB
y = numărul de moli din speţa AC
a, b, c = ioni
N = numărul total de moli
G = greutatea luată pentru analiză.

în care ionul comun este a, iar G şi N se determină practic. Rezolvarea acestui sistem duce la următoarele expresii pentru x şi y:

$$y=\frac{G}{c-b}-\frac{N(a+b)}{c-b}; \qquad x=\frac{G}{b-c}-\frac{N(a+b)}{b-c}.$$

Avînd în vedere că mărimile G, a, b, c şi N, se exprimă cu 3—4 zecimale, calculul lui x şi y, este destul de greoi.

In literatură, de asemenea sînt date formule de calcul şi pentru cazul cînd ionul comun a fost transformat într-un compus nou, cu greutatea moleculară M'. In acest caz sistemul devine:

$$x(a+b)+y(a+c)=G$$
$$M'(x+y)=G'$$

Rezolvînd sistemul se ajunge la expresii tot aşa de complicate pentru x şi y.

In lucrarea de faţă ne-am propus să găsim o metodă mai rapidă de calcul. In acelaşi timp pentru analize industriale să trasăm grafice pentru citirea directă a compoziţiei amestecului de săruri cu ioni comuni, şi în special pentru sărurile de sodiu şi potasiu.

1. Considerăm în acest sens un amestec, de două săruri din speţa AC şi BC, din care avem „a" g şi respectiv „b" g.

Sistemul de ecuaţii este :

$$a+b=G \tag{1}$$

$$\frac{a}{G}\cdot 100+\frac{b}{G}\cdot 100\cdot\frac{M_{AC}}{M_{BC}}=P_{\%} \tag{2}$$

unde

$\frac{a}{G}100$ reprezintă procente din speţa AC, iar :

$\frac{b}{G}100\cdot\frac{M_{AC}}{M_{BC}}$ reprezintă procente din speţa BC exprimată în speţa AC.

Se exprimă totdeauna în speţa cu greutatea moleculară mai mare, pentru că în acest caz $P\%$ este mai mare ca 100. Creşterea peste 100, o notăm cu ΔP, Această mărime este proporţională cu conţinutul în componentul cu greutatea moleculară mai mică, şi dependenţa este liniară, după cum vom arăta în continuare.

Rezolvînd sistemul de mai sus, scoţînd valoarea lui a, din ecuaţia (1) şi înlocuindu-o în ecuaţia (2), avem :

$$\frac{G-b}{G}100+\frac{b}{G}100\frac{M_{AC}}{M_{BC}}=P_{\%}. \tag{3}$$

Rezolvînd această ecuaţie obţinem :

$$\frac{b}{G}100=\frac{M_{BC}}{M_{AC}-M_{BC}}(P_{\%}-100) \tag{4}$$

dar $\frac{b}{G}$ este tocmai procentul din speţa BC pe care îl vom nota $p(BC)$, iar $P_{\%}-100)$ reprezintă tocmai $\Delta P_{\%}$ În acest caz relaţia de mai sus devine :

$$P_{(BC)}=\frac{M_{BC}}{M_{AC}-M_{BC}}\Delta P \tag{5}$$

sau

$$\Delta P=\frac{M_{AC}-M_{BC}}{M_{BC}}P_{\%\,(BC)}. \tag{6}$$

Din relaţiile stabilite se vede, că creşterea procentului este funcţie liniară de conţinutul procentual în speţa cu greutatea moleculară mai mică, iar panta dreptei este funcţie de greutăţile moleculare.

II. La acelaşi rezultat se ajunge, plecînd de la următorul sistem :

$$p_{(BC)}+p_{(AC)}=100 \tag{7}$$

$$p_{(AC)}+p_{(BC)}\cdot\frac{M_{AC}}{M_{BC}}=P_{\%}. \tag{8}$$

Mărimea $P_{\%}$ se determină din date practice.

Rezolvînd cele două ecuaţii pentru a determina pe p_{BC} vom avea:

$$p_{(AC)}=100-p_{(BC)} \tag{9}$$

înlocuind mai departe avem:

$$100-p_{(BC)}+p_{(BC)}\cdot\frac{M_{AC}}{M_{BC}}=P_{\%} \tag{10}$$

$$P_{\%\,(BC)}=\frac{M_{BC}}{M_{AC}-M_{BC}}\Delta P_{\%} \tag{11}$$

sau

$$\Delta P_{\%}=\frac{M_{AC}-M_{BC}}{M_{BC}}P_{\%\,(BC)}. \tag{12}$$

Se observă că ecuaţiile obţinute prin cele două metode sînt identice.

Relaţiile stabilite (5), (6), (11) şi (12), pot fi folosite drept formule de calcul şi de asemenea pentru trasarea graficelor.

Considerînd un amestec de clorură de sodiu şi clorură de potasiu, se dozează clorul şi se exprimă tot clorul în clorură de potasiu; rezultatul în procente va fi mai mare decît 100. Depăşirea maximă o vom avea atunci cînd avem numai clorură de sodiu şi vom nota cu ΔP_{max} această mărime, care se foloseşte la trasarea graficelor.

Graficul se trasează astfel:

Se calculează depăşirea maximă şi într-un sistem cartezian de axe, vom nota pe abscisă, procentele în sarea de sodiu, iar pe ordonată, ΔP; dreapta cu ajutorul căruia facem citirile, trece prin originea axelor şi prin punctul de coordonate (100 şi ΔP maxim). Prin punctul ΔP maxim, vom duce o paralelă la abscisă, pe care vom nota procentele în sarea de potasiu, în sens invers (vezi tabelul 1).

În tabelul 1, sînt redate principalele date şi relaţii necesare pentru sărurile de potasiu şi sodiu.

În prima coloană este notat amestecul de săruri, în coloana 2 este indicat ionul comun, care se dozează, iar în coloana 3 este redată substanţa în care se exprimă, precum şi greutatea ei moleculară. ΔP maxim, adică valoarea maximă a depăşirii necesară pentru trasarea graficului, este redată în coloana 4.

În coloana 5 este redată formula de calcul, a lui ΔP, pentru cazul respectiv; P_1, P_2, P_3 şi P_4 reprezintă procentele obţinute prin dozarea anionului indicat şi exprimarea sa ca sare de potasiu.

P_1, P_2, P_3 şi P_4, pot fi calculaţi prin metodele obişnuite volumetrice sau gravimetrice. De exemplu în cazul clorurii de sodiu şi clorurii de potasiu, dozînd clorul cu $AgNO_3$ $n/10$ şi exprimîndu-l în clorură de potasiu, fie n_1 numărul de cmc $AgNO_3$ $n/10$ şi F_1 factorul soluţiei, vom avea:

$$P_1=\frac{n_1\cdot F_1\cdot 74{,}55\cdot 100}{10\cdot 000\cdot G}=\frac{n_1F_1\cdot 0{,}745\,5}{G}.$$

ΔP va fi:

$$\Delta P = P_1 - 100 = \frac{n_1 F_1 \cdot 0{,}7455}{G} - 100.$$

În acelaşi fel se procedează şi în celelalte cazuri, la calcularea lui P_2, P_3 respectiv P_4.

În cazul cînd s-a determinat ΔP, procentul în sarea de sodiu se poate calcula cu relaţia din coloana 6.

Relaţia din coloana 7, este necesară pentru trasarea graficului. Se observă că, atunci cînd procentul în sarea de sodiu devine 100, ΔP este identic cu ΔP_{max}.

Relaţia ne foloseşte şi atunci cînd dorim să trasăm doar o porţiune de grafic, de exemplu între 90—100 procente sare de sodiu. Vom nota pe abscisă punctele dorite şi cu ajutorul formulei vom calcula ΔP, corespunzător lui 90 şi 100. Unind aceste puncte vom obţine dreapta cu ajutorul căreia putem citi compoziţia.

În coloana 8, sînt redate aspectele graficelor respective, cu punctele necesare trasării.

Pentru exemplificare, considerăm un amestec de clorură de sodiu şi clorură de potasiu a cărui grafic este redat alăturat, conform datelor din tabelul 1.

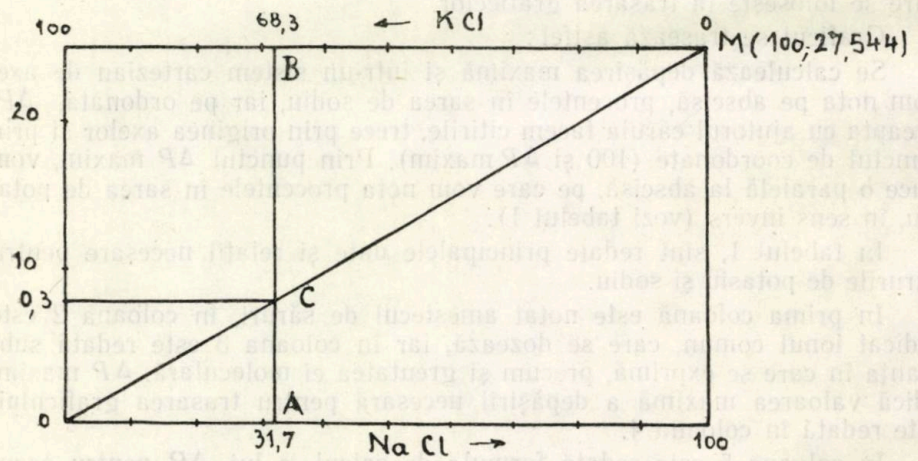


Fig. 1.

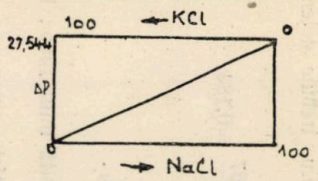
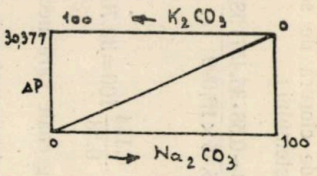
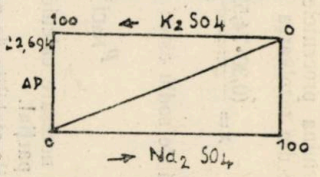
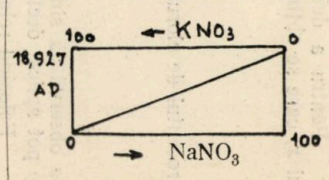
Clorul a fost dozat gravimetric şi s-a determinat 0,3 g Cl^- în 0,58 g amestec, iar la dozarea volumetrică a clorului s-au folosit 84,6 cmc $AgNO_3$ $n/10$, cu factorul 1.

Clasic problema se rezolvă formînd sistemul:

$$x\frac{35{,}457}{58{,}454} + y\frac{35{,}457}{74{,}553} = 0{,}3$$

unde x şi y, reprezintă cantitatea de clorură de sodiu, respectiv clorură de potasiu.

Tabela I

Amestecul	Se dozează anionul	Se exprimă în	ΔP_{max}	Relaţia de calcul a lui ΔP	Relaţia de calcul a % în sarea de sodiu	Relaţia pt. trasarea graficului	Punctele principale ale graficului
1	2	3	4	5	6	7	8
$NaCl$ + KCl	Cl^-	KCl 74,55	27,544	$\Delta P_1 = P_1 - 100$ $\Delta P_1 = \frac{n_1 F_1 \cdot 0{,}7455}{G_1} - 100$	$\%NaCl = \frac{\Delta P_1 \cdot 100}{27.544}$	$\Delta P_1 = 0{,}27544 \cdot \%$ $NaCl$	
Na_2CO_3 + K_2CO_3	CO_3^{-2}	K_2CO_3 138,20	30,377	$\Delta P_2 = P_2 - 100$ $\Delta P_2 = \frac{n_2 F_2 \cdot 0{,}691}{G_2} - 100$	$\%Na_2CO_3 = \frac{\Delta P_2 \cdot 100}{30,377}$	$\Delta P_2 = 0{,}30377 \cdot \%$ Na_2CO_3	
Na_2SO_4 + K_2SO_4	SO_4^{-2}	K_2SO_4	22,694	$\Delta P_3 = P_3 - 100$ $\Delta P_3 = \frac{g_3 M_{K_2SO_4} \cdot 100}{G_3 M_{BaSO_4}} - 100$	$\%Na_2SO_4 = \frac{\Delta P_3 \cdot 100}{22,694}$	$\Delta P_3 = 0{,}22694 \cdot \%$ Na_2SO_4	
$NaNO_3$ + KNO_3	NO_3^-	KNO_3	18,927	$\Delta P_4 = P_4 - 100$ $\Delta P_4 = \frac{g_4 \cdot 100}{G_4} - 100$	$\%NaNO_3 = \frac{\Delta P_4 \cdot 100}{18,927}$	$\Delta P_4 = 0{,}18927 \cdot \%$ $NaNO_3$	

Pentru a determina procentele de clorură de sodiu, trebuie determinată valoarea lui x, care se obţine din rezolvarea sistemului:

$$x = \frac{(0{,}30 \cdot 74{,}553 - 0{,}58 \cdot 35{,}457)\, 58{,}457}{35{,}45 \times 16{,}099} = 0{,}184.$$

Procentul de clorură de sodiu este:

$$p_{NaCl} = \frac{0{,}184}{0{,}58} 100 = 32{,}70\%.$$

Se observă că sînt necesare calcule greoaie care necesită mult timp; iar logaritmii nu se pot aplica, decît parţial.

Folosind relaţiile stabilite de noi, se procedează astfel:

Se determină P_1, prin două metode, folosind cele două date practice:

a) avem $G = 0{,}58$ greutate luată la analiză şi $Cl^- = 0{,}30$

$$P_{(KCl)} = \frac{0{,}30 \cdot 74{,}553}{35{,}457 \cdot 0{,}58} = 108{,}724$$

valoarea lui ΔP, va fi:

$$\Delta P = 108{,}724 - 100 = 8{,}724$$

b) în cazul cînd s-a dozat volumetric, avem datele:

$$G = 0{,}58 \text{ cc } NO_3AgNO_3Ag \; n/10 = 84{,}6, \; F_{AgNO_3} = 1.$$

$$P_{(KCl)} = \frac{84{,}6 \cdot 0{,}007455 \cdot 100}{0{,}58} = 108{,}724$$

şi în acest caz, valoarea lui ΔP este aceeaşi, adecă 8,724.

Ceea ce era normal ca indiferent de metoda folosită pentru dozarea anionului, rezultatul să fie acelaşi.

Cunoscînd valoarea lui ΔP, cu precizia dorită, după numărul zecimalelor, cu ajutorul relaţiei din coloana 6, putem calcula procentele de clorură de sodiu:

$$p_{NaCl} = \frac{\Delta P \cdot 100}{27{,}544} = \frac{8{,}724 \cdot 100}{27{,}544} = 31{,}67\%.$$

Folosind graficul, fixăm pe ordonată $\Delta P = 8{,}724$ la precizia de 1 sau 2 zecimale, în funcţie de grafic. La o zecimală precizie, adică $\Delta P = 8{,}7$ mergem paralel cu abscisa pînă tăiem dreapta trasată, în punctul de intersecţie C şi citim pe abscisă în punctul A, conţinutul în clorură de sodiu, şi pe paralela ei superioară pe cel în clorură de potasiu în punctul B. Pentru mărirea preciziei, se pot construi grafice, în intervale mici, cînd precizia este identică cu cea calculată.

In mod analog, se poate proceda în toate cazurile enumerate în tabelul 1.

In concluzie, se dozează anionul şi se exprimă rezultatul în sarea de potasiu, se obţine astfel P_1, P_2, P_3 sau P_4, cu ajutorul cărora se calculează ΔP. Cu această valoare se poate determina conţinutul în sarea de sodiu, fie cu formulele din coloana 6 fie cu ajutorul graficului.

III. In cazul cînd amestecurile de mai sus conţin impurităţi, se pot aplica formulele stabilite anterior, cu mici modificări, cu condiţia ca să cunoaştem procentul de impurităţi, pe care să-l notăm cu I.

Ţinînd cont de aceleaşi considerente ca la amestecurile pure, putem forma sistemul de ecuaţii.

$$p_{AC}+p_{BC}=100-I. \tag{13}$$

$$p_{AC}+p_{BC}\frac{M_{AC}}{M_{BC}}=P_{\%}. \tag{14}$$

Pentru rezolvarea acestui sistem, este necesar să cunoaştem pe P şi pe I.

Pentru a ajunge la o formă asemănătoare cu cele stabilite anterior, scoatem valoarea lui P din relaţia (13) şi o introducem în ecuaţia (14) şi obţinem :

$$100-I-p_{BC}=p_{BC}\frac{M_{AC}}{M_{BC}}=P_{\%} \tag{15}$$

rezolvînd în raport cu p_{BC} obţinem :

$$p_{BC}\frac{(M_{AC}-M_{BC})}{M_{AC}}=P_{\%}-100+I=P_{\%}-(100-I). \tag{16}$$

Notînd cu $\Delta P'$ termenul $P-(100-I)$ care nu este altceva decît diferenţa între P rezultat şi cît trebuia să rezulte $(100-I)$ relaţia (16) devine asemănătoare cu relaţiile (5), (6) şi (11), (12).

$$p_{BC}\frac{(M_{AC}-M_{BC})}{M_{BC}}=\Delta P' \tag{17}$$

$$p_{BC}=\frac{M_{BC}}{M_{AC}-M_{BC}}\Delta P'. \tag{18}$$

Aceste formule se pot folosi de asemenea ca să se calculeze compoziţia şi să se traseze graficele.

Pentru exemplificare să luăm un amestec de NaCl şi KCl la care s-au determinat impurităţi 30% şi la o greutate $G=0{,}7455$ g la titrarea clorului s-au folosit 80 cc $AgNO_3$ $n/10$ cu factorul I.

Se calculează P ca şi în cazurile anterioare :

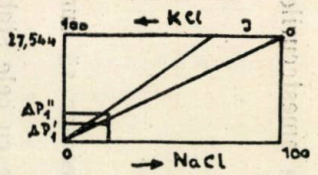
$$P=\frac{80\cdot 1\times 1\times 0{,}007455\cdot 100}{0{,}7455}=80$$

$$\Delta P'=P_{\%}(100-I)=80-(100-90)=10.$$

In continuare cu valoarea lui $\Delta P'$ se procedează ca şi în cazul lui ΔP şi se determină compoziţia fie grafic, fie prin calcul.

In tabelul II, sînt redate în coloanele 1 pînă la 6, datele necesare pentru determinarea compoziţiei, folosindu-se aceeaşi nomenclatură ca şi la tabelul 1.

Tabela II

Amestecul	Se dozează anionul	Se exprimă în	ΔP_{max}	Relaţia de calcul a lui $\Delta P'$	Relaţia de calcul a % în sarea de sodiu	Relaţia de calcul a lui $\Delta P''$	Relaţia de calcul a % în sarea de sodiu	Forma şi punctele principale ale graficelor
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$NaCl$ + KCl + I	Cl^-	KCl	27,544	$\Delta P'_1 = P_1 - (100 - I)$	$\%NaCl = \frac{\Delta P'_1 \cdot 100}{27,544}$	$\Delta P''_1 = \frac{g_1 \cdot 100}{G_1 - G_1 \frac{I}{100}} - 100$	$\%NaCl = \frac{\Delta P''_1 (100 - I)}{27,544}$	
Na_2CO_3 + K_2CO_3 + I	CO_3^{-2}	K_2CO_3	30,377	$\Delta P'_2 = P_2 - (100 - I)$	$\%Na_2CO_3 = \frac{\Delta P'_2 \cdot 100}{30,377}$	$\Delta P''_2 = \frac{g_2 \cdot 100}{G_2 - G_2 \frac{I}{100}} - 100$	$\%Na_2CO_3 = \frac{\Delta P''_2 (100 - I)}{30,377}$	— „ —
Na_2SO_4 + K_2SO_4 + I	SO_4^{-2}	K_2SO_4	22,694	$\Delta P'_3 = P_3 - (100 - I)$	$\%Na_2SO_4 = \frac{\Delta P'_3 \cdot 100}{22,694}$	$\Delta P''_3 = \frac{g_3 \cdot 100}{G_3 - G_3 \frac{I}{100}} - 100$	$\%Na_2SO_4 = \frac{\Delta P''_3 (100 - I)}{22,694}$	— „ —
$NaNO_3$ + KNO_3 + I	NO_3^-	KNO_3	18,927	$\Delta P'_4 = P_4 - (100 - I)$	$\%NaNO_3 = \frac{\Delta P'_4 \cdot 100}{18,927}$	$\Delta P''_4 = \frac{g_4 \cdot 100}{G_4 - G_4 \frac{I}{100}} - 100$	$\%NaNO_3 = \frac{\Delta P''_4 (100 - I)}{18,927}$	— „ —

În coloanele 7, 8 și 9 sînt redate alte formule pentru calculul compoziției, în acest caz se corectează greutatea luată în lucru, ținînd cont de impurități și se obține $\Delta P''$ care diferă de ΔP și $\Delta P'$. După ce s-a determinat $\Delta P''$ cu ajutorul formulelor din coloana 8, se calculează procentul în sarea de sodiu. Se vede că formulele diferă față de celelalte două. În cazul determinării grafice, citirea se face nu pe dreapta trasată, conform celor stabilite anterior, ci pe o dreaptă care unește originea cu punctul de pe abscisă KCl care este identic cu impuritățile, așa cum se arată în coloana 9.

Din cele expuse mai sus, rezultă că folosirea formulelor stabilite pentru determinarea compoziției sărurilor de potasiu cu anion comun, este mai avantajoasă față de procedeele descrise în literatură ; ele fiind simple, se pot folosi logaritmii, nu necesită sisteme de ecuații, iar calculul este foarte mult redus.

În cazul analizelor tehnice, este avantajos a se folosi grafice determinarea fiind rapidă, ușoară și directă, putînd fi utilizate și de un personal cu calificare inferioară.

НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОСВЕННЫХ АНАЛИЗОВ, КОТОРЫЙ ДАЕТ ВОЗМОЖНОСТЬ СОСТАВЛЕНИЯ ГРАФИКОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В работе, двумя математическими методами указывается возможность использования новых формул расчета в случае смеси двух веществ с общим ионом.

Применение новых формул не требует для решения систем уравнений; оно может быть вычислено при помощи логарифмов.

В принципе вычисляется процент соли с большим молекулярным весом при помощи обычных формул применяемых при определении объема или веса. Превышение 100% является линейной функцией содержания в смеси составляющей с меньшим молекулярным весом.

В работе даны все необходимые данные для расчета и составления графиков на случай смеси солей натрия и калия с общими ионами.

UNE MÉTHODE RAPIDE DE CALCUL QUI PERMET LA DÉTERMINATION GRAPHIQUE EN CAS D'ANALYSES INDIRECTES

(RESUMÉ)

On a indiqué la possibilité d'employer de nouvelles formules de calcul par deux méthodes mathématiques, étant donné un mélange de deux substances auquel on fait un dosage de ion commun.

L'utilisation de ces formules ne nécessitent pas de systèmes d'équations, le calcul s'effectuant par des logarithmes. On emploie le procédé

suivant : on évalue à l'aide des formules usuelles de la volumétrie et graviméttrie le pourcentage en sel à poids moléculaire augmenté.

La quantité qui dépasse 100% est fonction linéaire de la fraction à poids moléculaire plus réduit.

L'ouvrage présente toutes les relations nécesaires pour faire le calcul et tracer les graphiques étant donné un mélange de sels de sodium et potassium à ions communs.

BIBLIOGRAFIE

1. F. P. şi W. A. Treadwel, *„Kurzes Lehrbuch der analitischen Chemie"*, Ediţia X, pag. 49—50.
2. C. Kolthoff şi R. Sandel, *Quantitative Analyse*, Ediţia 1948, pag. 418.
3. * * * *Manualul Inginer Chimist*, Editura Tehnică 1951, vol. I., pag. 939—943.

DESPRE DOZAREA VOLUMETRICĂ A UNOR COMBINAȚII NITROAZOICE PRIN REDUCERE SELECTIVĂ

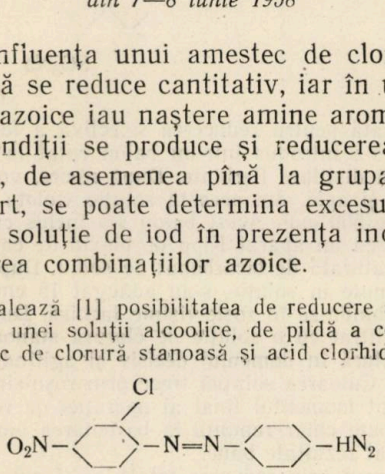
DE

J. REICHEL și F. DOBRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea VI-a de comunicări științifice a cadrelor didactice din 7—8 iunie 1958

Se știe că sub influența unui amestec de clorură stanoasă și acid clorhidric grupa azoică se reduce cantitativ, iar în urma scindării reducătoare a combinațiilor azoice iau naștere amine aromatice primare. Se mai știe că în aceleași condiții se produce și reducerea cantitativă a grupei nitro aromatic legată, de asemenea pînă la grupa aminică. Lucrînd în atmosferă de gaz inert, se poate determina excesul de clorură stanoasă în mod obișnuit, cu o soluție de iod în prezența indicatorului de amidon, ceea ce permite dozarea combinațiilor azoice.

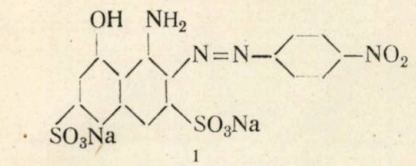
În literatură se semnalează [1] posibilitatea de reducere selectivă a unor combinații nitroazoice, prin încălzirea unei soluții alcoolice, de pildă a combinației 4-nitro-2-clor-4′-aminobenzen cu un amestec de clorură stanoasă și acid clorhidric concentrat, în cantitate



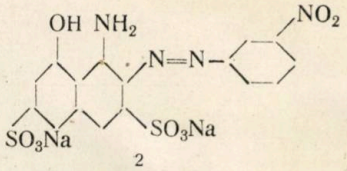
calculată, grupa nitro rămînînd neatinsă. Această reducere selectivă a fost considerată ca fiind de valabilitate generală și utilă pentru identificarea calitativă a coloranților nitroazoici.

Ținînd seama de faptul că prin scindarea reducătoare a grupelor azoice dispare culoarea, am examinat reacția de reducere selectivă în condiții cantitative, prin titrare directă cu soluții acide de clorură stanoasă, în atmosferă de bioxid de carbon. Scopul imediat al acestor lucrări a fost stabilirea unei metode rapide pentru dozarea acidului 1,8-aminonaftol-2-(4′-nitrofenilazo)-3,6-disulfonic, această combinație nitroazoică fiind o componentă importantă în tehnologia mai multor coloranți poliazoici de interes industrial și o componentă albastră tipică pentru cercetarea componentei separatoare în sinteza coloranților poliazoici asimetrici [2]. În continuare am căutat să stabilim dacă această metodă de dozare poate fi extinsă în general și asupra altor combinații nitroazoice.

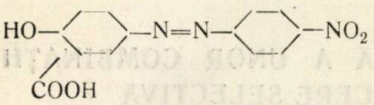
Combinaţiile examinate au fost următoarele :



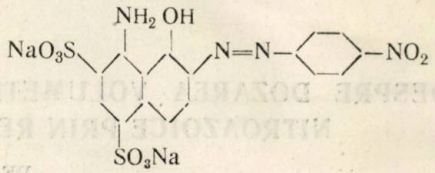
1



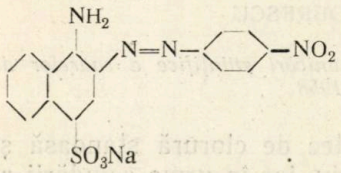
2



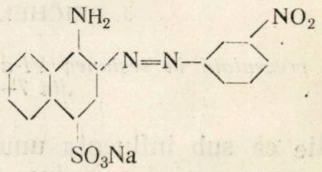
3



4



5



6

Metoda de lucru aplicată pentru reducerea selectivă a fost următoarea : cantitatea cîntărită de colorant nr. 1 s-a introdus într-un balon cotat la 1 000 cm³ şi s-a dizolvat într-o cantitate mică de apă distilată fierbinte. După răcire, volumul s-a întregit cu apă rece distilată pînă la semn şi apoi, din această soluţie violetă s-au pipetat cîte 100 cm³ într-un balon Erlenmeyer de 500 cm³. Acest balon s-a închis cu un dop, prevăzut cu un tub de sticlă în comunicare cu un aparat Kipp de bioxid de carbon şi cu o bulă Glöckel în care s-a găsit o soluţie saturată de bicarbonat de sodiu. După ce s-a barbotat bioxidul de carbon timp de 4—5 minute în soluţie, s-au adăugat 15 cm³ de acid clorhidric conc. pur, culoarea soluţiei schimbîndu-se în roşie-vişinie închisă. După aceea s-a încălzit pînă la fierberea liniştită şi s-a titrat cu o soluţie de clorură stanoasă 0,1 n, încet, aşteptînd cîte puţin după fiecare picătură în domeniul decisiv şi agitînd puternic, pentru a sezisa virajul la fierberea liniştită. Culoarea soluţiei trece prin roşu-sînge în portocaliu puternic, care a fost considerată drept momentul final al operaţiei de reducere selectivă. Titrarea făcîndu-se la fierbere, se poate chiar renunţa la barbotarea bioxidului de carbon. Cîteva probe executate astfel, au dat rezultate bune.

Dozarea aceluiaşi colorant prin reducere totală s-a făcut în mod cunoscut, aplicînd un exces de clorură stanoasă şi retritînd excesul cu o soluţie de iod 0,1 n, în prezenţa amidonului şi în atmosferă de bioxid de carbon.

In cazul colorantului izomer nr. 2 s-a lucrat cu totul asemănător. Soluţia apoasă are culoarea violetă, iar după acidulare albastră-violetă. S-a considerat că schimbarea acestei nuanţe în roşie-violetă marchează sfîrşitul reducerii selective.

Datele tehnice şi rezultatele obţinute se pot vedea din tabelele 1 şi 2.

Puritatea colorantului principal nr. 1 ne-a fost cunoscută pe baza metodei de dozare prin sarea de benzidină [3] şi controlată prin metoda de reducere totală cu clorură stanoasă.

Rezultatele noastre referitoare la reducerea selectivă a coloranţilor 1 şi 2 arată, că schimbarea culorii soluţiei a putut fi sezisată cu suficientă precizie şi că virajul corespunde etapei de reducere a grupei azoice, fără modificarea grupei nitro. Puritatea coloranţilor, calculată pe baza acestei metode de reducere selectivă prin titrare directă, concordă bine cu rezultatele analitice obţinute după alte două metode.

GM = 512.22
puritatea cunoscută — 31,5%

Titrarea colorantului [1] *Tabela 1*

Nr. probei	Substanța examinată în g (în 100 cm³)	Reducerea totală: aplicat $SnCl_2$ 0,1 n cm³	Reducerea totală: aplicat $SnCl_2$ 0,1 n fact.	Reducerea totală: aplicat I_2 0,1 n cm³	Reducerea totală: aplicat I_2 0,1 n fact	Deci consumat $SnCl_2$ 0,1 n, F=1,0 cm³	Corespunde purității în %	Reducerea selectivă aplicat $SnCl_2$ 0,1 n. cm³	Reducerea selectivă fact.	Reducerea selectivă deci consum F=1,0	Cant. necesară de $SnCl_2$ 0,1 n. calculată pt. gr. (cm³) p. azoică	Cant. necesară de $SnCl_2$ 0,1 n. calculată pt. gr. (cm³) p. nitro	Puritatea substanței pe baza reducerii p. azoice %
1	0,4423	30,00	1,252	24,30	0,998	13,31	30,83	—	—	—	—	—	—
2	0,4423	25,35	1,164	16,30	0,998	13,24	30,68	—	—	—	—	—	—
3	0,5948	25,10	1,164	10,40	0,998	18,84	32,45	—	—	—	—	—	—
4	0,5948	22,35	1,178	9,35	0,998	17,00	29,28						
5	0,5948	20,00	1,178	5,50	0,998	18,07	31,12	—	—	—	—	—	—
6	0,5948	20,55	1,097	4,55	0,998	18,00	31,00	—	—	—	—	—	—
7	0,5948	23,90	1,097	7,30	0,998	18,91	32,60	,60	1,097	7,24	7,32	10,73	31,17
8	0,5629	—	—	—	—	—	—	,00	1,034	7,24	6,92	10,38	32,94
9	0,5629	—	—	—	—	—	—	,55	1,034	6,77	6,92	10,38	30,80
10	0,5629	—	—	—	—	—	—	,75	1,034	6,98	6,92	10,38	31,76
11	0,5629	—	—	—	—	—	—	8,45	0,841	7,11	6,92	10,38	32,35
12	0,5629	—	—	—	—	—	—	8,45	0,841	7,11	6,92	10,38	32,35
13	0,5629	—	—	—	—	—	—	6,90	0,975	6,72	6,92	10,38	30,57
14	0,5629	—	—	—	—	—	—	6,95	0,975	6,78	6,92	10,38	30,85
							à = 31,14%						à = 31,60%

GM = 512,22
puritatea aproximativă : 33%

Titrarea colorantului [2] *Tabela 2*

Nr. probei	Substanța examinată în g (în 100 cm³)	Reducerea totală: aplicat $SnCl_2$ 0,1 n cm³	Reducerea totală: aplicat $SnCl_2$ 0,1 n fact.	Reducerea totală: aplicat I_2 0,1 n. cm³	Reducerea totală: aplicat I_2 0,1 n. fact.	Deci consumat $SnCl_2$ 0,1 n. F=1,0 cm³	Corespunde purității în %	Reducerea selectivă aplicat $SnCl_2$ 0,1 n. cm³	Reducerea selectivă fact.	Reducerea selectivă deci consum F=1,0	Puritatea substanței pe baza reduc ii gr. azoice în %
1	0,1054	20,90	1,224	22,80	0,971	3,14	33,13	1,10	1,224	1,346	32,72
2	0,1860	20,00	1,165	17,80	0,971	6,02	33,16	2,10	1,165	2,563	35,29
3	0,3088	17,40	2,285	30,65	0,971	10,00	33,17	1,80	2,285	4,113	34,11
4	0,1593	20,00	2,252	41,00	0,971	5,23	33,13	0,90	2,252	2,027	32,58
5	0,3063	20,95	2,252	38,40	0,971	9,89	33,18	1,90	2,252	4,279	35,78
6	0,2021	17,10	2,251	33,00	0,671	6,48	32,65	1,15	2,251	2,589	32,30
7	0,2153	17,50	2,251	33,50	0,971	6,86	32,64	1,20	2,251	2,751	32,13
						à = 33,14%					à = 33,63%

Avînd în vedere aceste rezultate favorabile, am încercat extinderea metodei noastre şi asupra altor combinaţii nitroazoice. Totuşi, lucrările referitoare la titrarea directă prin reducere selectivă a combinaţiilor nr, 3, nr. 4, nr. 5 şi nr. 6 au rămas fără rezultate satisfăcătoare. Motivul principal în aceste cazuri a constat în dificultatea de a sesiza momentul care desparte cele două etape de reducere. Remarcăm aici că aceşti coloranţi nu au putut fi determinaţi cu rezultate bune nici prin metoda de reducere totală cu clorură stanoasă.

Reactivitatea satisfăcătoare a 1,8-aminonaftol-2-(4'-nitrofenilazo)-3,6-disulfonatului de sodiu în această reacţie de reducere este probabil în legătură cu o oarecare tendinţă de descompunere a acestei combinaţii [1], [4].

În concluzie, metoda de titrare directă prin reducerea selectivă cu clorură stanoasă s-a dovedit a fi o metodă rapidă corespunzătoare pentru dozarea unor combinaţii nitro-azoice, între care pentru dozarea colorantului intermediar 1,8-amino-naftol-2-(4'-nitrofenilazo)-3,6-disulfonat de sodiu, constatîndu-se reducerea selectivă cantitativă întîi a grupei azoice. S-a arătat în continuare, că extinderea acestei metode rapide de dozare asupra întregii categorii de combinaţii nitroazoice nu este posibilă, pentru că numai în unele cazuri se poate stabili cu suficientă certitudine virajul, care desparte cele două etape de reducere. De aceea, condiţiile de reducere selectivă trebuie examinate pentru fiecare combinaţie nitro-azoică în parte.

ОБЪЕМНАЯ ДОЗИРОВКА НЕКОТОРЫХ НИТРОАЗОЙНЫХ СОЕДИНЕНИЙ СЕЛЕКТИВНЫМ ВОССТАНОВЛЕНИЕМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Устанавливается метод непосредственной дозировки некоторых нитроазойных соединений селективным восстановлением азойной группы кислыми растворами двухлористого олова, определяя последний момент титрирования по изменению цвета смеси

SUR LE DOSAGE VOLUMÉTRIQUE DE QUELQUES COMBINAISONS NITROAZOÏQUES PAR RÉDUCTION SÉLECTIVE

(RÉSUMÉ)

On établit une méthode de dosage directe pour quelques combinaisons nitro-azoïques par réduction sélective du groupe azoïque à l'aide de solutions acides de Cl_2Sn. Le point final du titrage est donné par le changement de couleur du mélange.

BIBLIOGRAFIE

1. FIAT, nr. 1313, III., 393.
2. J. Reichel şi R. Palea, Studii şi cercet. şt. Chimice, Academia R.P.R., Timişoara, III (1956) *1—2*, 33 şi *3—4*, 9; J. Reichel şi A. Balint, ibidem, IV (1957) *3—4*, 33 şi 50 şi caietul omagial Traian Săvulescu al Academiei R.P.R., 1959, 1149; J. Reichel şi A. Demian, Studii şi cercet. şt. Chimice, Academia R.P.R., Timişoara, III (1956) *3—4*, 15 şi V (1958) *1—2*, 67 şi VI (1959) *1—2*; J. Reichel, A. Demian şi E. Secoşan, ibidem, IV (1957) *1—2*, 35; J. Reichel şi W. Schmidt, ibidem, V (1958) *3—4* şi VI (1959) *1—2* şi Studii şi cercet. Academia R.P.R., Bucureşti 1959, I, 61.
3. D. M. Bogoslovski, Jurn. prikl. himii,, *6* (1955), 659.
4. A. Demian, I. Ionsilante şi W. Schmidt, Studii şi cercet. şt. Chimice, Academia R.P.R., Timişoara, V (1958) *3—4*.

CĂRȚI NOI

AVRAM N. CONSTANTIN — **Grinzi continue. Tabele de calcul** (București — Editura Tehnică — 1959 ; 312 pag., 40 fig., 157 tab.).

Lucrarea reprezintă reeditarea într-un singur volum a două lucrări anterioare ale autorului : „Grinzi continue cu moment de inerție variabil. Teorie și tabele de calcul" (1946) și „Grinzi continue cu moment de inerție constant" (1949). Prima parte cuprinde un scurt rezumat al teoriei grinzii continue cu moment de inerție constant și variabil (vute drepte, vute parabolice, moment de inerție variabil oricum) și formulele necesare pentru calculul reacțiunilor, al eforturilor și al deformațiilor sub acțiunea sarcinilor — forțe și cuple — distribuite sau concentrate, fixe sau mobile.

Partea a doua cuprinde 103 tabele pentru grinda continuă cu moment de inerție constant și 54 tabele pentru grinda continuă cu vute drepte și parabolice, pentru încărcarea cu sarcini distribuite sau concentrate — permanente și utile — și cu forța concentrată mobilă P=1 (linii de influență). Se dau în plus — față de ediția precedentă — liniile de influență pentru cuplul mobil M=1.

Exemplele de calcul din partea a treia ilustrează folosirea formulelor și tabelelor din primele două părți.

Lucrarea se adresează inginerilor constructori proiectanți și studenților facultăților de construcții, cum și inginerilor și studenților de altă specialitate.

AVRAM N. CONSTANTIN, CARACOSTEA D. ANDREI, MIHĂILESCU MIRCEA, NIȚĂ GEORGE, SOARE MIRCEA, STĂNCULESCU ION, STEOPOE ALEXANDRU

— **Manual pentru calculul construcțiilor** (București — Editura Tehnică — 1959 ; 1964 pag., 750 fig. 513 tab.).

Manualul, elaborat sub redactarea prof. ing. A. D. Caracostea. reprezintă prima lucrare romînească de acest gen și are ca principal scop să pună la îndemîna tehnicienilor și inginerilor constructori, precum și a studenților care se pregătesc pentru această specialitate, tot materialul necesar calculului construcțiilor : normele oficiale în vigoare la noi, meto-

dele cele mai răspîndite și formulele curente de calcul, tabele, abace și exemple caracteristice de calcul etc.

Lucrarea cuprinde 13 secțiuni : — matematici ; — sarcini și greutăți tehnice în construcții ; — lianți, mortare și betoane ; — rezistența materialelor ; — elasticitate plană ; — plăci plane ; — învelitori subțiri ; — statica construcțiilor ; — împingerea, stabilitatea și rezistența pămîntului ; — alcătuirea și calculul elementelor de lemn în construcții ; alcătuirea și calculul elementelor metalice în construcții ; alcătuirea și calculul elementelor de zidărie ; calculul și alcătuirea elementelor de beton armat.

Deoarece marea majoritate a construcțiilor de la noi se execută azi din beton armat, în lucrare s-a dat o deosebită dezvoltare secțiunilor ce tratează statica construcțiilor de beton armat, plăcile plane, învelitorile subțiri și calculul elementelor din beton armat și beton precomprimat, fără să lipsească elementele esențiale pentru calculul construcțiilor din alte materiale.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

I. P. L. 9